F 979

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
OBMEH - CSERE
VYMĚNA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

1

ANUL VIII

IANUARIE — MARTIE 1957

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

1

ANUL VIII

IANUARIE — MARTIE 1957

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

F
979

COMITETUL DE REDACȚIE

ACADEMICIAN H. HULUBEI, *redactor responsabil* ; V. NOVACU, membru corespondent al Academiei R.P.R., *redactor responsabil* ; ACADEMICIAN E. BĂDĂRĂU ; GH. ATANASIU, membru corespondent al Academiei R.P.R. ; T. V. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R. ; F. CIORĂSCU ; D. BALLY ; A. GELBERG ; M. ONCESCU.

2829

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁRA

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VIII, nr. 1 Ianuarie-februarie-martie 1957

SUMAR

Pag.

STUDII

GH. ATANASIU, D. ZUGRĂVESCU, I. BUCUR şi T. NEŞTIANU, Noi contribuţii la studiul cîmpului magnetic terestru în Ardeal 9

J. AUSLÄNDER şi IULIA GEORGESCU, Despre presiunea de vapori a poloniului la temperatura camerei 17

E. RUCKENSTEIN, Vaporizarea unui film subţire de lichid în vid înaintat. . 25

F. CIORĂSCU, Distribuţia de energie a electronilor într-o descărcare de foarte înaltă frecvenţă în hidrogen 41

ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ 55

NOTE 85

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ 95

RECENZII 97

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
L'INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET L'INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VIII, n° 1 Janvier-février-mars 1957

SOMMAIRE

Page

ÉTUDES

GH. ATANASIU, D. ZUGRĂVESCU, I. BUCUR et T. NEŞTIANU, Nouvelle contribution à l'étude du champ magnétique terrestre en Transylvanie . . . 9

J. AUSLÄNDER et IULIA GEORGESCU, On the Vapour Pressure of Polonium at Room Temperature 17

E. RUCKENSTEIN, Vaporisation d'un film mince de liquide dans le vide avancé 25

F. CIORĂSCU, Distribution d'énergie des électrons dans une décharge à très haute fréquence dans l'hydrogène. 41

ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE 55

NOTES 85

ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE 95

COMPTES RENDUS. 97

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VIII, № 1 Январь-февраль-март 1957

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

СТАТЬИ

Г. АТАНАСИУ, Д. ЗУГРЭВЕСКУ, И. БУКУР и Т. НЕШТИАНУ, Новые данные исследования земного магнитного поля в Трансильвании 9

И. АУСЛЕНДЕР и Ю. ДЖОРДЖЕСКУ, О давлении паров полония при комнатной температуре 17

Е. РУКЕНШТЕЙН, Испарение тонкой пленки жидкости в высоком вакууме 25

Ф. ЧОРЕСКУ, Распределение энергии электронов в высокочастных разрядах в водороде 41

ЗАМЕТКИ 55

ДИСКУССИИ И ОБСУЖДЕНИЯ 85

В ИНСТИТУТЕ АТОМНОЙ ФИЗИКИ 95

РЕЦЕНЗИИ 97

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

Acad. prof. HORIA HULUBEI

În ziua de 27 noiembrie 1956, profesorul academician Horia Hulubei, directorul Institutului de fizică atomică al Academiei R.P.R., a împlinit 60 de ani.

Cu această ocazie, redacția revistei Studii și cercetări de fizică, precum și toți colaboratorii săi, îi urează ani mulți și fericiți de activitate rodnică în conducerea institutului.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 1, 1957

STUDII

NOI CONTRIBUŢII LA STUDIUL CÎMPULUI MAGNETIC TERESTRU ÎN ARDEAL *)

(Campania anului 1955; regiunea Sărmaş-Cluj-Ciucea-Oradea)

DE

GH. ATANASIU
MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.,
D. ZUGRĂVESCU, I. BUCUR şi T. NEŞTIANU

În campania anului 1955 am continuat cercetările de magnetism regional în Ardeal [1], [2], [3].

Metoda de lucru şi aparatele utilizate au fost aceleaşi ca şi în lucrarea [3].

I. MĂSURI ABSOLUTE

Au fost efectuate în 10 staţiuni şi anume : Zaul de Cîmpie, Sărmăşel, Sărmaş, Cluj-Obs., Cluj-Am. Plant., Bonţida, Gilău, Feleac, Ciucea şi Borod. În aceste staţiuni am măsurat elementele D, H şi I.

Dintre staţiunile măsurate 8 sînt staţiuni vechi, măsurate de noi şi în anii precedenţi. Astfel, de exemplu, în staţiunea Cluj-Obs. am mai făcut măsuri absolute de 3 ori în anul 1936, de 4 ori în 1938 [1] şi o dată în 1954 [3]. Valorile găsite prin măsuri anterioare, în celelalte staţiuni, sînt date în lucrarea [1]. Staţiunile absolute noi sînt Zaul de Cîmpie şi Borod.

Repetarea staţiunilor vechi s-a făcut în scopul aducerii la zi a măsurilor anterioare şi a deducerii variaţiilor seculare ale elementelor magnetice. Valorile obţinute au fost corectate de variaţia diurnă şi de cea seculară şi au fost aduse la aceeaşi epocă 1955, 5 (1 iulie 1955, ora 0).

Valorile astfel obţinute au fost trecute apoi într-un tablou.

Cum se vede din tablou valorile extreme obţinute sînt :

pentru D : 1°32′,2 la Ciucea şi 2°07′,0 la Sărmaş ;
pentru H : 0,2110 Oe la Ciucea şi 0,2130, la Zau ;
pentru I : 63°05′,0 la Cluj-Am. Plant. şi 63°19′,7 la Sărmăşel.

*) Comunicare prezentată în Sesiunea ştiinţifică a Academiei R.P.R. din 4 iulie 1956.

Comparînd valorile obţinute de noi cu acelea calculate după formulele de repartiţie normală ale lui D şi ale lui I, date de L. Constantinescu şi colaboratori [4] [5], se găseşte pentru D o anomalie pozitivă

Tablou

Valorile elementelor magnetice la epoca 1955,5

Nr.	Staţiunea	D(est)	H Oe	I
1	Zau	—	0,2130	63°09′,4
2	Sărmăşel	1°51′,5	0,2115	63°19′,7
3	Sărmaş	2°07′,0	0,2114	63°18′,7
4	Cluj-Obs.	1°40′,2	0,2124	—
5	Cluj-Am. Plant	1°39′,6	0,2125	63°05′,0
6	Bonţida	1°47′,5	0,2113	63°15′,5
7	Gilău	1°33′,7	0,2125	63°07′,7
8	Feleac	1°43′,7	—	—
9	Ciucea	1°32′,2	0,2110	63°14′,4
10	Borod	1°25′,5	0,2111	63°13′,1

(spre est) la Sărmaş, iar pentru I se găsesc anomalii pozitive la Sărmaş, Sărmăşel şi Zau.

Pentru staţiunile vechi, remăsurate, am dedus variaţia seculară. Astfel, pentru D am obţinut pentru grupul de staţiuni măsurate în această campanie o variaţie medie de 1°17′,6 spre est pentru intervalul de 14 ani 1941,5—1955,5. Aceasta ne dă o variaţie medie anuală $\Delta D = 5',5$ spre est; variaţia a fost mai mare la începutul perioadei şi anume a fost de circa 7′—8′ la începutul perioadei, pentru a scădea la aproximativ 5′ la sfîrşitul ei.

În ceea ce priveşte H, comparînd valorile găsite de noi la Cluj în 1955,5 cu acelea găsite de noi şi de alţi autori (Şt. Procopiu [6], G. Barta [7]) în perioada 1938—1943, *obţinem pentru variaţia lui H în perioada 1941, 5—1955,5, valori foarte mici care sînt de ordinul erorilor experimentale.*

Pentru I, am dedus variaţia seculară comparînd valorile determinate de noi la Cluj în 1955 cu valorile măsurate de Şt. Procopiu, în 1940 [6] şi de G. Barta în 1943 [7]*) la Cluj. Am dedus astfel, pentru aceeaşi perioadă 1941,5—1955,5 o creştere a lui I de 22′, ceea ce ne dă o variaţie seculară $I = +\ 1',57$ pe an.

Ca rezultat al variaţiilor seculare calculate mai sus, notăm că pentru perioada considerată (1941,5—1955,5) se confirmă concluziile trase de Şt. Procopiu în lucrarea sa recentă [8] asupra creşterii momentului magnetic al pămîntului în ultimii ani.

Într-adevăr, în expresia momentului $M = GR^3$, unde $G^{**}) = \sqrt{H^2 + \left(\frac{Z}{2}\right)^2}$ scris sub forma $G = H\sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 I}{4}}$, dacă introducem valorile calculate

*) p. 23.

**) Constanta magnetică locală introdusă de L. A. Bauer, folosită de Şt. Procopiu în determinarea variaţiei momentului magnetic.

de noi, vedem că, deoarece H rămîne aproape constant și I crește cu 22′ în intervalul considerat, rezultă că G crește cu circa 234 γ, adică cu 17 γ pe an.

Ca urmare, obținem o creștere a momentului magnetic al pămîntului în perioada 1941,5—1955,5 pentru regiunea Cluj.

Creșterea constantei magnetice locale G la Cluj este apropiată de aceea determinată de Șt. Procopiu pentru stațiunea Iași, în intervalul 1932—1953, care a găsit valoarea $\Delta G = 20{,}5$ γ pe an; notăm că stațiunile Iași și Cluj se găsesc la latitudini geomagnetice apropiate, ceea ce permite compararea datelor.

Cu prilejul calculelor pentru stațiunile absolute, D. Zugrăvescu a întocmit o nomogramă, cu puncte aliniate, cu o eroare absolută mai mică de 0,5 γ, care ne-a servit pentru a controla valorile obținute, prin calcul direct pentru H.

II. PROFILELE DE VARIOMETRU MAGNETIC

Ca și în anii precedenți, am făcut profile de variometru magnetic vertical între stațiunile absolute și de asemenea unele profile pe drumurile laterale în scopul de a preciza întinderea și forma unora dintre anomaliile găsite și de recunoaștere a unor regiuni necunoscute pînă acum din punct de vedere magnetic.

În total am făcut în campania 1955 peste 170 de stațiuni de variometru vertical; unele dintre ele, și anume acelea care au servit ca stațiuni de bază, au fost măsurate de multe ori. Toate stațiunile de variometru sînt raportate la stațiuni absolute.

Profilele de variometru au fost făcute mai ales în regiunea Luduș-Zau-Sărmaș, în împrejurimile Clujului, pe văile Drăganul și Iadul și pe valea Crișului Repede (profilul Ciucea-Oradea).

Rezultatele principale obținute pot fi rezumate astfel:

a. *În regiunea Luduș-Zau-Sărmaș*

Anomalia negativă pentru Z, pe care am semnalat-o la Luduș în lucrarea precedentă, se stinge repede spre nord, trecînd în anomalie pozitivă; astfel la 8 km nord de Luduș, în dreptul comunei Sînger, creșterea lui Z față de stațiunea absolută Luduș II, este de peste 180 γ; maximul de creștere pe șoseaua spre Sărmășel, cu $\Delta Z = 230$ γ, față de Luduș II, se produce în dreptul șoselei spre comuna Șăulia. Un profil vest-est trecînd pe la Beiul-Valea Largă-Zau-sud Șăulia, arată o creștere continuă a valorilor lui ΔZ spre est. Astfel, am obținut de la vest spre est $+50$ γ la Beiul, $+100$ γ la Valea Largă, $+270$ γ la Zau și $+350$ γ la sud Șăulia, adică o creștere de 300 γ pe o lungime de paralel de 20 km.

În rezumat, în această regiune se conturează pentru componenta verticală o anomalie pozitivă de mare suprafață, al cărei centru ar fi la sud de Șăulia. În partea de sud această anomalie pare a se uni cu anomalia pozitivă de la Iernut [3], iar spre est și sud-est este vizibilă

tendința de scădere a valorilor. Întinderea anomaliei către Tg. Mureș va fi precizată în lucrarea din anul viitor. Rămîne, de asemenea, de completat, printr-un număr de stațiuni făcute cam după traseul căii ferate Cîmpia Turzii—Apahida, golul rămas între lucrările efectuate în anul acesta și cele din anul 1954.

Din punct de vedere geologic anomalia găsită de noi acoperă parțial domul gazeifer de la Zau. Conturul structural al acestui dom [9] are, în partea sa centrală, o formă eliptică, cu axa mare făcînd cu meridianul un unghi de 58° spre vest. Acest contur structural nu se suprapune însă peste izodinamele componentei verticale, care, în regiunea studiată de noi au o altă formă, de curbură mult mai largă.

b. *În împrejurimile Clujului*

S-au îndesit stațiunile din regiunea de minime de la Căpușul, unde am găsit valoarea cea mai scăzută de —174 γ față de Cluj.

Am înaintat de asemenea circa 20 km cu un profil pe valea Someșului Rece, găsind o scădere continuă a lui ΔZ pînă la —150 γ față de Gilău.

c. *Pe văile Drăganului și Iadului*

S-au obținut variații mai mari ale componentei verticale și care, în linii generale, se pot explica prin geologia cunoscută a regiunii [10], [11]. Din dreptul confluenței acestor rîuri cu Crișul, valorile ΔZ scad, înaintînd pe văi, mai repede pe valea Drăganului, unde ΔZ trece de la +84 γ la confluență, la — 289 γ la sud de Școala de la lunca Vișagului; iar pe valea Iadului, de la +36 γ la confluență pînă la —175 γ la sud de satul Remeți.

Înaintînd spre fundul văilor, mai spre sud de minimele indicate, pe ambele văi sedimentarul și șisturile cristaline lasă locul rocilor eruptive (riolite) cu o susceptibilitate magnetică mai mare. Din această cauză se produce o creștere bruscă a valorii lui ΔZ cu 345 γ pe o distanță de 2 km pe valea Drăganului și cu 480 γ pentru 2 km pe valea Iadului.

Pe ambele văi valorile cresc mult cînd se pătrunde în masivele de banatite (riolite și granite); astfel, pe valea Iadului, lîngă Stîna de Vale, ΔZ crește pînă la 553 γ față de confluență.

În anii viitori urmează să reunim profilele magnetice realizate pînă acum de noi pe văile Arieșului, Iara, Someșul Cald, Drăganul și Iadul printr-un număr suficient de stațiuni de variometru.

Cercetările magnetice de orientare făcute de noi pe văile Drăganului și Iadului arată că astfel de lucrări pot avea importanță economică, indicînd prospecțiunilor de detaliu regiunile interesante, într-o parte a țării cercetată acum pentru prima oară din punct de vedere magnetic.

Profilul Ciucea-Oradea

Pentru a întregi profilul magnetic dintre stațiunile absolute de pe traseul București—Orașul Stalin—Sibiu—Cluj—Ciucea, ridicat în anii

precedenți [2], [3], am ridicat în campania anului 1955 și porțiunea Ciucea-Oradea a acestui profil prin stațiuni de variometru vertical.

Profilul arată, între Ciucea și Oradea, o variație extrem de lentă a lui Z, în afară de maximul de la Negrești, la km 559, cu $\Delta Z = +138\ \gamma$ față de Cluj și care maxim constituie o variație magnetică locală. Stațiunea Oradea arată o scădere de numai 26 γ față de Cluj. Aceasta ar indica faptul că profilul urmărește, în general, un parcurs apropiat de traseul unei izodiname de componentă verticală și anume pe cea care, la epoca măsurilor, avea valoarea $Z = 0{,}4186$ Oe.

În felul acesta am completat cel mai lung profil magnetic realizat pînă acum în țara noastră. El are o lungime de peste 640 km, cuprinde 16 stațiuni absolute, măsurate de mai multe ori în ani diferiți, și un mare număr de stațiuni de variometru. Acesta este profilul principal de referință pentru studiul nostru magnetic asupra Ardealului.

Urmează ca acest profil să fie prelungit, peste graniță, pînă la cea mai apropiată stațiune absolută din Republica Populară Ungară, realizîndu-se în felul acesta legătura dintre rețelele magnetice ale acestor două țări vecine. În acest fel se va realiza și legătura rețelei noastre magnetice cu rețelele magnetice ale Republicii Cehoslovace și Republicii Democrate Germane.

НОВЫЕ ДАННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗЕМНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ТРАНСИЛЬВАНИИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Продолжая исследования земного магнетизма, начатые в предыдущие годы в Трансильвании (1), (2), (3), авторы произвели летом 1955 года определения в областях Сэрмаш — Клуж — Орадя.

Метод работы и аппараты были те же, что и при проведении вышеупомянутой работы (3).

I. Абсолютные измерения были произведены на 10 станциях, на которых измерялись элементы D, H и I. Полученные значения, приведенные к периоду 1955, 5 даны в таблице *1*. Сравнивая эти значения с значениями, вычисленными по формулам нормального распределения (4), (5), авторы обнаружили положительную аномалию (к востоку) склонения в Сэрмаше и положительную аномалию элемента I в Сэрмаше, Сэрмэшеле и Зау. Авторы определили вековую вариацию в исследованной области за 14-летний промежуток времени с 1941, 5 по 1955, 5.

II. Профили, определенные магнитным вариометром. Как и в предыдущие годы, авторы определяли вертикальным магнитным вариометром профили между абсолютными станциями для выяснения протяжения и значения обнаруженных магнитных аномалий. В области Сэрмаш была обнаружена положительная аномалия большого протяжения, центр которой, повидимому, находится на юго-востоке от села Сэулия. В окрестностях Клужа, в Кэпушуле и в долине Сомешула Рече

обнаружено снижение ΔZ приблизительно в 174 γ и 150 γ по сравнению с Клужем. В долинах Дрэгана и Яда обнаружены более значительные положительные вариации вериткальной составляющей, достигающие + 345 γ в долине Дрэгана и + 480 γ в долине Яда; эти варицции можно в общем объяснить геологией этой области (10), (11). Профиль Чуча Орадя, кроме одной местной вариации в + 138 γ в Негрешти дал почти постоянные значения как бы следуя за изогаммой вертикальной составляющей. Этой частью профиля авторы пополнили магнитный профиль Бухарест — Город Сталин — Фэгэраш — Сибиу — Клуж — Орадя на протяжении свыше 640 км. В этот профиль входят 16 абсолютных и большое число вариометрических станций; это основной контрольный профиль магнитных исследований авторов в Трансильвании. Этот профиль будет продолжен через границу для того, чтобы связать магнитную сеть РНР с венгерской и с сетями стран Центральной Европы.

NOUVELLE CONTRIBUTIO À L'ÉTUDE DU CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE EN TRANSYLVANIE

(RÉSUMÉ)

Continuant leurs recherches de magnétisme terrestre en Transylvanie [1], [2], [3], les auteurs ont fait, pendant l'été 1955, des mesures dans les régions Sărmaş-Cluj-Oradea.

I. Ils ont effectué *des mesures absolues* pour *D*, *H* et *I*, dans 10 stations. Les valeurs obtenues, réduites à l'époque 1955,5, sont données dans le tableau. Comparant ces valeurs à celles calculées d'après les formules de répartition normale [4], [5], on a trouvé une anomalie positive (vers l'Est) de la déclinaison, à Sărmaş et pour *I*, des anomalies positives à Sărmaş, Sărmăşel et Zau. On a calculé la variation séculaire, dans la région étudiée pour un intervalle de temps de 14 ans, 1941,5—1955,5.

II. Tout comme les années précédentes, les auteurs ont fait *des profils de variomètre magnétique vertical*, entre les stations absolues, aux fins de préciser l'étendue et l'intensité des anomalies trouvées. Dans la région de Sărmaş, ils ont mis en évidence une anomalie positive, de grande étendue, dont le centre serait placé au Sud-Est de Şăulia. Dans les environs de Cluj, à Căpuşul et dans la vallée du Someşul Rece, on a trouvé pour ΔZ des valeurs inférieures, de 174 γ et 150 γ, par rapport à Cluj. Dans les vallées de Drăganul et Iadul, les valeurs de ΔZ sont, par contre, positives et atteignent respectivement +345 γ et +480 γ. En général, on peut expliquer ces anomalies par les formations géologiques de surface.

Le profil Ciucea-Oradea offre des valeurs constantes de ΔZ, sauf un accident géophysique local de +138 γ, à Negreşti. Avec cette portion de profil, on a complété le profil magnétique Bucureşti-Ville Stalin-Făgăraş-Sibiu-Cluj-Oradea sur une longueur de 640 km environ. Ce profil comprend 16 stations absolues et un grand nombre de stations de variomètre ; il est

le profil principal auquel se rapporte le travail des auteurs sur le réseau magnétique en Transylvanie. Il reste à prolonger ce profil jusque dans la R. P. Hongroise afin de réaliser la jonction de ce réseau magnétique avec ceux des pays de l'Europe Centrale.

BIBLIOGRAFIE

1. Gh. Atanasiu, An. Inst. Geol. al Rom., 1943, vol. XXII, p. 399.
2. Gh. Atanasiu și T. Neștianu, Studii și cercetări de fizică, t. V, nr. 1—2, ianuarie-iunie 1954, p. 7.
3. Gh. Atanasiu, T. Neștianu și D. Zugrăvescu, Studii și cercetări de fizică, t. VI, nr. 2, aprilie-mai-iunie, 1955, p. 159.
4. L. Constantinescu, N. Milea și P. Constantinescu, Studii și cercetări de fizică, t. V, nr. 1—2, ianuarie-iunie 1954, p. 85—91.
5. L. Constantinescu și N. Milea, Studii și cercetări de fizică, t. VI, nr. 3, iulie-septembrie 1955, p. 451.
6. Șt. Procopiu, Ann. Sc. Univ. Iassy, 1940, t. 26.
7. G. Barta, A Földmágnességi erö vizszintes összetevöjének és lehajlásának változásai erdélyben (1943,0) , Budapesta, 1947.
8. Șt. Procopiu, Bul. științț. Acad. R.P.R., Secția de științe matematice și fizice, t. VII, nr. 4, octombrie-noiembrie-decembrie 1955, p. 1063.
9. A. Vancea, *Observațiuni geologice în regiunea de sud-vest a cîmpiei ardelene.* Sibiu, 1929.
10. D. Giușcă, An. Comit. Geol., 1950, vol. XXIII, p. 199.
11. J. Szadeczky, Mitt. a. d. Mineral. Geol. Samm. des Siebenb. Nat. Mus., 1915, vol. III, nr. 1.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 1, 1957

DESPRE PRESIUNEA DE VAPORI A POLONIULUI LA TEMPERATURA CAMEREI *)

DE

J. AUSLÄNDER şi IULIA GEORGESCU

I. PRINCIPIUL METODEI

În două lucrări anterioare [1] şi [2] am arătat că plăcile nucleare pot fi folosite ca instrument de măsură pentru determinarea presiunilor foarte joase, în special a presiunilor parţiale sau de vapori, dacă gazul considerat este radioactiv sau conţine un component radioactiv, de exemplu un izotop instabil în cazul vaporilor chimic omogeni.

Să considerăm un vas de formă oarecare, dar cu simetrie de rotaţie, pe al cărui perete interior se află un element de suprafaţă acoperit cu o emulsie sensibilă la particule ionizante. Fie vasul umplut cu un gaz radioactiv cu o presiune parţială destul de joasă, pentru ca să se poată aplica ecuaţia de stare a gazelor perfecte.

Este uşor de arătat că presiunea parţială p a substanţei radioactive este dată de relaţia

$$p = \frac{kT}{VG\theta}\,\nu, \tag{1}$$

unde k este constanta lui Boltzmann, T temperatura absolută, ν numărul de urme pe unitatea de arie a emulsiei, V volumul vasului (sau în unele cazuri — vezi mai jos — partea care contribuie la formarea urmelor), G factorul geometric, care depinde de forma vasului şi de locul ocupat de emulsia sensibilă în el. iar θ o cantitate numită factorul de timp; ultimele două cantităţi, G şi θ, sînt definite după cum urmează.

Dacă gazul radioactiv este în echilibru cu o fază condensată, de asemenea radioactivă, atunci

$$\theta = \lambda t, \tag{2}$$

unde λ este constanta de dezintegrare şi t timpul de expunere; dacă este

*) Lucrare prezentată la Conferinţa internaţională pentru folosirea paşnică a energiei atomice, Geneva, august 1955.

BUCUREŞTI MUZEUL CENTRAL 1848

necesar, λ poate să includă un factor de abundenţă al izotopului radioactiv.

Dacă nu există un astfel de echilibru, atunci

$$\theta = 1 - \exp(-\lambda t). \tag{2'}$$

Presupunînd că presiunea totală a gazului din vas este destul de joasă pentru ca în gaz parcursul R_0 al particulei ionizante să poată fi considerat practic infinit, factorul geometric G a fost calculat în [1] pentru vase sferice,

$$G = \frac{A}{3V}, \tag{3}$$

unde A este raza sferei. Cu aceeaşi presupunere acest factor a fost calculat în [2] pentru vase emisferice şi cilindrice.

Dacă presiunea totală a gazului este mare, astfel încît R să fie mai mic decît cea mai mică din dimensiunile liniare ale vasului, atunci G devine în anumite condiţii [2] independent de forma vasului, iar V din ecuaţia (1) trebuie înlocuit cu volumul emisferei cu raza R_0.

II. EXPERIENŢE

Experienţele preliminare au fost efectuate cu un vas aproape sferic de rază $A \cong 14{,}2$ cm (fig. 1). Prin A placa nucleară poate fi introdusă

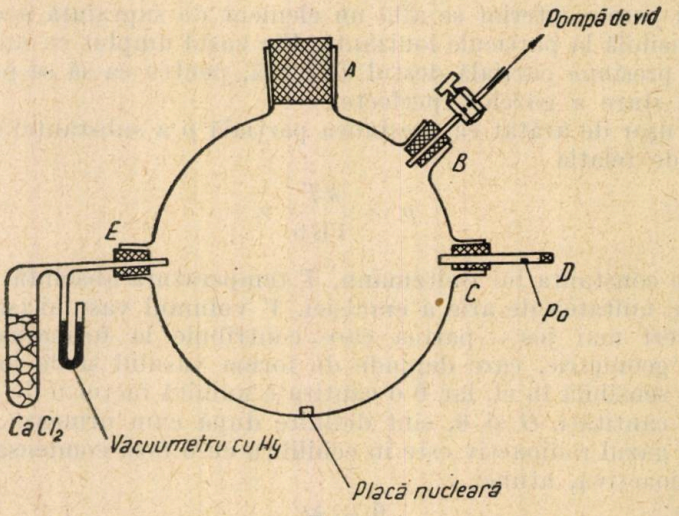


Fig. 1

sau scoasă. În B un tub de sticlă cu robinet poate fi legat la o pompă de vid. În C se află un tub de alamă, care conţine sursa Po, o foaie de argint cu poloniu. După cum se vede din figura 1, foaia cu poloniu a fost astfel

așezată încît impactul direct al plăcii cu particulele α din sursă să fie exclus din motive geometrice. Tubul de sticlă din *E*, prevăzut cu un vacuumetru simplu cu Hg, conține $CaCl_2$, cu scopul de a elimina umiditatea și în consecință regresia fotografică. Vasul s-a etanșat în *A*, *B*, *C*, *D* și *E* cu dopuri de cauciuc unse. În fundul vasului se află o frîntură dintr-o placă nucleară (3...5 cm²).

Toate manipulările au fost efectuate în camera obscură, unde vasul evacuat la 3...4 mmHg a fost păstrat în timpul expunerii.

Fiecare expunere a fost însoțită de o expunere martor, pe cît posibil în condiții identice, într-un vas martor fără poloniu și de aproximativ aceeași formă, cu excepția lipsei orificiului *C*.

Plăcile întrebuințate, asemănătoare tipului Ilford C_2, au fost preparate în laborator de unul din autori [3] și expuse la temperatura camerei (18...22°C, adică $\sim$ 294°K). Factorul lor de contracție determinat prin cîntărire este 1,99.

Patru plăci (și patru plăci martor) au fost expuse cu diferite durate de expunere (vezi tabloul).

Tablou

Experiența	t Timpul de expunere zile	Vas cu vapori sau martor	Suprafața explorată cm²	Numărul de stele	Numărul urmelor simple	v' Urme simple pe cm²	v cm²	p 10^{-14} mmHg	p' 10^{-14} mmHg
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*
1	11,48	vapori	$1,40_4$	0	159	114	41	0,46	1,3
		martor	$0,80_4$	0	62	73			
2	14,08	vapori	$0,78_5$	1	91	116	25	0,23	1,1
		martor	$0,77_0$	2	70	91			
3	15,00	vapori	$1,76_0$	2	223	127	56	0,48	1,8
		martor	$0,86_0$	1	61	71			
4	10,25	vapori	$0,65_4$	2	55	84	43	0,18	0,36
		martor	$0,76_0$	3	31	41			

Vasele s-au reevacuat în timpul expunerii, imediat ce vacuumetrul arăta o presiune mai mare de $\sim$30 mmHg. Asemenea operații au devenit necesare o dată la vasul cu vapori din experiența 1 (vezi tabloul), o dată la vasul martor din experiența 4 și zilnic după ziua a șaptea la vasul cu vapori din experiența 4; în acest din urmă caz, s-a întîmplat ca de două ori vasul cu vapori să rămînă pentru $\sim \frac{1}{2}$ zi la o presiune de 50...60 mmHg.

Explorarea s-a făcut cu ajutorul unui microscop binocular „Me-Opta" cu o putere de mărire de 840 $\times$ (obiectiv cu imersie).

III. REZULTATE PRELIMINARE ŞI DISCUŢIE

Rezultatele de mai jos sînt considerate ca preliminare, întîi pentru că tehnica experimentală întrebuinţată poate fi îmbunătăţită în mai multe privinţe şi, în al doilea rînd, pentru că suprafaţa plăcilor nu a putut fi încă explorată în întregime.

Substituind ecuaţiile (2) şi (3) în ecuaţia (1), introducînd valorile numerice corespunzătoare, cu $\lambda = 5{,}011 \cdot 10^{-3}\, d^{-1}$ [4], exprimînd p în mmHg şi t în zile, se obţine

$$p = 1{,}28 \cdot 10^{-15} \frac{\nu}{t} \text{ [mmHg]}. \qquad (4)$$

În tablou se dă o vedere sinoptică a rezultatelor obţinute. Cele mai multe din coloane nu au nevoie de explicaţie. Coloana e dă numărul de

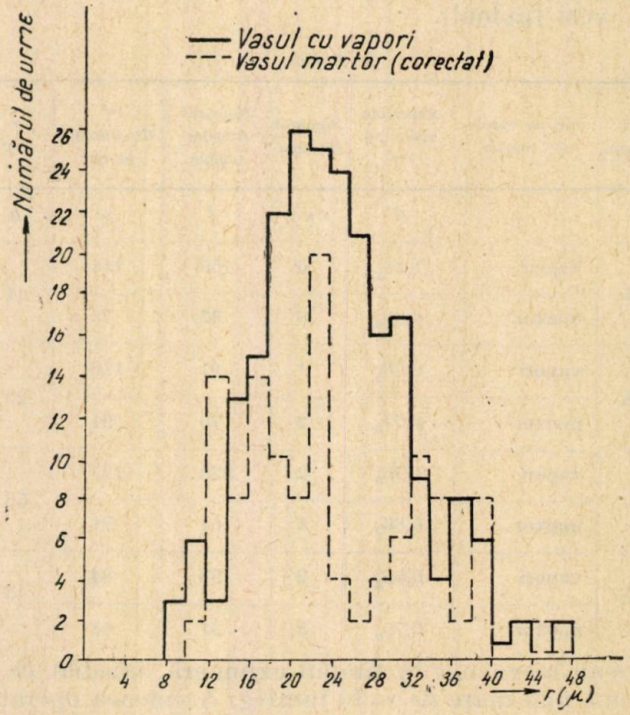


Fig. 2

stele radioactive care apar în suprafaţa explorată. Toate au două braţe; numărul lor este neglijabil şi nu va fi luat în consideraţie în cele ce urmează. Numerele ν din coloana h sînt diferenţele dintre numerele superioare şi inferioare ν', ale coloanei g. Coloana i conţine presiunea p, calculată după formula (4) din valorile ν ale coloanei precedente. Ultima coloană j dă

valorile presiunii p', calculate în același mod din valorile superioare ν' pentru vasul cu vapori.

Măsurătorile care merită cea mai mare încredere sînt cele din experiențele 1 și 3. În experiențele 2 și 4 suprafața explorată este foarte mică. Cea mai puțină încredere o merită experiența 4, unde regresia imaginii

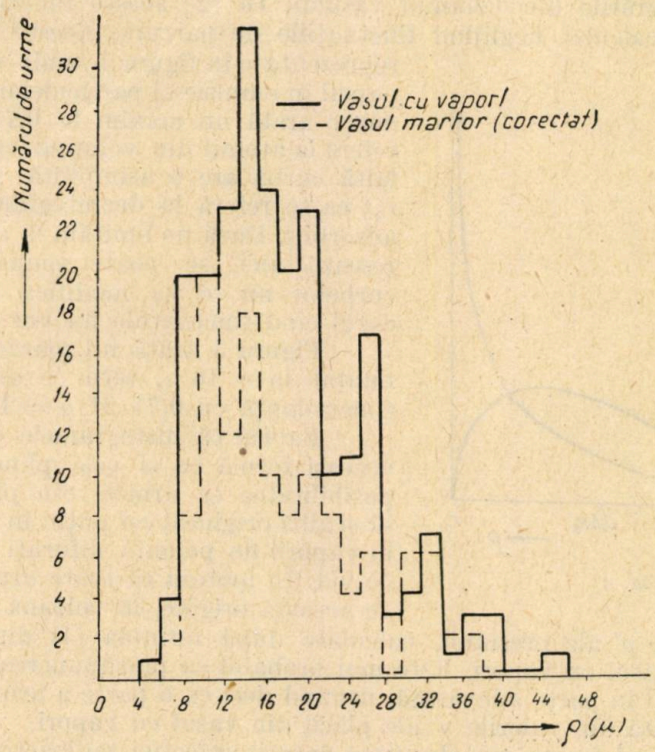


Fig. 3

latente are o mare influență din cauza accidentelor de vid menționate mai sus și a duratei lungi de expunere.

Figura 2 reprezintă o histogramă a parcursului r, în emulsie, pentru experiența 3. Histograma punctată se referă la placa martor. Ea este corectată pentru diferența ariilor explorate, adică numărul de urme înregistrate este recalculat pentru aceeași suprafață cu cea a plăcii din vasul cu vapori. Maximul histogramei se află la $\sim 21\ \mu$, după cum era de așteptat pentru urme de poloniu în plăcile utilizate. Histogramele tuturor celorlalte plăci arată același caracter.

Pentru a fi sigur că urmele înregistrate aparțin într-adevăr atomilor din faza de vapori și nu atomilor adsorbiți pe pereții vasului și pe placă sau impurităților de pe placă, am trasat în figura 3 o histogramă a lungimilor ρ ale proiecțiilor orizontale ale urmelor, care se referă de asemenea la experiența 3. Liniile punctate reprezintă numerele de urme în

placa martor, corectate în același mod ca în figura 2. Aici, de asemenea, toate histogramele de acest tip arată aceleași trăsături esențiale.

S-a arătat în [2] că funcția de distribuție $f(\rho)$ a proiecțiilor orizontale ne permite să distingem în mod statistic urmele provenite din dezintegrările atomilor adsorbiți pe pereții sferei și pe placă, de acelea provenite din dezintegrările din volumul vasului. În [2] aceste funcții de distribuție s-au calculat neglijînd fluctuațiile de parcurs. Aceste funcții sînt reprezentate în figura 4, unde r_0 este parcursul în emulsie al particulelor α. Una din curbe arată un maxim la 0,71 r_0; ea se referă la atomii din volumul vasului. Cealaltă curbă are o asimptotă verticală la r_0; ea se referă la dezintegrarea atomilor adsorbiți. Dacă ne limităm la cele ce interesează aici, se poate spune că forma curbelor nu se va modifica esențial, în cazul cînd fluctuațiile nu vor fi neglijate.

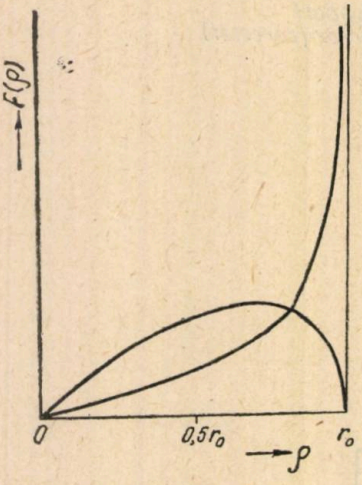


Fig. 4

Figura 3 arată un maxim bine pronunțat la $\sim 16\ \mu$, ceea ce este în bună concordanță cu $0{,}71 . 21\ \mu = 15\ \mu$.

Faptul că histogramele punctate au aceeași formă ca și cele pline sugerează posibilitatea ca urmele din placa martor să-și aibă originea, cel puțin în mare parte, în vaporii de poloniu difuzați din pompa de vid. În ipoteza că toate urmele martor au această origine, în coloana j sînt indicate valorile p' ale presiunii, calculate după formula (4) din ν' pentru placa din vasul cu vapori. Este mai probabil ca presupunerea de mai sus să fie numai în parte adevărată, urmînd deci ca o parte a urmelor martor să fie scăzută din valorile ν' ale plăcii din vasul cu vapori.

Numărul foarte mic de urme datorit infecției radioactive, se poate explica prin faptul că numai urmele care încep de la suprafața emulsiei joacă un rol.

Cu tot caracterul preliminar al rezultatelor, putem afirma că presiunea de vapori a poloniului la temperatura camerei este de $\sim 0{,}5 . 10^{-14}$ mmHg.

IV. OBSERVAȚII FINALE

Nu intenționăm să pretindem o precizie mai mare a rezultatelor noastre decît ordinul de mărime. Cu toate că numărul total de urme este mic, că suprafețele explorate sînt de asemenea mici, iar în privința vidului au apărut dificultățile menționate, toate cele patru experiențe duc la valori ale presiunii de vapori, de același ordin de mărime, indiferent dacă se calculează p (coloana i) sau p' (coloana j) sub presupunerile respective. De aceea putem spune că ordinul de mărime este bine stabilit.

Trebuie menționat că metoda poate fi de folos în multe privințe, mai ales dacă se utilizează plăci sensibile la electroni și trasori radioactivi.

О ДАВЛЕНИИ ПАРОВ ПОЛОНИЯ ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Предварительные результаты опытов с толстослойными фотопластинками показывают для давления паров полония при комнатной температуре значение порядка $\sim 0{,}5 \cdot 10^{-14}$ мм рт. ст.

ON THE VAPOUR PRESSURE OF POLONIUM AT ROOM TEMPERATURE

(ABSTRACT)

Preliminary results of experiments carried out with nuclear research plates show an order of magnitude of $\sim 0{,}5 \cdot 10^{-14}$ mm Hg for the vapour pressure of Polonium at room temperature.

BIBLIOGRAFIE

1. J. Ausländer, Comunicările Acad. R.P.R., t. 1, nr. 11—12, noiembrie-decembrie 1951, p. 1033.
2. — Bul. ştiinţ. Acad. R.P.R., Secţiunea de ştiinţe matematice şi fizice, t. III, nr. 1, ianuarie-februarie-martie 1951, p. 533.
3. I. Georgescu, Revista Universităţii „C. I. Parhon" şi a Politehnicii Bucureşti, 1953, t. 2, p. 67.
4. A. N. Nesmeianov, A. V. Lapiţki i N. P. Rudenko, *Polucenie radioactivnth izotopov*. Goshimizdat, Moscova, 1954, p. 136.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 1, 1957

VAPORIZAREA UNUI FILM SUBȚIRE DE LICHID ÎN VID ÎNAINTAT *)

DE

E. RUCKENSTEIN

În această lucrare sînt prezentate, cu unele completări, rezultatele obținute de autor în [1], [2] și [3]. Lucrarea conține și unele observații noi, de exemplu cele privitoare la cazul curgerii ondulate.

Să considerăm un perete vertical pe care curge un film subțire de lichid, format din mai mulți componenți, supus distilării moleculare. Deoarece în legătură cu acești componenți se pune doar problema dependenței dintre debitul fiecăruia dintre ei și distanța x de la locul de intrare al lichidului, vom stabili, în prima parte a lucrării, ecuațiile care conduc la găsirea acestei dependențe.

Metoda pe care o dezvoltăm în acest scop constă în înlocuirea ecuațiilor locale ale difuziunii prin ecuații în care apar debitele N_j ale diverșilor componenți, și aproximarea în aceste din urmă ecuații a curenților de difuziune la suprafața liberă, prin anumite expresii. Partea a doua a lucrării este consacrată soluționării sistemului de ecuații obținut. Analizăm mai întîi cazul curgerii laminare și după aceea cazul curgerii ondulate.

I. STABILIREA ECUAȚIILOR

Ecuația de continuitate pentru componentul j este

$$\frac{\partial c_j}{\partial t} + \frac{\partial u c_j}{\partial x} + \frac{\partial v c_j}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} D_j \frac{\partial c_j}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} D_j \frac{\partial c_j}{\partial x}, \tag{1}$$

unde s-a notat cu :

c_j, concentrația componentului j în grame pe unitatea de volum ;
y, distanța la perete ;
u, componenta după axa x a vitezei ;
v, componenta după axa y a vitezei ;

*) Lucrarea prezentată Institutului de fizică la 28 iulie 1956.

D_j, coeficientul de difuziune al componentului j (considerat în cele ce urmează constant);

t, timpul.

Menționăm faptul că definim viteza unui element de volum drept viteza centrului său de greutate. Această definiție a vitezei face ca pentru u și v să fie valabile ecuațiile obișnuite ale hidrodinamicii, printre care și ecuația de continuitate

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial uc}{\partial x} + \frac{\partial vc}{\partial y} = 0, \tag{2}$$

unde

$$c = \sum_{j=1}^{m} c_j .$$

Vom neglija, în ecuația (1), termenul $\frac{\partial}{\partial x} D_j \frac{\partial c_j}{\partial x}$ în comparație cu termenul $\frac{\partial uc_j}{\partial x}$. Această neglijare poate fi făcută dacă timpul Θ în care lichidul străbate înălțimea l a plăcii este suficient de mic în comparație cu timpul Θ_j în care fiecare dintre componenții lichidului poate străbate prin difuziune înălțimea l. Deoarece timpul de străbatere prin difuziune este de ordinul de mărime al raportului $\frac{l^2}{2D_j}$ și $\Theta \approx \frac{l}{u_m}$, u_m fiind viteza medie, termenul $\frac{\partial}{\partial x} D_j \frac{\partial c_j}{\partial x}$ poate fi neglijat în comparație cu termenul $\frac{\partial uc_j}{\partial x}$ dacă

$$\frac{lu_m}{D_j} \gg 2. \tag{3 a}$$

Inegalitatea (3 a) poate fi scrisă și sub forma

$$\frac{l}{\delta} \frac{u_m \delta}{\nu} \frac{\nu}{D_j} \gg 2, \tag{3 b}$$

unde δ este grosimea filmului de lichid, iar ν, viscozitatea cinematică a lichidului.

Ținînd seama că $l/\delta \gg 1$ și că ordinul de mărime al lui ν este 10^{-2} cm^2/s și al lui D_j este 10^{-5} cm^2/s, rezultă că (3 b) este îndeplinită chiar pentru numere Reynolds foarte mici.

Prin integrarea ecuației (1) în raport cu y, între zero și δ, obținem

$$\int_0^\delta \frac{\partial c_j}{\partial t} dy + \int_0^\delta \frac{\partial uc_j}{\partial x} dy + v_\delta c_{j,\delta} = D_j \left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta , \tag{4}$$

unde indicele δ a fost folosit pentru $y = \delta$.

Deoarece

$$\int_0^\delta \frac{\partial c_j}{\partial t} dy = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta c_j \, dy - c_{j,\delta} \frac{\partial \delta}{\partial t}$$

și

$$\int_0^\delta \frac{\partial u c_j}{\partial x}\,dy = \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c_j\,dy - u_\delta\, c_{j,\delta}\,\frac{\partial \delta}{\partial x},$$

ecuația (4) devine

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta c_j\,dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c_j\,dy = D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta + c_{j,\delta}\left(\frac{\partial \delta}{\partial t} + u_\delta\frac{\partial \delta}{\partial x} - v_\delta\right). \tag{5}$$

Însumînd ecuația (5) în raport cu j și ținînd seama că viteza a fost astfel definită încît

$$\sum_{j=1}^{m} D_j\frac{\partial c_j}{\partial y} = 0,$$

rezultă că

$$c_\delta\left(\frac{\partial \delta}{\partial t} + u_\delta\frac{\partial \delta}{\partial x} - v_\delta\right) = \frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta c\,dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c\,dy. \tag{6}$$

Din ecuațiile (5) și (6) se obține

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta c_j\,dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c_j\,dy = D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta + \frac{c_{j,\delta}}{c_\delta}\left(\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta c\,dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c\,dy\right). \tag{7}$$

Dacă notăm cu r_j cantitatea din componentul j care se vaporizează pe unitatea de suprafață, în unitatea de timp și cu r'_j cantitatea din componentul j care se condensează pe unitatea de suprafață, în unitatea de timp, și ținem seama că suprafața liberă între x și $x + dx$, pe unitatea de lărgime, este egală cu

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}\,dx,$$

rezultă că

$$(dt)\int_0^\delta u c_j\,dy - \left[(dt)\int_0^\delta u c_j\,dy + (dt)(dx)\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c_j\,dy\right] -$$

$$- (r_j - r'_j)(dt)(dx)\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2} = (dt)(dx)\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta c_j\,dy.$$

Prin urmare,

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta c_j\,dy + \frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u c_j\,dy = (r'_j - r_j)\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}. \tag{8}$$

Fiecare dintre membrii ecuației (7) reprezintă deci diferența dintre cantitățile de component j condensate și vaporizate prin suprafața $\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}$.

Integrala

$$N_j = \int_0^\delta u c_j\,dy, \tag{9}$$

care apare în (8), reprezintă debitul componentului j pe unitatea de lărgime a plăcii.

Considerînd regimul staționar, ecuațiile (7) și (8) se scriu

$$\frac{d}{dx}N_j = D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta + \frac{c_{j,\delta}}{c_\delta}\frac{d}{dx}\sum_{i=1}^{m} N_i = (r'_j - r_j)\sqrt{1+\left(\frac{d\delta}{dx}\right)^2}. \qquad (10)$$

Pentru stabilirea unei expresii pentru $D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta$ presupunem, printre altele, că δ variază atît de lent cu x încît putem folosi pentru $D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta$ expresii care se obțin pentru $\delta = \text{const}$.

Pentru valori suficient de mici ale lui x, aproximăm $D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta$ cu ajutorul expresiei

$$D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta = \left(\frac{D_j u_\delta}{\pi x}\right)^{1/2}(c_{j,\delta} - c_{j,0}), \qquad (11)$$

în care indicele δ se referă la suprafața liberă și indicele 0 la $x = 0$.

Expresia (11) se obține din soluția ecuației

$$u_\delta \frac{\partial c_j}{\partial x} = D_j \frac{\partial^2 c_j}{\partial \eta^2},$$

pentru condițiile la limită

$c_j = c_{j,\delta}$, pentru $\eta = 0$

$c_j = c_{j,0}$, pentru $\eta = \infty$,

dacă se consideră $c_{j,\delta} = \text{const}$. [4].

În adevăr, în acest caz

$$E \equiv \frac{c_j - c_{j,0}}{c_{j,\delta} - c_{j,0}} = \operatorname{erfc}\left(\frac{\eta}{2\sqrt{\frac{xD_j}{u_\delta}}}\right), \qquad (12)$$

de unde se obține (11).

În problema care face obiectul acestei lucrări, $c_{j,\delta}$ nu este o mărime constantă, δ are o grosime finită funcție de x și viteza u depinde de distanța la perete. Ca o primă aproximație vom folosi expresia (11) deși $c_{j,\delta}$ nu este constant (presupunînd că variază suficient de lent cu x). Faptul că viteza este funcție de distanța la perete limitează posibilitatea folosirii expresiei (11) doar la acele valori ale lui x pentru care distanța Δ de la suprafața liberă pînă la locul de la care concentrația variază puțin este mai mică decît porțiunea din grosimea stratului de lichid în care viteza este aproximativ egală cu u_δ. Evaluăm pe Δ punînd în ecuația (12) $E = 0{,}05$. Se obține

$$\Delta \approx 2{,}8\left(\frac{xD_j}{u_\delta}\right)^{1/2}. \qquad (13)$$

Pentru valori suficient de mari ale lui x, folosim expresia

$$D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta = k_L\,(c_{j,\delta} - \bar{c}_j), \tag{14}$$

unde

$$k_L = 3{,}63\,\frac{D_j}{\delta} \tag{15}$$

și

$$\bar{c}_j = \frac{1}{u_m \delta}\int_0^\delta u c_j\,dy, \tag{16}$$

u_m fiind viteza medie.
Relația (15) a fost stabilită folosind pentru c_j polinomul

$$c_j = c_{j,\delta} - h\delta^2\left(1 - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right), \tag{17}$$

care îndeplinește condițiile :

$c_j = c_{j,\delta}$, pentru $y = \delta$;

$\frac{\partial c_j}{\partial y} = 0$, pentru $y = 0$.

Pentru viteza u a fost folosită binecunoscuta expresie

$$u = \frac{g\delta^2}{\nu}\left(\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right), \tag{18}$$

în care g este acceleraţia gravitaţională, iar ν, viscozitatea cinematică. Expresiile care se obțin pentru k_L din relațiile date de V i a z o v o v [5] sau P o z i n [6], atunci cînd valorile lui x sînt suficient de mari, coincid practic cu expresia (15). Calea pe care a fost stabilită expresia (15) în prezenta lucrare este mai simplă decît aceea din [5] și [6].

Dacă x nu este chiar atît de mare încît să fie valabilă expresia (15), dar nici chiar atît de mic pentru a putea fi folosită expresia (11), propunem să se folosească, deocamdată, tot expresia (11). Ca argument în sprijinul acestei propuneri aducem faptul că soluția ecuației

$$u\frac{\partial c_j}{\partial x} = D_j\frac{\partial^2 c_j}{\partial y^2}, \tag{19}$$

poate fi aproximată, cu o eroare nu prea mare, de soluția ecuației

$$u_\delta\frac{\partial c_j}{\partial x} = D_j\frac{\partial^2 c_j}{\partial y^2}. \tag{20}$$

Prin urmare,

$$D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta = \begin{cases} \left(\frac{D_j u_\delta}{\pi x}\right)^{1/2} (c_{j,\delta} - c_{j,0}), \text{ pentru } 2{,}8\left(\frac{D_j x}{u_\delta}\right)^{1/2} \leqslant \delta_0 & (21\,a) \\ 3{,}63\,\frac{D_j}{\delta}\,(c_{j,\delta} - \bar{c}_j), \quad \text{pentru } 2{,}8\left(\frac{D_j x}{u_\delta}\right)^{1/2} > \delta_0 \cdot & (21\,b) \end{cases}$$

Pentru r_j folosim expresia

$$r_j = \alpha_j p_j \sqrt{\frac{M_j}{2\pi RT}}, \tag{22}$$

în care s-a notat cu:

p_j, tensiunea de vapori a componentului j din amestec;
M_j, greutatea moleculară a componentului j;
R, constanta universală a gazelor;
T, temperatura în °K;
α_j, coeficient subunitar.

Considerînd soluția ideală, avem

$$p_j = X_j P_j, \tag{23}$$

X_j fiind fracția molară a componentului j și P_j, tensiunea de vapori a aceluiași component pur.

În acest caz, căpătăm

$$r_j = \alpha_j P_j X_j \sqrt{\frac{M_j}{2\pi RT}} \equiv k_j X_j. \tag{24}$$

Dacă în relația (22) înlocuim p_j cu p'_j (p'_j fiind presiunea parțială la interfață) obținem o expresie și pentru r'_j. În condițiile unui vid foarte înaintat p'_j este neglijabil în comparație cu p_j și deci și r'_j este neglijabil în comparație cu r_j.

Dacă se pornește de la

$$N \equiv \sum_{j=1}^{m} N_j = \int_0^\delta u c dy, \tag{25}$$

se înlocuiește concentrația totală c cu o valoare medie și se folosește pentru u expresia (18), se obține

$$\delta = \left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3}. \tag{26}$$

Deoarece

$$u_\delta = \frac{g\delta^2}{2\nu}, \tag{27}$$

rezultă, dacă se folosește relația (26), că

$$u_\delta = \frac{g}{2\nu}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{2/3}. \tag{28}$$

Ecuația (21 *a*) devine

$$D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta = \left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3}(c_{j,\delta} - c_{j,0}) \tag{29 a}$$

și ecuația (21 *b*)

$$D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta = 3{,}63\, D_j\left(\frac{cg}{3\nu N}\right)^{1/3}(c_{j,\delta} - \bar{c}_j). \tag{29 b}$$

Presupunerea că δ variază lent cu x ne îndreptățește să neglijăm $\left(\frac{d\delta}{dx}\right)^2$ în comparație cu unitatea.

Pentru a simplifica calculul vom presupune, în cele ce urmează, că $M_1 = M_2 = \cdots = M_m$. În acest caz, $\frac{c_{j,\delta}}{c} = X_{j,\delta}$ și ecuațiile (10) și (24) (după ce se neglijează r_j' în comparație cu r_j și $\left(\frac{d\delta}{dx}\right)^2$ în comparație cu unitatea) conduc la ecuațiile

$$\frac{dN_j}{dx} = D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta + \frac{c_{j,\delta}}{c}\frac{d}{dx}N = -k_{j,\delta}\frac{c_{j,\delta}}{c}. \tag{30}$$

Pentru valori suficient de mici ale lui x este valabilă pentru $D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta$ ecuația (29 *a*), așa că ecuația (30) devine

$$\frac{dN_j}{dx} = \left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3}(c_{j,\delta} - c_{j,0}) + \frac{c_{j,\delta}}{c}\frac{dN}{dx} = -k_{j,\delta}\frac{c_{j,\delta}}{c}, \tag{31}$$

de unde rezultă că

$$c_{j,\delta} = \frac{\left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} c_{j,0}}{\frac{k_{j,\delta}}{c} + \left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} + \frac{1}{c}\frac{dN}{dx}} \tag{32}$$

și

$$\frac{dN_j}{dx} = -\frac{k_{j,\delta}\left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} c_{j,0}}{k_{j,\delta} + c\left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} + \frac{dN}{dx}}. \tag{33}$$

Pentru valori suficient de mari ale lui x este valabilă pentru $D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta$ ecuația (29 *b*), așa că ecuația (30) devine

$$\frac{dN_j}{dx} = 3{,}63\, D_j\left(\frac{cg}{3\nu N}\right)^{1/3}(c_{j,\delta} - \bar{c}_j) + \frac{c_{j,\delta}}{c}\frac{dN}{dx} = -k_{j,\delta}\frac{c_{j,\delta}}{c}, \tag{34}$$

de unde, ținînd seama că

$$N_j = \bar{c}_j u_m \delta \equiv \frac{\bar{c}_j N}{c},$$

rezultă

$$c_{j,\delta} = \frac{3{,}63\, D_j c^2 \left(\frac{cg}{3\nu N}\right)^{1/3}}{k_{j,\delta} + 3{,}63\, D_j c \left(\frac{cg}{3\nu N}\right)^{1/3} + \frac{dN}{dx}} \cdot \frac{N_j}{N} \tag{35}$$

și

$$\frac{dN_j}{dx} = -\frac{3{,}63\, D_j c k_{j,\delta} \left(\frac{cg}{3\nu N}\right)^{1/3}}{k_{j,\delta} + 3{,}63\, D_j c \left(\frac{cg}{3\nu N}\right)^{1/3} + \frac{dN}{dx}} \cdot \frac{N_j}{N}. \tag{36}$$

Pentru valori ale lui x care nu sînt destul de mici pentru ca să fie valabile ecuațiile (33), dar nici destul de mari pentru ca să fie valabile ecuațiile (36), vom folosi ecuațiile (33). Eroarea pe care o comitem este echivalentă, după cum am mai menționat, cu înlocuirea lui u din ecuația (19) prin u_δ.

II. SOLUȚIONAREA ECUAȚIILOR

1. Soluționarea sistemului de ecuații (33)

Pentru o primă apreciere înlocuim pe N și pe $\frac{dN}{dx}$ din (33) prin valorile lor pentru $x = 0$. Pentru $x = 0$, este evident că

$$\frac{dN}{dx} = -\sum_{j=1}^{m} \frac{k_{j,\delta}}{c} c_{j,0}. \tag{37}$$

Prin urmare,

$$\frac{dN_j}{dx} = \frac{-k_{j,\delta} \left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2} \left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3} c_{j,0}}{k_{j,\delta} + c \left(\frac{D_j g}{2\pi x \nu}\right)^{1/2} \left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3} - \sum_{i=1}^{m} \frac{k_{i,\delta}}{c} c_{i,0}}. \tag{38}$$

Prin integrare, se obține

$$N_{j,0} - N_j = \frac{2a_{j,0}}{b_{j,0}} \left[x^{1/2} - \frac{s_{j,0}}{b_{j,0}} \ln \frac{b_{j,0} x^{1/2} + s_{j,0}}{s_{j,0}} \right], \tag{39}$$

unde

$$a_{j,0} \equiv k_{j,\delta} c_{j,0} \left(\frac{D_j g}{2\pi\nu}\right)^{1/2} \left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3}, \quad b_{j,0} \equiv k_{j,\delta} - \sum_{i=1}^{m} \frac{k_{i,\delta} c_{i,0}}{c} \tag{40}$$

și

$$s_{j,0} \equiv c\left(\frac{D_j g}{2\pi\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3}.$$

Un calcul mai exact poate fi făcut alegînd intervale Δx suficient de mici pentru a putea înlocui pe N și $\frac{dN}{dx}$ cu valorile lor de la începutul intervalului. În intervalul n putem scrie

$$N_{j,n-1} - N_j = \frac{2a_{j,n-1}}{b_{j,n-1}}\left(x^{1/2} - x_{n-1}^{1/2} - \frac{s_{j,n-1}}{b_{j,n-1}} \ln\frac{b_{j,n-1}x^{1/2} + s_{j,n-1}}{b_{j,n-1}x_{n-1}^{1/2} + s_{j,n-1}}\right), \quad (41)$$

unde $a_{j,n}$ și $s_{j,n}$ se obțin din $a_{j,0}$ și $s_{j,0}$ înlocuind pe N_0 cu N_n (adică cu N la sfîrșitul intervalului n) și

$$b_{j,n} \equiv k_{j,\delta} + \left(\frac{dN}{dx}\right)_{x=x_n}. \quad (42)$$

Remarcăm că este posibilă obținerea unei ecuații pentru N prin însumarea ecuațiilor (32)

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{\left(\frac{D_j g}{2\pi x\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} c_{j,0}}{k_{j,\delta} + c\left(\frac{D_j g}{2\pi x\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} + \frac{dN}{dx}} = 1. \quad (43)$$

Deoarece în ecuația (43) N apare la puterea 1/3 și chiar dacă $N/N_0 = 0{,}75$, $N^{1/3} \approx N_0^{1/3}$, îl înlocuim pe N prin N_0 *).

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{\left(\frac{D_j g}{2\pi x\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3} c_{j,0}}{k_{j,\delta} + c\left(\frac{D_j g}{2\pi x\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3} + \frac{dN}{dx}} = 1. \quad (44)$$

Ecuația (44) este un polinom de gradul m în $\frac{dN}{dx}$. Introducînd notațiile

$$A_j \equiv \left(\frac{D_j g}{2\pi x\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3} c_{j,0} \quad (45)$$

și

$$B_j \equiv k_{j,\delta} + c\left(\frac{D_j g}{2\pi x\nu}\right)^{1/2}\left(\frac{3\nu N_0}{cg}\right)^{1/3}, \quad (46)$$

*) În lucrările noastre precedente am scris pentru $\frac{dN}{dx}$ o ecuație ceva mai complicată decît ecuația (44).

ecuația (44) se scrie

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{A_j}{B_j + \dfrac{dN}{dx}} = 1. \tag{47}$$

Să considerăm că $B_1 < B_2 < \cdots < B_m$. Ecuația (47) are cîte o rădăcină în fiecare interval $-B_j$ și $-B_{j+1}$, și o rădăcină între 0 și $-B_1$. Selecția o facem pe considerentul că rădăcina valabilă din punct de vedere fizic trebuie să tindă către o limită finită cînd $x \longrightarrow 0$. În adevăr, în acest din urmă caz

$$\frac{dN}{dx} = -\sum_{j=1}^{m} k_{j,\delta} X_{j,0}. \tag{48}$$

Cele $m-1$ rădăcini cuprinse între $-B_1$ și $-B_m$ tind toate către infinit cînd $x \longrightarrow 0$. Rădăcina valabilă din punct de vedere fizic se poate deci găsi doar între 0 și $-B_1$.

O dată $\dfrac{dN}{dx}$ cunoscut, determinarea lui N_j se face cu ajutorul integralei

$$N_{j,0} - N_j = \int_0^x \frac{k_{j,5} A_j}{B_j + \dfrac{dN}{dx}}\, dx. \tag{49}$$

Remarcăm că în cazul unui amestec binar (47) este de gradul al doilea și integrala care apare în (49) poate fi exprimată prin funcții elementare.

2. Soluționarea sistemului de ecuații (36)

Dacă, pentru simplificarea scrierii, notăm

$$\beta_j(x) \equiv 1 + \frac{k_{j,\delta}}{3{,}63\, D_j c}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} + \frac{1}{3{,}63\, D_j c}\left(\frac{3\nu N}{cg}\right)^{1/3} \frac{dN}{dx}, \tag{50}$$

ecuațiile (36) devin

$$\frac{dN_j}{dx} = -k_{j,\delta} \frac{N_j}{N} \frac{1}{\beta_j(x)}. \tag{51}$$

Prin integrare, se obține

$$N_j = N_{j,l_0} \exp -\left[\int_{l_0}^{x} \frac{dx}{\beta_j(x)\, N(x)}\right], \tag{52}$$

l_0 fiind valoarea lui x de la care este valabilă ecuația (36).

Însumînd ecuațiile (52) în raport cu j, se obține ecuația

$$N = \sum_{j=1}^{m} N_{j,l_0} \exp -\left[\int_{l_0}^{x} \frac{dx}{\beta_j(x)\, N(x)}\right], \tag{53}$$

în care nu apare N_j.

Soluționînd ecuația (53) printr-un procedeu de aproximație oarecare, putem determina și funcțiile N_j (cel puțin grafic). Numărul variantelor posibile este mare.

Vom indica în cele ce urmează o metodă de soluționare din aproape în aproape, care are avantajul de a putea fi oricît de precisă dorim. Împărțim, în acest scop, intervalul dintre l_0 și l (l este înălțimea plăcii) într-o serie de intervale astfel alese încît $\beta_j(x)$ să poată fi considerat practic constant și egal cu valoarea la începutul intervalului. În interiorul intervalului n avem

$$N_j = N_{j,n-1} \exp - \left[k_{j,\delta} \int_{x_{n-1}}^{x} \frac{dx}{\beta_j(x_{n-1})\, N(x)} \right] \tag{54}$$

și

$$N = \sum_{j=1}^{m} N_{j,n-1} \exp - \left[k_{j,\delta} \int_{x_{n-1}}^{x} \frac{dx}{\beta_j(x_{n-1})\, N(x)} \right]. \tag{55}$$

Dacă notăm

$$\psi(x) = \int_{x_{n-1}}^{x} \frac{dx}{N(x)} \tag{56}$$

și ținem seama că

$$\frac{d\psi(x)}{dx} = \frac{1}{N(x)}, \tag{57}$$

ecuația (55) se scrie

$$\frac{dx}{d\psi} = \sum_{j=1}^{m} N_{j,n-1} \exp - \left[\frac{k_{j,\delta}}{\beta_j(x_{n-1})} \psi(x) \right]. \tag{58}$$

Prin integrarea ecuației (58), se obține

$$x - x_{n-1} = \sum_{j=1}^{m} \frac{N_{j,n-1}\, \beta_j(x_{n-1})}{k_{j,\delta}} \left[1 - \exp - \left[\frac{k_{j,\delta}}{\beta_j(x_{n-1})} \psi \right] \right], \tag{59}$$

sau, eliminînd pe ψ între una din ecuațiile (54) și ecuația (59),

$$x - x_{n-1} = \sum_{j=1}^{m} \frac{N_{j,n-1}\beta_j(x_{n-1})}{k_{j,\delta}} \left[1 - \left(\frac{N_i}{N_{i,n-1}} \right)^{\frac{\beta_i(x_{n-1})}{k_{i,\delta}} \frac{k_{j,\delta}}{\beta_j(x_{n-1})}} \right]. \tag{60}$$

III. CAZUL CURGERII ONDULATE

Pentru numere Reynolds mai mari decît aproximativ 30, curgerea laminară încetează să mai fie stabilă [4]. Nestaționaritatea care apare are un caracter ordonat (și nu unul dezordonat ca în cazul turbulenței). Din punct de vedere practic interesează în acest caz valoarea medie în raport cu timpul (pe perioada τ a mișcării ondulate) a debitului fiecăruia dintre componenți.

Scopul acestui paragraf este să precizeze modificările care trebuie introduse în ecuațiile stabilite în paragraful I, pentru ca ele să poată fi folosite drept ecuații mediate în raport cu timpul în cazul curgerii ondulate.

Să mediem ecuațiile (7) și (8) în raport cu timpul pe perioada τ a mișcării ondulate. Notăm cu o bară deasupra mărimile mediate în raport cu timpul.

Considerînd cazul în care concentrațiile c_j variază lent cu timpul, putem scrie că valoarea medie a produsului dintre două mărimi, dintre care una este concentrația c_j, este aproximativ egală cu produsul valorilor medii în timp a celor două mărimi.

Prin urmare,

$$\overline{\frac{c_{j,\delta}}{c}\frac{\partial}{\partial t}\int_0^{\delta} c\,dy} \approx 0 \tag{61}$$

și

$$\overline{k_{j,\delta}X_{j,\delta}\sqrt{1+\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)^2}} \approx k_{j,\delta}\overline{X}_{j,\delta}\sqrt{1+\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)^2}.$$

Ecuațiile (7) și (8) devin

$$\frac{d}{dx}\overline{N}_j = \overline{D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_{\delta}} + \frac{\overline{c}_{j,\delta}}{c}\frac{d}{dx}\overline{N} = -k_{j,\delta}\overline{X}_{j,\delta}\sqrt{1+\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)^2}. \tag{62}$$

Pentru calcularea mărimilor $\overline{D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_{\delta}}$ și $\overline{\sqrt{1+\left(\frac{\partial\delta}{\partial x}\right)^2}}$, folosim o serie de relații stabilite de Kapitza [7], [8].

Pentru grosimea δ a filmului de lichid folosim expresia

$$\delta = \delta_1\,(1 + \alpha\,\sin\,(k\,x - \omega\,t)) \tag{63}$$

în care

$$\alpha^2 = 0{,}21, \tag{64}$$

$$k = \left(0{,}9\,\frac{Q\rho g}{\sigma\nu}\right)^{1/2} \tag{65}$$

și

$$\omega = c_0\,k, \tag{66}$$

unde

$$c_0 = \left(\frac{5{,}76\,gQ^2}{\nu}\right)^{1/3},$$

δ_1 fiind valoarea medie a lui δ; Q, debitul volumetric pe unitatea de lărgime; σ, tensiunea superficială.

Aceste expresii sînt valabile numai dacă

$$\frac{2\pi}{k} > 14\,\delta_1, \tag{67}$$

deci dacă lungimea de undă a mișcării ondulate este suficient de mare în comparație cu grosimea filmului de lichid.

Prin derivarea ecuației (63), căpătăm

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} = \frac{\partial \delta_1}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \delta_1}{\partial x} \sin(kx - \omega t) + \alpha k \delta_1 \cos(kx - \omega t). \tag{68}$$

În cazul distilării moleculare δ_1 depinde de x, variază însă, în general, lent cu x. Din acest motiv vom neglija primii doi termeni în comparație cu al treilea termen. Prin urmare,

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2} = \sqrt{1 + \alpha^2 k^2 \delta_1^2 \cos^2(kx - \omega t)}, \tag{69}$$

și

$$\varphi \equiv \overline{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial x}\right)^2}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{1 + Ka} \cdot E\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{Ka}{1 + Ka}}\right), \tag{70}$$

unde E este integrala eliptică de-a doua specie și

$$Ka \equiv \frac{Q^{5/3} \rho g^{1/3}}{3 \sigma \nu^{1/3}}. \tag{71}$$

Întrucît analizăm cazurile în care lungimea de undă este mare în comparație cu grosimea filmului de lichid, amestecarea provocată în interiorul filmului de mișcarea ondulată este practic neglijabilă. În acest caz putem considera că pentru valori suficient de mari ale lui x este valabilă pentru c_j tot expresia (17).

Avînd în vedere faptul, că în cazul curgerii ondulate [4],

$$u = u_{\text{laminar}} F(\sin(kx - \omega t)), \tag{72}$$

F dispare în calculul concentrației $\bar{c}_j$ date de expresia (16), și se obține și în acest caz

$$D_j \left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta = 3{,}63 \frac{D_j}{\delta} (c_{j,\delta} - \bar{c}_j) \tag{73}$$

și deci, pe baza unei observații făcute mai sus,

$$\overline{D_j \left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta} \approx 3{,}63 D_j \overline{\frac{1}{\delta}} (\bar{c}_{j,\delta} - \bar{\bar{c}}_j). \tag{74}$$

Kapitza [8] a arătat însă că

$$\overline{\frac{1}{\delta}} = 1{,}2 \frac{1}{\delta_{\text{laminar}}}. \tag{75}$$

Pentru lungimi de undă mari, în comparație cu grosimea filmului de lichid, este de așteptat, din motivele indicate mai sus, ca pentru valorile lui x la care adîncimea de pătrundere prin difuziune este mai mică decît δ

expresia lui $\overline{D_j\left(\frac{\partial c_j}{\partial y}\right)_\delta}$ să nu difere de cea corespunzătoare curgerii laminare decît prin faptul că în locul lui $c_{j,\delta}$ apare $\bar{c}_{j,\delta}$.

Ținînd seama de aceste observații, trecerea de la ecuațiile valabile, pentru N_j, în cazul curgerii laminare, la ecuațiile mediate în raport cu timpul, valabile în cazul curgerii ondulate, se face cu ușurință (dacă lungimea de undă este suficient de mare în comparație cu grosimea stratului de lichid).

ИСПАРЕНИЕ ТОНКОЙ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ В ВЫСОКОМ ВАКУУМЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе приводятся с некоторыми дополнениями результаты, полученные автором в [1], [2] и [3]. В работе, кроме того, содержатся замечания, касающиеся случая волнового течения.

Рассматривается вертикальная стена, по которой стекает тонкая пленка жидкости, состоящая из нескольких компонентов, подверженных молекулярной дистилляции. Так как в связи с этими компонентами возникает вопрос о зависимости дебита каждого из них от расстояния их от места втекания жидкости, то в первой части работы устанавливаются уравнения, дающие возможность найти эту зависимость. Разработанный с этой целью метод состоит в замене локальных уравнений диффузий уравнениями, в которые входят дебиты N_j различных компонентов, и аппроксимации в этих последних уравнениях, при помощи некоторых выражений, диффузионных потоков на свободной поверхности. Во второй части работы рассматривается решение полученных систем уравнений, а в третьей части рассматривается волновое течение.

VAPORISATION D'UN FILM MINCE DE LIQUIDE DANS LE VIDE AVANCÉ

(RÉSUMÉ)

Cette étude présente, avec quelques complétements, les résultats obtenus par l'auteur dans [1], [2] et [3]. L'étude contient également quelques observations concernant le cas de l'écoulement ondulé.

On considère une paroi verticale sur laquelle s'écoule un film mince de liquide, formé de plusieurs constituants et soumis à la distillation moléculaire. Etant donné que, en ce qui concerne ces constituants, le seul problème qui se pose est celui de la dépendance du débit de chacun d'eux de la distance x du point d'entrée du liquide, dans la première partie de l'étude on établit les équations qui permettent de trouver cette dépendance. La méthode développée à cet effet consiste à remplacer les équa-

tions locales de la diffusion par des équations dans lesquelles apparaissent les débits N_i des diverss constituants; dans ces dernières équations, on emploie certaines expressions approximatives pour les courants de diffusion à la surface libre. La deuxième partie de l'étude est consacrée à la solution des systèmes d'équations obtenus, tandis que la troisième partie traite de l'écoulement ondulé.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Ruckenstein, D.A.N. SSSR, 1956, vol. 108, nr. 3.
2. — D.A.N. SSSR, 1956, vol. 108, nr. 4.
3. — Comunicările Acad. R.P.R., t. VI, nr. 5, 1956.
4. V. G. Levici, *Fiziko-himiceskaia ghidrodinamika.* Izd. Acad. Nauk SSSR, Moscova, 1952.
5. V. Viazovov, J.T.F., vol. 10, p. 1519, 1940 (citat de V. M. Ramm, *Absorbționnoie proțesi v himiceskoi promîșlennosti.* Goshimizdat, Moscova, 1952).
6. M. E. Pozin, J. P. H., 1947. vol, 20, p. 205.
7. P. L. Kapitza, J.E.T.F., 1948, vol. 18, p. 3 (citat în [4]).
8. — J.E.T.F., 1951, vol. 21, p. 964.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 1, 1957

DISTRIBUȚIA DE ENERGIE A ELECTRONILOR ÎNTR-O DESCĂRCARE DE FOARTE ÎNALTĂ FRECVENȚĂ ÎN HIDROGEN

DE

F. CIORĂSCU

I. REZULTATE EXPERIMENTALE

Într-o lucrare anterioară [1] a fost descrisă metoda întrebuințată pentru studiul experimental al unora dintre proprietățile descărcărilor de înaltă frecvență în hidrogen și s-au arătat unele dintre rezultatele

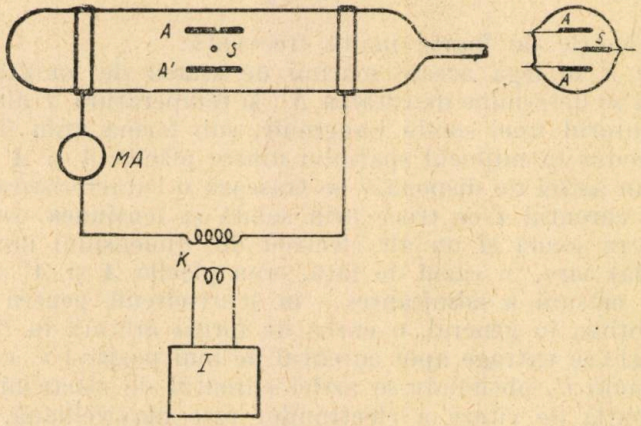


Fig. 1

brute obținute. În lucrarea de față se discută mai pe larg aceste rezultate.

Metoda utilizată se reduce la următoarele: ionizarea gazului este obținută la frecvența de 2,5 MHz, într-un tub cu electrozi exteriori în care se introduce hidrogen pur la presiuni variate. Curentul de descărcare întreținut de oscilatorul I (fig. 1) se măsoară cu instrumentul MA și

se variază cu ajutorul cuplajului inductiv K dintre oscilator și circuitul tubului de descărcare.

Gazului astfel ionizat i se aplică, între electrozii interiori A și A' un cîmp electric slab, a cărui frecvență este cuprinsă între 100 și 170 MHz. Acest cîmp este suficient de mic pentru a nu perturba ionizarea preexistentă, iar frecvența sa este suficient de ridicată pentru a nu interacționa cu cîmpul care întreține ionizarea. În aceste condiții se măsoară admitanța complexă a tubului între plăcile AA', printr-o metodă de rezonanță pe circuite cu constante uniform repartizate, considerate fără pierderi proprii. Componentele admitanței complexe

$$\mathcal{A} = X + jY \tag{1}$$

pot fi măsurate separat. Ținîndu-se seama de valorile conductanței X_0 și susceptanței Y_0 la mersul în gol, care pot fi de asemenea măsurate, se pot deduce (în ipoteza persistenței acelorași distorsiuni pentru cîmp și curenți, atît sub sarcină cît și în gol) pe de o parte constanta dielectrică a gazului ionizat

$$k = \frac{Y}{Y_0} \tag{2}$$

și, pe de altă parte, conductibilitatea reală

$$\sigma = \frac{X - X_0}{4\pi Y_0}\,\omega \tag{3}$$

în cîmpul electric de foarte înaltă frecvență.

Pentru a se lega aceste mărimi de starea de ionizare a gazului, s-a căutat să se determine densitatea N^- și temperatura T ale electronilor liberi, cu ajutorul unei sonde Langmuir, sub forma unui fir subțire de platină, introdus în mijlocul spațiului dintre plăcile A și A'. După cum se știe, cu un astfel de dispozitiv se trasează o caracteristică curent-tensiune, între curentul i ce trece prin sondă și tensiunea continuă U ce se aplică între sondă și un alt electrod de dimensiuni mult mai mari (contra-sondă) care, în cazul de față, erau plăcile A și A' aflate — prin circuitul de măsură a admitanței — în scurt-circuit pentru curent continuu. Se obține, în general, o curbă de forma arătată în figura 2. Din curentul total i se extrage apoi curentul de ioni pozitivi i_+ corespunzător fiecărei tensiuni U, obținîndu-se astfel curentul de electroni $i = i - i_+$. Dacă distribuția de viteze a electronilor este maxwelliană, $\log i_-$ este o dreaptă pînă în regiunea în care potențialul sondei devine egal cu potențialul U_p al descărcării în locul în care se găsește sonda, cînd dreapta se frînge brusc. Din panta acestei drepte se deduce temperatura electronilor T, iar din T și din valoarea curentului de electroni corespunzător potențialului U_p se deduce numărul de electroni liberi pe centimetrul cub, N^-.

În condițiile în care s-a lucrat, măsurările au putut fi conduse exact în acest mod; în particular $\log i_-$ este întotdeauna o dreaptă,

ceea ce dovedește că distribuția de viteze a electronilor este maxwelliană. Acesta este un prim rezultat obținut cu ajutorul sondei.

Lucrînd la presiuni cuprinse între $6 \cdot 10^{-3}$ și $6 \cdot 10^{-4}$ mm Hg și la curenți de descărcare cuprinși între 20 și 60 mA, sonda a indicat temperaturi electronice cuprinse între $5 \cdot 10^4$ și 10^5 °K, ceea ce corespunde la energii medii de agitație de 6—12 eV (aproximativ). În ceea ce privește densitățile de electroni, acestea erau cuprinse între $6 \cdot 10^6$ și $6 \cdot 10^7$ cm^{-3}.

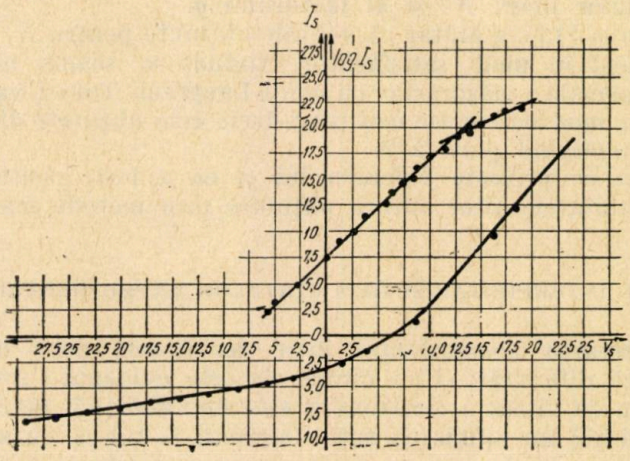


Fig. 2

Ambele mărimi s-au dovedit a fi complet determinate de cîmpul ce întreține descărcarea, suprapunerea celui de-al doilea cîmp neaducînd nici o modificare valorilor lui N^- și T^-.

Aceste valori ale lui N^- au putut fi comparate cu cele deduse din măsurările de conductanță și susceptanță. Pentru aceasta s-a plecat de la ecuația de mișcare a unui electron sub influența cîmpului de înaltă frecvență $E\varepsilon^{j\omega t}$, adică

$$m\dot{v} + gv = e\,E\varepsilon^{j\omega t}, \tag{4}$$

în care factorul g poate fi interpretat ca un coeficient de frecare măsurînd pierderile de energie ale electronului în ciocnirile lui cu moleculele gazului. Rezultă de aici că viteza electronului la momentul t va fi

$$v = \frac{g - j\omega m}{m^2\omega^2 + g^2} eE\varepsilon^{j\omega t}. \tag{5}$$

În ipoteza simplă că toți electronii au la momentul t aceeași viteză v, densitatea curentului instantaneu va fi

$$I = \left[Ne^2 \frac{g - j\omega m}{g^2 + m^2\omega^2} + j\frac{\omega}{4\pi}\right] E\varepsilon^{j\omega t}, \tag{6}$$

în care s-a ținut seama și de curentul de deplasare, suprapus peste curentul de conducție. Ultima ecuație conduce pentru conductibilitatea reală σ și pentru constanta dielectrică k la expresiile

$$\sigma = \frac{Ne^2 g}{g^2 + m^2\omega^2} \quad \text{și} \quad k = 1 - \frac{4\pi Ne^2 m}{g^2 + m^2\omega^2} \tag{7}$$

care, cuplate cu valorile măsurate ale lui σ și k, permit calculul densității electronilor liberi N^- și al factorului g.

În lucrarea [1] s-a arătat că valorile obținute pentru N^- prin ambele metode coincid în mod satisfăcător, ținîndu-se seama bineînțeles de imprecizia normală a măsurărilor cu sonda Langmuir. Totuși, valorile date de sondă sînt în mod sistematic mai mari decît cele obținute din admitanță, raportul lor mergînd pînă la 2.

În ceea ce privește valoarea lui g, ea a fost găsită în concordanță cu rezultatele altor autori, obținute prin metode mai simple [2].

II. INTERPRETAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE

Interpretarea concordanței între rezultatele date de cele două metode ridică dificultăți. Una dintre ele este evidentă: sonda a arătat că distribuția de viteze a electronilor este maxwelliană, pe cînd la stabilirea ecuației (7) am admis că toți electronii se mișcă cu aceeași viteză pe direcția cîmpului în care se studiază proprietățile de absorpție și dispersie ale gazului ionizat. O altă dificultate o ridică chiar posibilitatea existenței distribuției de viteze maxwelliene la densitățile de electroni liberi relativ slabe la care s-a lucrat, întrucît asemenea distribuții nu s-au observat în tuburile de descărcare la densități mai mici decît 10^9 electroni/cm^3.

Într-adevăr, valorile găsite pentru temperatura electronilor, mult mai mari decît temperatura gazului, ar dovedi că echilibrul „termic" al electronilor rezultă mai ales din interacțiunea lor, pe cînd ciocnirile între electroni, pe de o parte, și ionii pozitivi, ionii negativi și moleculele neutre, pe de altă parte, nu joacă decît un rol foarte redus din punctul de vedere al distribuției energiei cinetice a electronilor. Dimpotrivă, schimburile de energie între electroni pot fi mari și dacă condiția de cvasineutralitate a gazului este local îndeplinită iar cîmpul aplicat din exterior este slab, distribuția de viteze devine maxwelliană. Această imagine calitativă a fenomenului este destul de greu de transpus în calcul, deoarece trebuie să se aprecieze și rolul ciocnirilor neelastice ale electronilor cu moleculele gazului, precum și recombinările. Unul dintre criteriile cele mai cunoscute cu ajutorul căruia se pot despărți — într-o primă aproximație — condițiile de existență ale unei distribuții maxwelliene de una nemaxwelliană, a fost dat de B. Davîdov [3]. Criteriul său face uz de expresia

$$B = \frac{3\pi Ne^2}{\lambda E_a} \ln \left[\frac{\overline{w}}{2e^2 (\pi N^-)^{1/3}} \right], \tag{8}$$

în care λ este drumul liber mijlociu al electronilor iar $\overline{w}$ este energia lor cinetică medie. După D a v î d o v, dacă $B > 5$, interacțiunea dintre electroni este întotdeauna suficient de importantă ca distribuția vitezelor lor să fie maxwelliană, iar dacă $B < 0{,}1$, interacțiunea trebuie neglijată, iar distribuția va fi alta decît cea maxwelliană.

Corespunzător acestor limite, cîmpul electric E_a în care se întreține descărcarea ar trebui să fie cuprins — în tubul nostru — între cîteva miimi de volt/cm pentru $B = 5$ și aproximativ o zecime de volt/cm pentru $B = 0{,}1$, ceea ce desigur nu poate fi cazul.

Urmează de aici că distribuția maxwelliană găsită nu corespunde cazului normal în care ea apare.

Ne propunem să arătăm în cele ce urmează că ambele dificultăți pot fi îndepărtate cu ajutorul unei singure ipoteze. Ne vom ocupa mai întîi de distribuția de viteze.

Cu mai mulți ani în urmă, unii autori au reușit să arate că există o strînsă asemănare între descărcările de înaltă frecvență și coloana pozitivă omogenă din descărcările în curent continuu (de exemplu H. B e c k [4], J. T o w s e n d [5] și G. J a r n o l d [6].

După cum se știe , coloana pozitivă dintr-un tub de descărcare este o plasmă în care componenta longitudinală a cîmpului electric este constantă și relativ slabă, pe cînd componenta radială crește de la centrul tubului spre pereți. Ecuația lui Poisson conduce atunci la concentrații egale de particule pozitive și negative în lungul tubului, pe cînd pe direcția transversală densitatea sarcinilor pozitive întrece pe a celor negative pe măsură ce ne apropiem de pereți; este ceea ce rezultă din cunoscutul fenomen al difuziei ambipolare. În plus, dacă condiția de interacțiune despre care s-a vorbit mai sus este satisfăcută, distribuția de viteze a electronilor este maxwelliană.

Multe dintre aceste proprietăți au fost recunoscute și în descărcările de înaltă frecvență, dar asemănarea nu poate fi împinsă pînă la identitate, cel puțin în momentul de față, deoarece datele experimentale sînt încă incomplete iar fizicienii nu sînt încă de acord asupra mecanismului de întreținere a descărcărilor de acest tip. Totuși, cauza unora dintre aceste asemănări apare azi destul de clară.

Într-adevăr, fenomenele ce corespund unei medii statistice de procese individuale, cum ar fi distribuția de viteze a electronilor de care ne ocupăm, ar trebui să nu deosebească un fenomen staționar, ce li se suprapune, de unul alternativ, atîta vreme cît într-o perioadă a acestuia din urmă se cuprind un număr suficient de mare de procese individuale. Cu alte cuvinte, în cazul nostru, o descărcare în curent alternativ ar avea aceeași distribuție de viteze a electronilor liberi ca și coloana pozitivă a unei descărcări în curent continuu, dacă timpul mediu ce se scurge între două ciocniri ale unui electron este mult mai mare decît perioada curentului alternativ ce întreține descărcarea iar — în cazul cînd și aceasta contează — intensitatea cîmpului electric continuu este egală cu valoarea efectivă a intensității cîmpului alternativ. Or, deși s-a lucrat la presiunile slabe indicate mai sus, s-a găsit — după cum se va arăta mai departe — că timpul mediu între două ciocniri electronice este de ordinul a 10^{-8} s,

pe cînd perioada cîmpului alternativ ce întreține ionizarea este de aproximativ 10^{-6} s. Avîndu-se în vedere împrăștierea direcțiilor de mișcare pe care electronul le ia în timpul celor 100 de ciocniri, variația (într-un domeniu îngust) și că chiar schimbarea de sens a cîmpului electric, trebuie să rămînă fără efect asupra legii de distribuție a vitezelor electronilor.

Această demonstrație calitativă a fost considerată suficientă pentru ca problema distribuției vitezelor electronilor să fie tratată ca și într-o descărcare în curent continuu, unde lucrurile sînt destul de bine cunoscute.

Aci s-a putut arăta de exemplu în [7] că distribuția căutată $f(w)$ rămîne aproape izotropă, dacă diferența de potențial pe drum liber λE este mică față de energia electronilor w. Două cazuri au fost tratate: unul simplificat, cînd se ține seama numai de ciocnirile elastice, celălalt complet, cînd se iau în considerație și ciocnirile neelastice (excitante și ionizante). În cazul din urmă funcția de distribuție a vitezelor electronilor nu este niciodată simplă și depinde de domeniul energiei w. Pentru cele ce s-au urmărit în lucrarea de față, primul caz s-a dovedit suficient.

Funcția căutată $f(w)$, se deduce scriind, pe de o parte că energia pierdută de electroni prin ciocniri elastice este egală cu energia cîștigată de la cîmp (ecuația bilanțului energetic) iar, pe de altă parte, relația între viteza electronilor și cîmpul E (ecuația mobilității). Ambele ecuații conțin pe $f(w)$ și pe $f(\ w)$. Prin combinarea lor și integrare se obține

$$f(w) = C\, w^{\frac{1}{2}}\ \varepsilon^{-\frac{3\delta}{e^2E^2}\int_0^w \frac{w}{\lambda^2}\,dw}, \tag{9}$$

în care $\delta = \dfrac{\Delta w}{w}$ este fracția de energie pierdută într-o ciocnire elastică, iar integrala de la exponent corespunde cazului general cînd λ este o funcție oarecare de w. Funcția de distribuție calculată astfel este departe de a fi maxwelliană, aceasta din urmă avînd forma

$$f(w) = Cw^{\frac{1}{2}}\ \varepsilon^{-\frac{w}{kT}}. \tag{10}$$

Pentru a merge mai departe, trebuie să stabilim legătura între λ și w pentru o descărcare în hidrogen. Această legătură, sub forma $Q(w)$, unde $Q = \dfrac{1}{\lambda}$ reprezintă secțiunea eficace de ciocnire a electronilor față de moleculele de gaz, a fost de mult stabilită experimental de către E. Brücke [8], C. Normand [9] și C. Ramsauer și R. Kolath [10]; curbele respective sînt reprezentate în figura 3.

Apropierea între curba heliului și cea a hidrogenului se datorește asemănării între structura electronică a atomului de He și a moleculei H_2. Din aceste curbe se deduce că raportul $\dfrac{v}{\lambda} = \nu_c$, care reprezintă frecvența ciocnirilor electronice la presiunea corespunzătoare, poate fi considerat constant pentru heliu pînă la viteze foarte mari iar pentru hidrogen într-un interval mai îngust. Presupunînd că energia medie a electronilor din

descărcare este cuprinsă în domeniul în care $\nu_c = \text{const.}$, rezultă că $\frac{w}{\lambda^2} = \left(\frac{m}{2}\right).(v^2/\lambda^2) = \frac{m\nu_c}{2} = \text{const.}$, iar funcția de distribuție devine

$$f(w) = Cw^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{3m\nu_c^2\delta}{2e^2E^2}w} = Cw^{\frac{1}{2}} \varepsilon^{-\frac{w}{C_1}}; \qquad (11)$$

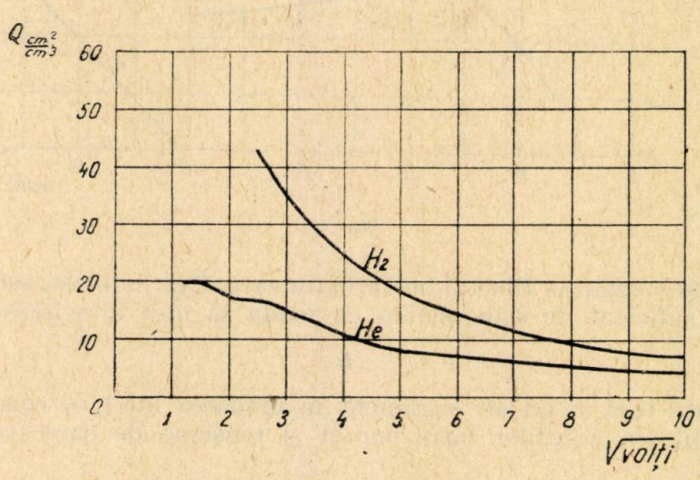


Fig. 3

deci maxwelliană. Temperatura acestei distribuții va fi atunci dată de relația

$$C_1 = kT = \frac{2e^2E^2}{3m\nu_c^2\delta}. \qquad (12)$$

Cele de mai sus ar putea constitui o explicație a existenței distribuției maxwelliene pentru energiile electronilor în descărcările de înaltă frecvență în hidrogen, în condițiile proprii experiențelor noastre. Într-adevăr, din figura 3 rezultă că ν_c poate fi admis constant pentru hidrogen în intervalul de energii de agitare a electronilor cuprins între 4 și 36 eV. Cum, în cazul nostru, energiile medii ale electronilor deduse din temperatură se află între 7 și 13 eV ar rezulta că puținii electroni care ies în afara intervalului 4—36 eV și se abat deci de la regula $\nu_c = \text{const.}$ rămîn fără influență asupra distribuției determinată cu sonda Langmuir.

Mai avem de răspuns încă la o întrebare: cum se face că nici ciocnirile excitante, care pentru hidrogen încep la circa 9 eV și nici ciocnirile ionizante, care încep ceva mai sus de 16 eV, nu perturbă distribuția, care ar trebui să păstreze forma de mai sus numai dacă toate ciocnirile electronice ar rămîne elastice. Și aici explicația constă în aceea că ciocnirile perturbatoare sînt în număr mult mai mic decît ciocnirile elastice.

Din figura 4, care reprezintă secțiunile eficace de excitare, ionizare și totală pentru hidrogen [7], se vede într-adevăr că numărul total al ciocnirilor rămîne de aproximativ 50 ori mai mare decît numărul ciocnirilor

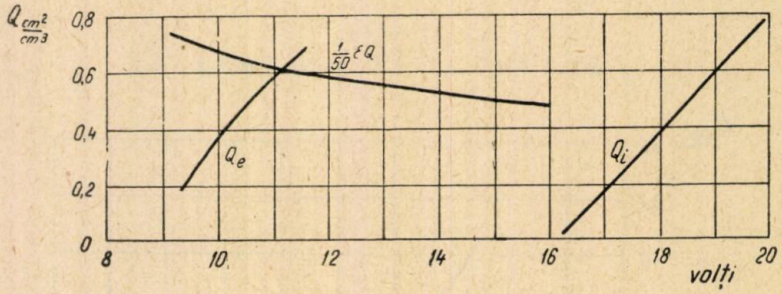


Fig. 4

excitante și ionizante. Efectul perturbator care, fără îndoială, este prezent, este însă suficient de slab pentru ca sonda să nu-l înregistreze.

★

Există însă și un alt argument în favoarea lui $\nu_c = \text{const.}$, impus de valabilitatea relațiilor între curent și tensiune de care s-a făcut uz mai sus.

Să admitem, în conformitate cu condițiile în care s-au executat experiențele, că aplicăm un cîmp alternativ foarte slab unui gaz ionizat, care se supune distribuției maxwelliene în ceea ce privește vitezele electronilor, și ne propunem să găsim intensitatea curentului electric între cele două plăci A și A' (fig. 1) între care există acest cîmp. Pentru un electron care se mișcă liber, ecuația de mișcare pe direcția cîmpului va fi

$$m\,\ddot{x} = e\,E\,\varepsilon^{j\omega t}, \tag{13}$$

din care rezultă viteza v la momentul t,

$$v = \frac{e}{m} \cdot \frac{E\varepsilon^{j\omega t}}{j\omega}\left[1 - e^{-j\omega(t-t_0)}\right] + v_0\,, \tag{14}$$

dacă admitem că intervalul $t - t_0$ a fost parcurs fără ciocniri, v_0 fiind viteza electronului pe direcția cîmpului la momentul t_0. Curentul echivalent la momentul t va fi evident

$$i = \frac{e^2}{m} \cdot \frac{E\varepsilon^{j\omega t}}{j\omega}\left[1 - \varepsilon^{-j\omega(t-t_0)}\right] + v_0 e\,. \tag{15}$$

Să admitem acum că, atunci cînd intră în considerație un număr foarte mare de electroni, v_0 este nul în medie. Aceasta înseamnă că în calculul curentului instantaneu, transportat de totalitatea electronilor, aceștia din urmă nu intervin decît cu viteza cîștigată după ultima ciocnire, iar contribuția lor la intensitatea curentului depinde numai de durata

ultimului lor timp liber t_s. Pe de altă parte, ipoteza $\nu_c = \text{const.}$ aduce după sine independența de viteză a duratei medii a timpilor liberi. Rezultă deci că există un singur timp liber mijlociu T_s pentru toți electronii, dat de relația

$$T_s = \frac{1}{\nu_c} = \frac{\lambda}{v} . \tag{16}$$

Vom mai admite în sfîrșit că distribuția timpilor liberi în jurul valorii medii T_s este o distribuție de haos. Aceasta înseamnă că, în unitatea de volum, fracția din numărul de electroni, $\frac{dN^-}{N^-}$ al căror timp liber este cuprins între t_s și $t_s + dt_s$ este dată de relația

$$\frac{dN^-}{N^-} = \frac{1}{T_s} \varepsilon^{-\frac{t_s}{T_s}} dt_s . \tag{17}$$

Din cele de mai sus rezultă că densitatea curentului datorit acestor electroni va fi

$$dI = \frac{N^- e^2}{m} \cdot \frac{E \varepsilon^{j\omega t}}{j\omega} [1 - \varepsilon^{-j\omega t_s}] \varepsilon^{-\frac{t_s}{T_s}} \frac{dt_s}{T_s} . \tag{18}$$

Densitatea curentului total I se obține integrînd pe toți timpii liberi între zero și infinit,

$$I = \frac{N^- e^2}{m} \cdot \frac{E \varepsilon^{j\omega t}}{j\omega} \left[1 - \frac{\frac{1}{T_s}}{\frac{1}{T_s} + j\omega} \right] . \tag{19}$$

Punînd $\frac{1}{T_s} = \nu_c$, obținem

$$I = \frac{N^- e^2}{m} E \varepsilon^{j\omega t} \frac{\nu_c - j\omega}{\nu_c^2 + \omega^2} , \tag{20}$$

de unde, conductibilitatea complexă este dată de

$$\sigma_c = \frac{N^- e^2}{m} \cdot \frac{\nu_c - j\omega}{\nu_c^2 + \omega^2} . \tag{21}$$

Comparînd această expresie cu relația

$$\sigma_c = N^- e^2 \frac{g - j\omega m}{g^2 + \omega^2 m^2} , \tag{7}$$

de care s-a făcut uz mai înainte, se constată că ele sînt identice, cu condiția ca $\frac{g}{m} = \nu_c$, ceea ce s-a mai presupus și de alți autori.

Demonstrația de față ar arăta că relația de care ne-am servit la calculul lui $\bar{N}$ este corectă atît timp cît $\nu_c = \text{const.}$, iar distribuția de drumuri libere este o distribuție de haos. Este evident că aceasta implică și o distribuție maxwelliană de viteze, singura posibilă în astfel de condiții.

Cîmpuri foarte slabe sînt implicate și în prima noastră ipoteză: v_0 nul în medie. Aceasta înseamnă că practic ar fi suficientă o singură ciocnire pentru ca influența cîmpului perturbator să fie anihilată.

În concluzie, se poate afirma că relația pentru σ_c, de care s-a făcut uz, este aplicabilă în următoarele condiții:

— cîmpul în care se lucrează să fie slab;

— frecvența medie a ciocnirilor să fie constantă;

— distribuția de viteze să fie maxwelliană.

Admițînd, așa cum s-a arătat, că măsurările au fost conduse astfel încît toate aceste condiții au fost satisfăcute, se poate deduce nu numai valoarea lui $\bar{N}$, ci și valoarea lui g din cele două componente ale impedanței complexe determinate separat. Or, în conformitate cu cele de mai sus, $g = m\nu_c$ trebuie să rămînă constantă la o presiune dată. Cum însă s-a lucrat la presiuni variate, este necesar să observăm că

$$\nu_c = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{\frac{\lambda_0}{p}}, \tag{22}$$

unde drumul liber mijlociu λ_0 corespunde unei presiuni de origine (de exemplu $p_0 = 1$ mm Hg). Rezultă că

$$\frac{\nu_c}{p} = \nu_{c_0} = \text{const.} \tag{23}$$

În figura 5 sînt reproduse punctele obținute pentru $\frac{\nu_c}{p}$ în funcție de temperatura T a electronilor. Pe o regiune întinsă aceste puncte apar împrăștiate de o parte și de alta a unei drepte orizontale, ceea ce ar părea că corespunde celor de mai sus. Totuși, spre temperaturile electronice mari, punctele experimentale nu mai indică aceeași constanță a lui g: apare destul de net că aici descărcarea se află într-un alt regim.

Trecerea de la un regim la altul poate fi urmărită de altfel destul de ușor. Ea se manifestă în primul rînd prin variația bruscă a luminozității gazului și a curentului ce străbate tubul, la anumite valori ale tensiunii, cînd se variază încet tensiunea aplicată tubului. Asemenea salturi sînt întovărășite și de variația bruscă a conductibilității gazului, fără însă ca măsurările de sondă să indice și o schimbare corespunzătoare a lui $\bar{N}$. Se pare că valorile lui g care se abat de la valoarea medie ar aparține celui de al doilea regim al descărcării; în aceste condiții, expresia conductibilității electrice σ_c care convine primului regim nu mai convine și celui următor.

În același sens pledează și o altă constatare experimentală la care ne-am referit la început și anume că, în primul regim de descărcare,

valorile lui N^- deduse din caracteristicile de sondă sînt sistematic mai mari decît acelea ce rezultă prin aplicarea formulei de dispersie; în schimb, spre presiuni mai mari, cînd trecerea la al doilea regim apare la curenți

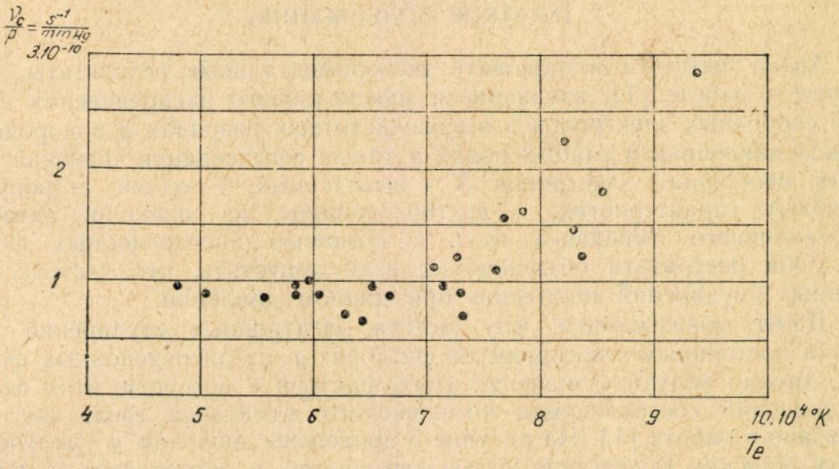


Fig. 5

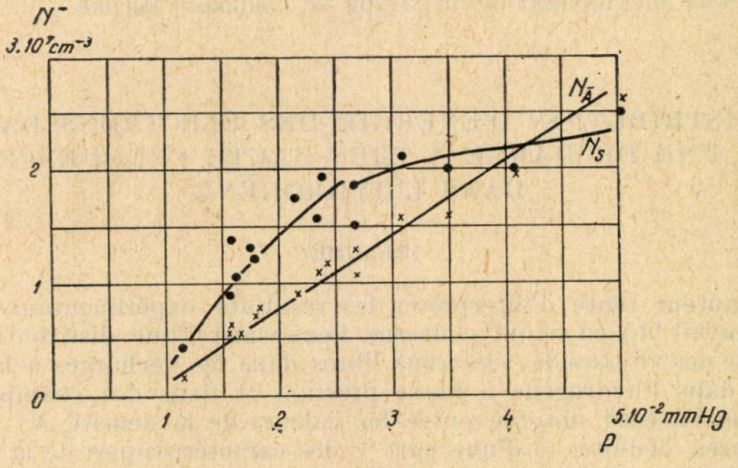


Fig. 6

mai slabi, acest paralelism încetează. Este tocmai ceea ce rezultă din figura 6, ridicată pentru un curent de descărcare de 20 MA.

★

Autorul exprimă mulțumirile sale prof. T h e o d o r V. I o n e s c u, membru corespondent al Academiei R.P.R., pentru propunerea de a efectua acest studiu și pentru ajutorul substanțial acordat în timpul lucrului.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ РАЗРЯДАХ В ВОДОРОДЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор пытается истолковать экспериментальные результаты, полученные в работе [1], касающиеся максвеллового распределения скоростей свободных электронов в высокочастотных разрядах в водороде при низких давлениях и слабых полях а также согласования значений плотности свободных электронов N^-, выведенных, с одной стороны, из зондовых характеристик, с другой стороны, из значений активного и реактивного импеданса газа, с помощью дисперсионных формул (7). Оба результата объясняются, если допустить, что частота электронных соударений постоянна при данном давлении.

Далее доказывается, что частота электронных соударений отличается постоянным слагаемым от фактора g из дисперсионных формул (7). Можно получить значение этого фактора с помощью этих формул из значений составляющих комплексного адмитанса газа, как было показано в работе [1]. На рисунке 5 приведены значения g ,полученные таким образом. Вследствие этого, постоянство g может быть допущено, только если электронная температура не слишком высока.

DISTRIBUTION D'ÉNERGIE DES ÉLECTRONS DANS UNE DÉCHARGE À TRÈS HAUTE FRÉQUENCE DANS L'HYDROGÈNE

(RÉSUMÉ)

L'auteur tente d'interpréter les résultats expérimentaux obtenus par le travail [1], en ce qui concerne l'existence d'une distribution maxwellienne des vitesses des électrons libres dans les décharges à haute fréquence dans l'hydrogène à basse pression et dans des champs faibles, ainsi que l'accord observé entre les valeurs de la densité N^- des électrons libres, déduites — d'une part — des caractéristiques de la sonde de Langmuir et — d'autre part — des valeurs des composantes actives et réactives de l'impédance du gaz, au moyen des formules de dispersion (7). On démontre que les deux résultats peuvent être soutenus, dans l'hypothèse de la constance, à une pression donnée, de la fréquence des chocs électroniques.

On continue par faire ressortir que la fréquence des chocs électroniques ne diffère que par une constante du facteur g qui apparaît dans les formules de dispersion (7). La valeur de ce facteur peut, à son tour, être obtenue, au moyen de ces formules, des mesures des composantes de l'admittance complexe du gaz, ainsi qu'on l'a déjà démontré dans le travail [1]. Les valeurs de g, obtenues de cette manière, apparaissent

dans la figure 5, où l'on constate qu'elles ne peuvent être considérées comme étant constantes que dans les cas où les températures électroniques ne sont pas trop élevés.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Ciorăscu., Studii și cercetări de fizică, t. 1, nr. 1—4, ianuarie-decembrie 1950, p. 127.
2. Appleton a. Chapmann, Proc. Phys. Soc. Lond., 1932, t. 44, p. 246.
3. B. Davîdov., Phys. Zeits. d. Sowjetunion, 1937, t. 12, p. 269.
4. H. Beck, Zeits. f. Phys., 1935, t. 97, p. 355.
5. J. Towsend, Phil. Mag., 1932, t. 13, p. 745.
6. G. Jarnold, Phil. Mag., 1933, t. 15, p. 924.
7. M. Druyvesteyn a. F. Penning, Rev. Med. Phys., 1940, t. 12, p. 787.
8. E. Brücke, Ann. der Phys., 1926, t. 81, p. 537; 1927, t. 82, p. 912.
9. C. Normand, Phys. Rev., 1930, t. 35, p. 1217.
10. C. Ramsauer u. R. Kollath, Ann. der Phys., 1929, t. 3, p. 536.

CURBA DE ABSORBȚIE ÎN FENOMENUL DE INDUCȚIE MAGNETICĂ NUCLEARĂ

DE

CORCIOVEI ARETIN

În literatura de specialitate există mai multe studii de ansamblu asupra fenomenului de inducție magnetică nucleară. Dintre ele articolul lui G. E. P a k e este mai complet [1].

În prezentul studiu, se va discuta numai un anumit aspect, anume problema *curbei de absorbție*. Acest aspect este mai puțin analizat în studiile de ansamblu. Vom discuta în special teoria cuantică a formei curbei de absorbție.

În fenomenul de inducție magnetică nucleară [1] [2], [3], proba ce se studiază este introdusă într-un cîmp magnetic constant $\mathcal{H}_0$, după axa Oz. De asemenea, există și un cîmp magnetic oscilant $\mathcal{H} \sin \omega t$, foarte mic în comparație cu $\mathcal{H}_0$, care oscilează după axa Oz. Problema este de a găsi curba absorbției de energie în unitatea de timp, pe unitatea de volum, în intervalul ν, $\nu + d\nu$, în funcție de frecvența ν a cîmpului oscilant, deci de a găsi *forma curbei de absorbție*.

După cum se știe, pentru pulsația Larmor curba prezintă un maximum, datorit unui fenomen de rezonanță. Vom studia curba în vecinătatea frecvenței de rezonanță ν_0. Găsirea formei curbei pe cale teoretică prezintă dificultăți. Cu ajutorul mecanicii cuantice se pot calcula anumite medii pentru abaterile pulsației de la pulsația de rezonanță. Cu ajutorul acestor valori, se obțin anumite informații asupra formei curbei de absorbție.

Forma curbei de absorbție

Forma curbei absorbției de energie în funcție de frecvență, o vom reprezenta cu ajutorul funcției $g(\nu)$, proporțională cu energia absorbită. Constanta de proporționalitate o vom alege astfel încît

$$\int_0^\infty g(\nu)\, d\nu = 1. \tag{1}$$

Luînd $g(\nu) = 0$ pentru $\nu < 0$ putem scrie

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu)\, d\nu = 1. \tag{1'}$$

Pe de altă parte, energia absorbită în unitatea de timp pe unitatea de volum, în intervalul ν, $\nu + d\nu$ este proporțională cu partea imaginară a susceptibilității magnetice $\varkappa''$, care este astfel proporțională cu $g(\nu)$. Relația exactă între $\varkappa''$ și $g(\nu)$ este [1], [2], [3]

$$\varkappa'' = \pi \varkappa_0 \nu_0 g(\nu). \tag{1''}$$

unde $\varkappa_0$ este susceptibilitatea obișnuită a materialului în cîmp magnetic constant.

Putem defini acum ca abatere medie de ordinul k a frecvenței, față de frecvența de rezonanță ν_0, sau momentul de ordinul k al frecvenței, mărimea

$$\langle (\Delta\nu)^k \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu)\, (\Delta\nu)^k \, d\nu, \tag{2}$$

unde

$$\Delta\nu = \nu - \nu_0 \tag{2'}$$

iar semnul $\langle\ \rangle$ arată că s-a luat valoarea medie.

Dacă se ia

$$\nu_0 = \langle \nu \rangle,$$

atunci $\langle \Delta\nu \rangle = 0$. În general, pentru simetrie în jurul lui ν_0, *momentele impare* trebuie să fie nule.

Evident, dacă s-ar cunoaște *momentele de orice ordin*, s-ar putea afla forma lui $g(\nu)$. Van Vleck, în articolul său fundamental în această problemă [4], nu calculează însă decît momentele de ordinul doi și patru, calculul unor momente de ordin superior prezentînd complicații matematice excesive. De asemenea, el presupune nule momentele de ordinul unu și trei, ceea ce revine la presupunerea că $g(\nu)$ prezintă o *simetrie* în jurul lui ν_0. Cu alte cuvinte, dificultățile matematice ne silesc să tragem concluzii asupra formei curbei de absorbție din cunoașterea unui număr mic de momente.

Forma gaussiană

O primă ipoteză pe care o putem face este că forma curbei este *gaussiană*. Astfel, cunoscînd momentul de ordinul doi, este posibil a găsi o distribuție gaussiană avînd maximul în dreptul lui ν_0 și al cărei moment de ordinul doi să coincidă cu momentul dat. Într-adevăr, se poate verifica că funcția

$$g(\nu) = \frac{1}{[2\pi \langle (\Delta\nu)^2 \rangle]^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2 \langle (\Delta\nu)^2 \rangle} \right] = g_G(\nu) \tag{3}$$

este tocmai distribuția căutată.

În primul rînd $g(\nu)$ este mare în vecinătatea lui $\nu = \nu_0 > 0$ și pentru $\nu < 0$ este practic zero. Condiția de normare este, evident, satisfăcută deoarece

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2 \langle (\Delta\nu)^2 \rangle} \right] \cdot \frac{d(\nu - \nu_0)}{\sqrt{2 \langle (\Delta\nu)^2 \rangle}} = 1$$

și de asemenea

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu)\, (\nu - \nu_0)^2 \, d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi 2 \langle (\Delta\nu^2) \rangle}} \cdot \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2 \langle (\Delta\nu)^2 \rangle} \right] (\nu - \nu_0)^2 \, d\nu = \langle (\Delta\nu)^2 \rangle .$$

Să observăm că distribuția (3) este simetrică în jurul frecvenței de rezonanță ν_0.

Se poate defini un timp de relaxare T_2 [5] care, pentru distribuția gaussiană, este legat de abaterea pătratică medie prin formula

$$T_2 = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^{\frac{1}{2}}}. \tag{3'}$$

În acest fel ,cu ajutorul lui (1''), în cazul distribuției gaussiene, se poate scrie, pentru $\varkappa''$ formula

$$\varkappa'' = (\pi \varkappa_0 \nu_0)\, 2\, T_2 \cdot \exp\,[-4\pi\, T_2^2 (\nu - \nu_0)^2] = \varkappa_0\omega_0\, T_2 \exp\left[\frac{1}{\pi}\, T_2^2 (\omega-\omega_0)^2\right].$$

Să calculăm acum cu ajutorul lui $g(\nu)$ dat de (3), *abaterea de ordinul patru*. Se găsește

$$\langle(\Delta\nu)^4\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu)\,(\nu - \nu_0)^4\, d\nu = 3\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^2. \tag{4}$$

Această formulă dă legătura care trebuie să existe între momentul de ordinul patru și momentul de ordinul doi, pentru o linie de absorbție gaussiană. Este clar că, dacă făcînd calculul lui $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$ și $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$ obținem o altă relație între ele, cu cît această relație va diferi mai mult de (4), cu atît curba de absorbție *se va îndepărta* mai mult de la distribuția gaussiană.

Problema este deci a găsi pe cale cuantică $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$, $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$ și a vedea în ce măsură avem de-a face cu o distribuție gaussiană.

Pentru o curbă de absorbție se mai pot defini cîteva mărimi importante din punct de vedere experimental și anume

$$\Delta\nu_{1/2} = \Delta\nu_{ef} = 2\,(\nu_{1/2} - \nu_0), \tag{5}$$

astfel ca pentru $\nu_{\frac{1}{2}}$ amplitudinea curbei să scadă la jumătate, adică să avem

$$g\left(\nu_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}\, g\,(\nu_0). \tag{5'}$$

Se găsește astfel

$$\Delta\nu_{ef} = 2\,(\log 2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{2}\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^{\frac{1}{2}} = 2{,}35.\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^{\frac{1}{2}}. \tag{5''}$$

De asemenea, se poate defini

$$\Delta\nu_m = 2\,(\nu_m - \nu_0), \tag{6}$$

astfel ca $\frac{dg}{d\nu}$ să fie maxim în $\nu = \nu_m$. Se găsește

$$\Delta\nu_m = 2\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^{\frac{1}{2}}. \tag{6'}$$

Forma lorentziană

Pe de altă parte, în teoria fenomenologică a lui F. Bloch [2], [5], se găsește pentru susceptibilitatea magnetică imaginară $\varkappa''$ expresia

$$\chi''(\omega) = \chi_0\omega_0\, \frac{T_2}{1 + T_2^2(\omega-\omega_0)^2}. \tag{7}$$

Folosind relația (1''), se obține pentru distribuția $g(\nu)$, numită în acest caz *distribuția Lorentz*, expresia

$$g(\nu) = \frac{2T_2}{1 + [2\pi T_2 (\nu - \nu_0)]^2} = g_L(\nu), \tag{7'}$$

pentru care avem evident satisfăcută condiția de normare de la (1'). Trebuie observat că această curbă este simetrică în jurul frecvenței de rezonanță ν_0, adică $\langle \nu \rangle = \nu_0$.

Să vedem ce putem spune în cazul acestei distribuții despre abaterile frecvenței.

Din formula (2) rezultă că integrala ce ne dă pe $\langle (\Delta\nu)^2 \rangle$ este divergentă. Pentru înlăturarea acestui neajuns se poate alege [6] așa numita *curbă lorentziană tăiată*

$$g(\nu) = \begin{cases} g_L(\nu) & \text{pentru } |\nu - \nu_0| \leqslant \alpha, \\ 0 & \text{pentru } |\nu - \nu_0| > \alpha, \end{cases} \tag{8}$$

unde α este o mărime ce trebuie convenabil aleasă.

Una din posibilități ar fi să alegem această constantă astfel încît relația (3') să fie păstrată. Se poate verifica că o asemenea cerință conduce la

$$\alpha = \frac{1}{4T_2}\left(\frac{\pi}{2} + 1\right), \tag{8'}$$

cu observația că, în acest caz, normarea rămîne practic neschimbată *) și vom putea considera în continuare funcția (8) ca normată. Calculînd acum $\langle (\Delta\nu)^4 \rangle$, găsim aproximativ rezultatul

$$\langle (\Delta\nu)^4 \rangle \approx 5 \langle (\Delta\nu)^2 \rangle^2, \tag{4'}$$

adică raportul între $\langle (\Delta\nu)^4 \rangle$ și $\langle (\Delta\nu)^2 \rangle^2$ este mai mare decît în relația (4).

După cum se vede, raporturile dintre $\langle (\Delta\nu)^4 \rangle$ și $\langle (\Delta\nu)^2 \rangle^2$, în cazul curbei gaussiene și în cazul curbei lorentziene tăiate și căreia i se impune condiția (3') sînt de același ordin de mărime, unul fiind dublul celuilalt. Rezultatul nu este mulțumitor, datorită faptului că nouă ne trebuie o curbă pentru care acest raport să poată varia în limite largi. Acest lucru se poate efectiv realiza tot cu ajutorul unei curbe lorentziene tăiate, dar renunțînd la condiția (3') pentru mărimea α.

Acum vom scrie curba lorentziană tăiată sub forma [6]:

$$g(\nu) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi} \dfrac{\Delta}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta^2} = g_L(\nu) & \text{pentru } |\nu - \nu_0| \leqslant \alpha, \\ 0 & \text{pentru } |\nu - \nu_0| > \alpha, \end{cases}$$

unde am introdus constanta

$$\Delta = \frac{1}{2\pi T_2}. \tag{8''}$$

Vom presupune mereu $\dfrac{\alpha}{\Delta} \gg 1$, pentru ca normarea să se păstreze. Calculul conduce acum la

$$\langle (\Delta\nu)^2 \rangle = \frac{2\Delta\alpha}{\pi}, \qquad \langle (\Delta\nu)^4 \rangle = \frac{2\Delta\alpha^3}{3\pi}. \tag{9}$$

---

*) Într-adevăr, condiția de normare pentru distribuția Lorentz devine $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)}^{\frac{\pi}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)} \frac{dx}{1 + x^2}$ integrală a cărei valoare este aproximativ 0,9, deci foarte apropiată de unitate. De aceea vom putea considera că integrala de normare rămîne unu.

Vom determina constantele Δ și α astfel încît să avem o cît mai mare *concordanță* cu rezultatele obținute pentru $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$ și $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$.

Într-adevăr, cunoscînd $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$ și $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$ (și vom vedea mai departe cum pot fi obținuți pe cale cuantică), α și Δ rezultă din relațiile

$$\alpha^3 = 3\,\frac{\langle(\Delta\nu)^4\rangle}{\langle(\Delta\nu)^2\rangle} \quad \text{și} \quad \Delta^2 = \frac{\pi^2}{4}\,\frac{\langle(\Delta\nu)^2\rangle^3}{\langle(\Delta\nu)^4\rangle^2}\,.$$

Să facem acum cîteva observații generale în legătură cu cele două curbe. Curba lorentziană scade la început mai repede decît curba gaussiană. Pentru valori mari ale frecvenței ea

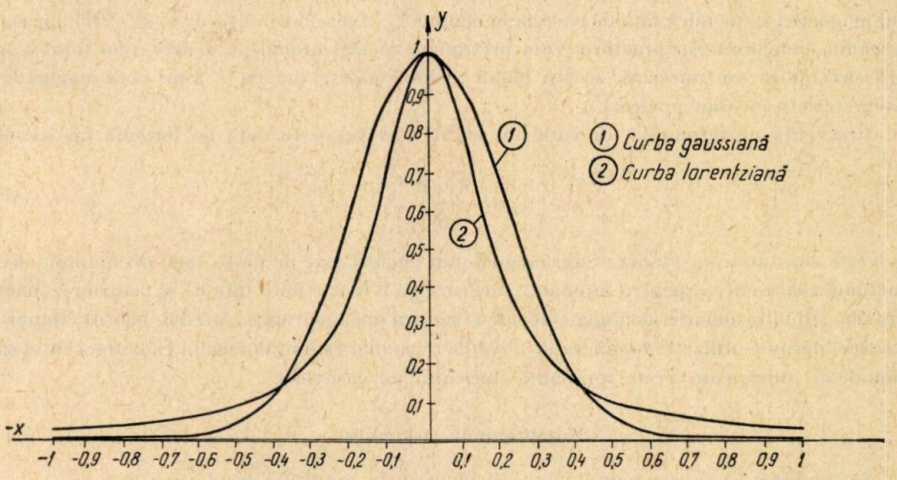


Fig. 1

scade însă mai încet. Astfel se explică de ce mărimea $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$ are o valoare infinită în cazul curbei lorentziene netăiate.

Putem să reprezentăm ambele curbe luînd ca abscisă $x = (\nu - \nu_0)\,T_2$ și ca ordonată y raportul dintre valoarea considerată și valoarea maximă.

Un calcul numeric dă $x = T_2\,(\nu - \nu_0) = 0{,}43\,\sqrt{-\log y}$ pentru curba gaussiană și $x = T_2\,(\nu - \nu_0) = 0{,}16\,\sqrt{\frac{1}{y} - 1}$ pentru curba lorentziană.

Folosind aceste formule am trasat cele două curbe (fig. 1).

În cazul curbei gaussiene am văzut că

$$\langle(\Delta\nu)^4\rangle = 3\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^2.$$

În cazul curbei lorentziene tăiată la o distanță destul de mare se obține

$$\langle(\Delta\nu)^4\rangle > 3\,\langle(\Delta\nu)^2\rangle^2.$$

În felul acesta avem un *criteriu de aplicabilitate al curbei gaussiene, respectiv lorentziene:* dacă teoria generală dă $\frac{\langle(\Delta\nu)^4\rangle}{\langle(\Delta\nu)^2\rangle^2} \approx 3$, alura curbei de absorbție se apropie de curba gaussiană, iar dacă teoria generală dă pentru raport o valoare mult mai mare, alura curbei de absorbție se apropie de curba lorentziană.

Vom expune teoria cuantică pentru găsirea momentelor de ordinul doi și patru. Ne vom plasa în cadrul ipotezelor lui Van Vleck [4]

Ipotezele de lucru

În cele ce urmează vom studia cazul unui cristal astfel ca atomii să fie așezați în mod regulat. După cum în fenomenul de rezonanță intervine spinul electronic sau nuclear *), vom presupune că atomii au momentul magnetic al electronilor, respectiv al nucleului, diferit de zero (în acest ultim caz trebuie presupus că spinul total electronic este nul).

De la început se va neglija influența cîmpului electric al cristalului, deci nu se va lua în considerare un eventual efect Stark. Exemplarul va fi, de asemenea, presupus *neferomagnetic*. Cîmpul magnetic $\mathcal{H}_0$ va fi presupus destul de mare, pentru ca energia de interacțiune între dipolii magnetici să fie mică față de energia în cîmpul $\mathcal{H}_0$. Această condiție este, de altfel, aproape întotdeauna îndeplinită în practică. Vom presupune că toți atomii au același spin total S, de natură electronică sau nucleară, același factor al lui Landé g, iar cu B vom nota magnetonul lui Bohr (electronic sau nuclear).

Frecvența de rezonanță, de care am vorbit mai sus, este dată de formula lui Larmor

$$\nu_0 = \frac{\mathcal{H}_0 g B}{h}, \tag{10}$$

unde h este constanta lui Planck. Cum magnetonul nuclear este de peste 1800 ori mai mic decît magnetonul electronic, ν_0 pentru rezonanța nucleară va fi foarte mică față de ν_0 pentru rezonanța electronică (tipul rezonanței depinde evident de natura exemplarului). Anume, pentru cîmpurile magnetice obișnuit utilizate, *lungimea de undă de rezonanță* este în domeniul radiofrecvenței sau microundelor, după cum avem rezonanță nucleară sau electronică.

Hamiltoniana sistemului

Să încercăm să scriem hamiltoniana sistemului, în condițiile de mai sus **).

În hamiltoniană va apărea, în primul rînd, un termen datorită prezenței cîmpului magnetic $\mathcal{H}_0$, pe care îl vom numi *termen Zeeman*, apoi un termen datorit *interacțiunilor de schimb* ***) între particulele sistemului și în sfîrșit, un termen care reprezintă *interacțiunea dipolară magnetică*. Să notăm cu $\mathbf{S}_j$ ****)operatorul de spin al atomului j măsurat în unități $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ și cu $\mathbf{S}_j^{(z)}$ componenta z a operatorului de spin al atomului j (spin de natură electronică sau nucleară).

Termenul Zeeman este evident

$$\mathcal{H}_0 g B \sum_j \hat{\mathbf{S}}_j^{(z)} .$$

În privința *termenului de schimb* [7], [8], s-ar putea face o discuție mai lungă. Pentru economisirea spațiului preferăm să ne referim la tratate bine cunoscute [8]*****), [9]******), [10]*******).

---

*) Studiul rezonanței magnetice nucleare și electronice se poate face în paralel.

**) Vom presupune că fiecare atom se găsește în starea s, deci momentul său orbital este nul.

***) Termenul de schimb, în cazul spinilor nucleari, este de obicei mic față de termenul dipolar.

****) Toți vectorii vor fi notați cu literă aldină (groasă).

*****) p. 682.

******) p. 224.

*******) p. 318.

unde această interacțiune este studiată pentru electroni. Vom putea generaliza și pentru spini nucleari, luînd pentru acest termen expresia

$$\sum_{k>j} a_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_j\,\hat{\mathbf{S}}_k,$$

unde în a_{jk} este inclusă și integrala de schimb corespunzătoare particulelor j și k.

De exemplu, în cazul spinilor electronici, cu anumite restricții, dacă sînt z electroni în pătura incompletă a atomilor, atunci

$$a_{jk} = -\,2z^2\,\mathcal{J}_{jk},$$

unde $\mathcal{J}_{jk}$ este integrala de schimb.

În sfîrșit, pentru *interacțiunea dipolară*, vom folosi expresia clasică a energiei de interacțiune între doi dipoli

$$g^2B^2\,[r_{jk}^{-3}\,(\mathbf{S}_j\,\mathbf{S}_k) - 3r_{jk}^{-5}\,(\mathbf{r}_{jk}\,\mathbf{S}_j)\,(\mathbf{r}_{jk}\,\mathbf{S}_k)],$$

unde r_{jk} este distanța dintre ei. Operatorul corespunzător este

$$g^2B^2\sum_{k>j}\,[r_{jk}^{-3}\left(\hat{\mathbf{S}}_j\,\hat{\mathbf{S}}_k\right) - 3r_{jk}^{-5}\,(\mathbf{r}_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_j)\,(\mathbf{r}_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_k)].$$

Combinînd acești trei termeni, se poate scrie pentru hamiltoniană expresia

$$\hat{H}' = \mathcal{H}_0\,gB\sum_j S_j^{(z)} + \sum_{k>j} a_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_j\,\hat{\mathbf{S}}_k + g^2B^2\sum_{k>j}\Big[\,r_{jk}^{-3}\left(\hat{\mathbf{S}}_j\,\hat{\mathbf{S}}_k\right) - r_{jk}^{-5}\left(\mathbf{r}_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_j\right)\left(r_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_k\right)\Big]. \qquad (11)$$

Făcînd notațiile

$$\hat{S}_j^{(+)} = \hat{S}_j^{(x)} + i\,\hat{S}_j^{(y)}\;;\quad \hat{S}_j^{(-)} = \hat{S}_j^{(x)} - i\,\hat{S}_j^{(y)}$$

și dacă α_{jk}, β_{jk}, γ_{jk} sînt cosinușii directori ai lui $\mathbf{r}_{jk}$ față de axele x, y, z, se poate încă scrie pentru hamiltoniană expresia

$$\hat{H}' = \mathcal{H}_0\,gB\sum_j \hat{S}_j^{(z)} + \sum_{k>j} a_{jk}\,\hat{\mathbf{S}}_j\,\hat{\mathbf{S}}_k + \sum_{k>j} g^2B^2\,r_{jk}^{-3}\Big\{\hat{\mathbf{S}}_j\,\hat{\mathbf{S}}_k - 3\gamma_{jk}^2\,\hat{S}_j^{(z)}\,\hat{\mathbf{S}}_k^{(z)} - \frac{3}{4}\left(\alpha_{jk}^2 + \beta_{jk}^2\right)$$

$$\left(\hat{S}_j^{(+)}\,\hat{S}_k^{(-)} + \hat{S}_j^{(-)}\,\hat{S}_k^{(+)}\right)\Big\} + \Big[\sum_{k>j} g^2B^2r_{jk}^{-3}\Big\{-\frac{3}{4}\left(\alpha_{jk}^2 - \beta_{jk}^2\right)\left(\hat{S}_j^{(+)}\,\hat{S}_k^{(+)} + \hat{S}_j^{(-)}\,\hat{S}_k^{(-)}\right) +$$

$$+\frac{3}{2}\,i\alpha_{jk}\,\beta_{jk}\left(\hat{S}_j^{(+)}\,\hat{S}_k^{(+)} - \hat{S}_j^{(-)}\,\hat{S}_k^{(-)}\right) - \frac{3}{4}\,\gamma_{jk}\,(\alpha_{jk} - i\beta_{jk})\left(\hat{S}_j^{(+)}\,\hat{S}_k^{(z)} + \hat{S}_j^{(z)}\,\hat{S}_k^{(+)}\right) -$$

$$-\frac{3}{2}\,\gamma_{jk}\,(\alpha_{jk} + i\beta_{jk})\left(\hat{S}_j^{(-)}\,\hat{S}_k^{(z)} + \hat{S}_j^{(z)}\,\hat{S}_k^{(-)}\right)\Big\}\Big]. \qquad (11')$$

Ne vom alege o reprezentare în care componenta z a matricii spinului oricărui atom să fie diagonală*). În această reprezentare $\hat{S}_j^{(+)}$, $\hat{S}_j^{(-)}$ nu sînt diagonale; elementele lor nediagonale corespund unor reguli de selecție $\Delta m_j = 1$, respectiv $\Delta m_j = -1$, unde m_j este numărul cuantic al proiecției pe Oz al spinului atomului j. Putem să introducem și numărul cuantic magnetic total $m = \sum_j m_j$.

*) Acest lucru este posibil numai datorită faptului că, S_j fiind spinul atomului j și atomii fiind localizați, se poate vorbi de spinul unui anumit atom.

Să observăm că, în felul cum am scris hamiltoniana (11'), termenii care nu se află în paranteză dreaptă sînt diagonali în ceea ce privește m. Dimpotrivă, termenii din paranteza dreaptă conțin elemente nediagonale pentru $\Delta m = \pm 1$, și $\Delta m = \pm 2$. Am văzut însă că frecvența de rezonanță are valoarea dată de (10). Această frecvență se datorește tranzițiilor între diferitele nivele ale termenului Zeeman, cu condiția ca Δm să varieze numai cu o unitate. Asemenea tranziții se pot obține datorită prezenței unui factor perturbator, care în cazul nostru există (este cîmpul magnetic mic).

Putem studia forma curbei de absorbție, căutînd ce frecvențe mai pot lua naștere pentru tranzițiile $\Delta m = \pm 1$ și cu ce probabilitate, dacă luăm în considerare în (11') nu numai termenul Zeeman, dar și ceilalți termeni.

O hamiltoniană simplificată

Să observăm însă de la început că, pentru a studia forma curbei de absorbție numai în apropierea lui ν_0 dat de (10), trebuie să lăsăm la o parte acei termeni datorită cărora pot apărea frecvențele $2\ \nu_0$, $3\ \nu_0$.

Or, acești termeni au fost grupați în paranteza dreaptă. Ei permit tranziții cu $\Delta m = 0, \pm 2, \pm 3$. Vom lucra deci în continuare numai cu hamiltoniana

$$\hat{H} = \mathcal{H}_0\, gB \sum_j \hat{S}_j^{(z)} + \sum_{k>j} a_{jk}\, \mathbf{S}_j\, \mathbf{S}_k + \\ + \sum_{k>j} g^2 B^2 r_{jk}^{-3} \left\{ \hat{\mathbf{S}}_j\, \hat{\mathbf{S}}_k - 3\gamma_{jk}^2\, \hat{S}_j^{(z)}\, \hat{S}_k^{(z)} - \frac{3}{4}\left(\alpha_{jk}^2 + \beta_{jk}^2\right)\left(\hat{S}_j^{(+)}\, \hat{S}_k^{(-)} + \hat{S}_j^{(-)}\, \hat{S}_k^{(+)}\right) \right\}, \quad (11'')$$

care este diagonală în ceea ce privește numărul cuantic m*). În această hamiltoniană, pe baza ipotezei făcută încă mai sus că termenul Zeeman este mare față de ceilalți, frecvența Larmor va fi predominantă în tranzițiile $\Delta m = \pm 1$. Pentru a studia însă forma curbei nu numai în apropierea lui ν_0, trebuie bineînțeles luați în considerație și termenii lăsați la o parte în (9') ceea ce nu facem aici **).

Expresia (11'') o vom transforma introducînd notațiile simplificatoare

$$\left.\begin{aligned} A_{jk} &= a_{jk} + g^2 B^2 r_{jk}^{-3}\left[\frac{3}{2}\gamma_{jk}^2 - \frac{1}{2}\right], \\ B_{jk} &= -\,3g^2 B^2 r_{jk}^{-3}\left[\frac{3}{2}\gamma_{jk}^2 - \frac{1}{2}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

De observat că A_{jk} conține atît termenul de schimb cît și un termen suplimentar datorită interacțiunii dipolare; dimpotrivă, B_{jk} conține numai interacțiunea dipolară.

În felul acesta se găsește în sfîrșit,

$$\hat{H} = \mathcal{H}_0\, gB \sum_j \hat{S}_j^{(z)} + \sum_{k>j} A_{jk}\, \hat{\mathbf{S}}_j\, \hat{\mathbf{S}}_k + \sum_{k>j} B_{jk}\, \hat{S}_j^{(z)}\, \hat{S}_k^{(z)}. \quad (13)$$

Aceasta este hamiltoniana cu care vom lucra mai departe.

---

*) Ea comută deci cu $\hat{S}^{(z)}$ componenta spinului total pe Oz. Deci $\hat{S}^{(z)}$ și noul $\hat{H}$ sînt simultan măsurabile.

**) De fapt lăsarea la o parte a parantezei drepte se poate justifica și prin necesitatea ca inițial să lucrăm numai cu termenii diagonali în m, termeni care bineînțeles au suferit o deplasare față de nivelele Zeeman, explicînd astfel faptul că apare un spectru practic continuu de frecvențe, în jurul lui ν_0.

Efectul cîmpului magnetic perturbator

Să notăm acum cu n un ansamblu de numere cuantice (printre care figurează și m) corespunzător unui sistem complet de observabile pentru sistemul nostru. Pentru raționamentul ce urmează facem ipoteza că hamiltoniana a fost diagonalizată în raport cu n. Această diagonalizare nu trebuie să o facem efectiv. Vom putea însă astfel să ușurăm raționamentul, iar rezultatele le vom exprima într-o formă invariantă la transformări unitare. Tranzițiile vor avea loc cu frecvențele

$$\nu_{nn'} = \frac{H_n - H_{n'}}{h} . \tag{13'}$$

Aceste tranziții se produc sub acțiunea *cîmpului magnetic oscilant* $\mathcal{H} \sin \omega t$, care oscilează după axa Ox. Din punct de vedere cuantic, acest termen dă naștere unui termen perturbator în hamiltoniana (13), termen datorită căruia se produc tranzițiile. Acest termen are forma

$$\mathcal{H} \sin \omega t \, gB \, \hat{S}^{(x)} ,$$

unde

$$\hat{S}^{(x)} = \sum_j \hat{S}_j^{(x)}$$

este motricea protecției spinului total al sistemului pe axa Ox.

Or, în teoria perturbațiilor nestaționare se arată că probabilitatea de tranziție de la starea n la n' este proporțională cu pătratul modulului elementului de matrice al termenului perturbator între stările n și n'. Lăsînd la o parte constantele neinteresante, se poate lucra numai cu modulul pătrat al elementelor de matrice ale lui $S^{(x)}$ între starea n și n'.

A spune că o anumită tranziție poate avea loc cu o anumită probabilitate revine la a spune că apare în spectrul emis cu o intensitate proporțională cu acea probabilitate. Să observăm însă că

$$\left| S_{nn'}^{(x)} \right|^2 = \left| S_{n'n}^{(x)} \right|^2 ,$$

deci probabilitatea de a se produce tranziția $n \rightarrow n'$ este egală cu probabilitatea de a se produce tranziția $n' \rightarrow n$.

Aceste două tranziții corespund la aceeași frecvență, dar de semne contrare, deci la o absorbție și o emisie sau invers. Or, noi studiem fie numai curba de absorbție, fie numai pe cea de emisie. În felul acesta studiem de exemplu numai probabilitatea obținerii frecvențelor pozitive. Evident, vom putea scrie [11], [12], [13]

$$\langle \nu^2 \rangle = \frac{\sum_{nn'} \left\{ \nu_{nn'}^2 \left| S_{nn'}^{(x)} \right|^2 \right\}}{\sum_{nn'} \left| S_{nn'}^{(x)} \right|^2} . \tag{14}$$

A scrie însă

$$\langle \nu \rangle = \frac{\sum_{nn'} \left\{ \nu_{nn'} \left| S_{nn'}^{(x)} \right|^2 \right\}}{\sum_{nn'} \left| S_{nn'}^{(x)} \right|^2} \tag{14'}$$

duce la $\langle \nu \rangle = 0$ dacă considerăm și frecvențele negative și pe cele pozitive. În acest fel nu obținem însă ceea ce ne interesează pentru studiul curbei de absorbție în vecinătatea lui ν_0.

Pentru înlăturarea dificultății va trebui în (14') să însumăm fie numai asupra frecvențelor pozitive, fie să luăm modulul lui $\nu_{n'}$. Dar asemenea formule nu se pot exprima ușor în funcție de mărimi calculabile cu ajutorul matricei hamiltoniană nediagonalizată. Pe de altă parte, nu putem să diagonalizăm hamiltoniana, sau acest lucru este foarte greu.

Totuși, se poate evita această dificultate, dacă se face ipoteza [11], [12] că $\nu_0 = \langle\nu\rangle$, egalitate care de altfel este în orice caz realizată, cel puțin aproximativ. Făcînd această ipoteză, se obține $\langle\Delta\nu\rangle = 0$ și automat sîntem scutiți de calculul direct al lui $\langle\Delta\nu\rangle$.

Să observăm însă că dificultăți de același ordin se ivesc și în ceea ce privește calcularea mărimilor $\langle\nu^{2k+1}\rangle$, cu k întreg și pozitiv, deci și a tuturor momentelor impare. După cum am spus însă și la începutul articolului, curba se presupune de obicei [11], [12] simetrică în jurul lui ν_0. Această ipoteză permite să evităm calculul momentelor impare, calcul în orice caz foarte greoi, deoarece necesită evaluarea mărimilor $\langle\nu^{2k+1}\rangle$, unde trebuie să luăm modulele frecvențelor $\nu_{nn'}$ ce apar în formule, sau să luăm numai frecvențele de un anumit semn (preferabil pe cele pozitive). Vom presupune deci în cele ce urmează că

$$\langle(\Delta\nu)^{2k+1}\rangle = 0$$

pentru orice k întreg, pozitiv sau zero.

Pe de altă parte, mărimile $\langle\nu^{2k}\rangle$ cu k întreg și pozitiv se pot exprima ușor în funcție de mărimile invariante la transformările unitare, deci, pentru calculul lor efectiv, nu trebuie să diagonalizăm matricea hamiltoniană. Aceasta se datorește faptului că în formule apar puteri pare ale frecvențelor $\nu_{nn'}$.

Să dăm acum, pe baza ipotezei de simetrie a curbei de absorbție în jurul lui ν_0, expresiile lui $\langle\nu^2\rangle$ și $\langle\nu^4\rangle$.

Combinînd relațiile (13) și (14), se găsește

$$\langle\nu^2\rangle = -\frac{\text{Spur}\,[\hat{H},\,\hat{S}^{(x)}]^2}{\hbar^2\,\text{Spur}\,[\hat{S}^{(x)}]^2} \tag{15}$$

unde

$$[\hat{H},\ S^{(x)}]$$

reprezintă comutatorul,

$$\hat{H}\hat{S}^{(x)} - \hat{S}^{(x)}\hat{H}\,,$$

iar Spur înseamnă urma respectivei matrici. În mod cu totul analog, folosind formula lui $\langle\nu^4\rangle$, anume

$$\langle\nu^4\rangle = \frac{\sum_{nn'}\left\{\nu_{nn'}^4\left|S_{nn'}^{(x)}\right|^2\right\}}{\sum_{nn'}\left|S_{nn'}^{(x)}\right|^2},$$

se găsește expresia invariantă

$$\langle\nu^4\rangle = \frac{1}{\hbar^2}\,\frac{\text{Spur}\,[\hat{H},\hat{U}]^2}{\text{Spur}\,[S^{(x)}]^2}, \tag{15'}$$

unde

$$\hat{U} = \hat{H}\hat{S}^{(x)} - \hat{S}^{(x)}\hat{H}\,.$$

În sfîrșit, de aici *) se pot calcula $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$ și $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$.

$$\left.\begin{aligned}\langle\Delta\nu^2\rangle &= \langle\nu^2\rangle - \langle\nu\rangle,\\ \langle\Delta\nu^4\rangle &= \langle\nu^4\rangle - 6\nu_0^2\langle(\Delta\nu)^2\rangle - \nu_0^4.\end{aligned}\right\} \quad (16),\ (16')$$

Calculul lui $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$

Să începem cu calculul lui $\langle\nu^2\rangle$. Să observăm de la început că termenii din hamiltoniană, care comută cu $\hat{S}^{(x)}$, pot fi lăsați de la început la o parte **). Or, se observă ușor că $\hat{S}_j\,\hat{S}_k$ comută cu $\hat{S}^{(x)}$. În acest fel dispare în orice caz efectul termenului de schimb în expresia lui $\langle\nu^2\rangle$. Acest lucru se demonstrează, de altfel, imediat, știind că

$$S^{(x)} = \sum_j S_j^{(x)}$$

și folosind regulile

$$\hat{S}_j^{(x)}\,\hat{S}_k^{(y)} - S_j^{(y)}\,S_j^{(x)} = \delta_{jk}\cdot iS_j^{(z)} \quad (17)$$

și cele obținute prin permutări ciclice.

Folosind aceleași relații se obține

$$[\hat{H},\ \hat{S}^{(x)}] = i\mathcal{H}_0 gB\sum_j S_j^{(y)} + i\sum_{k>j} B_{jk}\left(\hat{S}_j^{(y)}\,\hat{S}_k^{(z)} + \hat{S}_k^{(y)}\,\hat{S}_j^{(z)}\right). \quad (18)$$

Pentru a putea calcula urmele căutate, trebuie să scriem matricile care apar într-o anumită reprezentare. Fie mai întîi s numărul cuantic de spin al unui atom, care conform ipotezelor de lucru este o constantă, oricare ar fi atomul considerat. Deoarece nu interesează decît starea spinului, în rest sistemul fiind perfect determinat, și cum spinul oricărui atom poate avea $2s+1$ valori ale proiecției pe axa Oz_2, în total vor exista $(2s+1)^N$ stări posibile ale sistemului, unde N este numărul de atomi. Deci, fiecare matrice va avea $(2s+1)^N$ linii și coloane. Se poate alege ca sistem complet de mărimi $m_1, m_2, \ldots, m_N$, unde m_j este numărul cuantic al proiecției spinului atomului j pe axa Oz. În acest sistem de observabile, m este de asemenea bine determinat, dar nu este independent față de celelalte, ci $m = \sum_j m_j$.

Singurele elemente diferite de zero ale matricei $\hat{S}_j^{(x)}$ vor fi acelea pentru care $m_1 = m_1', \ldots, m_{j-1} = m_{j-1}'$; $m_{j+1} = m_{j+1}', \ldots, m_N = m_N'$, unde considerăm elementul de matrice scris cu ajutorul notației introduse de Dirac,.

$$\left(m_1, \ldots, m_j, \ldots, m_N \,\middle|\, S_j^{(x)} \,\middle|\, m_1', \ldots, m_j', \ldots, m_N'\right)$$

Pe de altă parte, în reprezentarea proprie $S_j^{(x)}$ este o matrice numai cu $2s+1$ linii și coloane. Aceste elemente le vom scrie $\left(m_j \,\middle|\, S_j^{(x)} \,\middle|\, m_j'\right)$

Se arată [14] că avem relația ***)

$$\left(m_1, \ldots, m_j, \ldots, m_N \,\middle|\, S_j^{(x)} \,\middle|\, m_1', \ldots, m_j', \ldots, m_N'\right) = \prod_{i\neq j}\delta_{m_i m_i'}\left(m_j \,\middle|\, S_j^{(x)} \,\middle|\, m_j'\right). \quad (19)$$

În felul acesta, cunoscînd elementele de matrice în reprezentarea proprie, se poate calcula cu ajutorul lui (19) ceea ce ne interesează. Să observăm mai întîi că, deoarece am luat m_j ca observabilă, rezultă că am ales $S_j^{(z)}$ diagonal, oricare ar fi j.

Să dăm acum cîteva formule utile în calculul lui $\langle\nu^2\rangle$.

*) Cu ipoteza $\langle(\Delta\nu)^3\rangle = 0$. Pentru calculul lui $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$ se pornește de la formula $\nu = \nu_0 + \Delta\nu$, care se ridică la puterea a patra și apoi i se ia media.

**) Folosind formula (15), ei dispar în orice caz în expresia lui $\langle\nu^2\rangle$.

***) Această notație este evidentă ținînd seama că avem de a face cu variabile independente dacă $i \neq j$. Totuși, este bine a se consulta capitolele 3 și 6 din [14].

Observăm imediat că, folosind relația (19),

$$\text{Spur } \hat{S}_j^{(x)} = \text{Spur } \hat{S}_j^{(y)} = \text{Spur } \hat{S}_j^{(z)} = 0. \tag{20_1}$$

Folosind formula

$$\sum_{-s}^{s} m_j^2 = \frac{1}{3}\, s\,(s+1)\,(2s+1),$$

se poate obține, cu ajutorul relației (19),

$$\text{Spur } \left(\hat{S}_j^{(z)}\right)^2 = \frac{1}{3}\, s\,(s+1)\,(2s+1)^N\,. \tag{20_2}$$

Este evident că

$$\text{Spur } \left(\hat{S}_j^{(x)}\right)^2 = \text{Spur } \left(\hat{S}_j^{(y)}\right)^2 = \text{Spur } \left(\hat{S}_j^{(z)}\right)^2, \tag{20_3}$$

deoarece, printr-o transformare unitară convenabilă, se poate aduce $\hat{S}_j^{(x)}$ la aceeași formă cu $\hat{S}_j^{(z)}$ din reprezentarea cu care lucrăm aici. De altfel, relația (20_2) permite găsirea lui (20_1) în mod direct, observînd că

$$\text{Spur } \left(S_j^{(x)}\right)^2 = \frac{1}{3}\,\text{Spur } S_j^2 = \frac{1}{3}\,[s\,(s+1)\,(2s+1)]\,(2s+1)^{N-1}\,,$$

deoarece matricea $\hat{S}_j^2$ are toate elementele diagonale egale între ele și egale cu $s\,(s+1)$.

Să considerăm acum matricea produs $\hat{S}_j^{(x)}\,\hat{S}_k^{(x)}$. Evident, elementele ei diagonale sînt toate nule. Aceasta rezultă folosind relația (19) și faptul că, de exemplu,

$$\left(m_j \,\middle|\, S_j^{(x)} \,\middle|\, m_j\right) = 0$$

oricare ar fi m_j. Deci,

$$\text{Spur } \hat{S}_j^{(x)}\,\hat{S}_k^{(x)} = 0 \tag{20_4}$$

și analog pentru y și z.

În general, urma va fi nulă pentru orice produs de două matrici de spin pentru atomul j și k dacă $j \neq k$. De asemenea se arată ușor, de exemplu, că

$$\text{Spur } \hat{S}_j^{(y)}\,\hat{S}_j^{(y)}\,\hat{S}_k^{(z)} = 0\,;\ \text{Spur } \hat{S}_j^{(y)}\,\hat{S}_k^{(z)}\,S_k^{(y)}\,\hat{S}_j^{(z)} = 0 \tag{20_5}$$

și cele analoge.

În sfîrșit, mai ne interesează două urme. Vom da direct rezultatele (ele se obțin cunoscînd cu ajutorul relației (19) elementele diagonale ale matricilor respective) *)

$$\text{Spur } \left(S_j^{(y)}\right)^2 \left(S_k^{(z)}\right)^2 = \frac{1}{9}\, s^2\,(s+1)^2\,(2s+1)^N\,. \tag{20_6}$$

Se găsește astfel în sfîrșit

$$-\text{Spur}\left[\hat{H}\,\hat{S}^{(x)} - \hat{S}^{(x)}\,\hat{H}\right]^2 = \frac{1}{3}\,\mathcal{K}_0^2\,g^2B^2N\,(s+1)\,(2s+1)^N + \frac{2}{9}\,s^2\,(s+1)^2\,(2s+1)^N \sum_{k>j} B_{jk}^2\,. \tag{21}$$

---

*) De altfel se poate raționa mai simplu, pornind de la Spur $\hat{S}_j^2\,\hat{S}_k^2$, pe o cale analogă cu obținerea directă a lui (20_2) din (20_3).

Mai avem nevoie de numitorul lui $\langle \nu^2 \rangle$. El este dat de relația

$$\text{Spur}\left(\hat{S}^{(x)}\right)^2 = \text{Spur}\left(\sum_j \hat{S}_j^{(x)}\right)^2 = \sum_j \text{Spur}\left(S_j^{(x)}\right)^2 = \frac{1}{3} Ns(s+1)(2s+1)^N . \quad (20_7)$$

Deci $\langle \nu^2 \rangle$ va fi dat de expresia

$$\langle \nu^2 \rangle = \frac{1}{h^2} g^2 B^2 \mathcal{H}_0^2 + \frac{2}{3} \frac{s(s+1)}{Nh^2} \sum_{k>j} B_{jk}^2 . \quad (22)$$

Cu ajutorul lui (16) se obține

$$\langle (\Delta\nu)^2 \rangle = \frac{2}{3N} s(s+1) h^{-2} \sum_{k>j} B_{jk}^2 . \quad (23)$$

Dar

$$2 \sum_{k>j} B_{jk} = \sum_{kj} B_{jk} = N \sum_k B_{jk} ,$$

astfel încît se pot transcrie

$$\langle (\Delta\nu)^2 \rangle = \frac{1}{3} s(s+1) h^{-2} \sum_k B_{jk}^2 . \quad (23')$$

În cele ce urmează nu vom mai da detalii de calcul. Iată rezultatele care se obțin în diferite cazuri.

Dacă cristalul are *simetrie cubică*, notînd cu λ_1, λ_2, λ_3 cosinușii directori ai cîmpului aplicat $\mathcal{H}_0$ față de axele principale ale cristalului X, Y, Z și cu a, b mărimile

$$a = \sum_k r_{jk}^{-6} \left[7 - 9\left(\lambda_{jk}^4 + \mu_{jk}^4 + \nu_{jk}^4\right)\right],$$

$$b = \sum_k r_{jk}^{-6} \left[-9 + 15\left(\lambda_{jk}^4 + \mu_{jk}^4 + \nu_{jk}^4\right)\right],$$

unde λ_{jk}, μ_{jk}, ν_{jk} sînt cosinușii lui $\mathbf{r}_{jk}$ față de acele X, Y, Z, se obține

$$\langle (\Delta\nu)^2 \rangle = \frac{3}{8} g^4 B^4 h^{-2} \left[a + b\left(\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4\right)\right] s(s+1). \quad (24)$$

Pentru o rețea simplu cubică, de constantă α rețelei d calculul duce la,

$$\langle (\Delta\nu)^2 \rangle = 36{,}8\, g^4 B^4 h^{-2} d^{-6} \left[\frac{1}{3} s(s+1)\right]\left[\left(\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4\right) - 0{,}187\right]. \quad (24')$$

Calculul poate fi făcut și în alte cazuri, de exemplu pentru o pulbere [4]. Nu intrăm în acest detaliu. Ținem să remarcăm că alți autori [15], [16] consideră ca termen dipolar expresia

$$\sum_{k>j} g^2 B^2 r_{jk}^{-3} \left(1 - 3\gamma_{jk}^2\right) \hat{S}_j^{(z)} \hat{S}_k^{(z)} ,$$

ceea ce revine la luarea în considerare numai a componenței spinului după axa Oz. În acest caz calculul poate fi dus mult mai ușor pînă la capăt. Se obține pentru $\langle (\Delta\nu)^2 \rangle$ o valoare $\frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$ din expresia (24), pentru cazul studiat la (24). Din nefericire nu avem, în general, un raport de $\left(\frac{3}{2}\right)^n$ între $\langle (\Delta\nu)^n \rangle$ calculat în cele două feluri, ceea ce ne-ar permite să lucrăm numai cu expresia mai simplă, de aceea nu ne putem mărgini la luarea în considerare în interacțiunea dipolară numai a componentei spinului după axa Oz.

Să observăm acum că, o dată cunoscut $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$, se poate ușor scrie cu ajutorul lui (3) distribuția gaussiană corespunzătoare, deci se pot găsi și mărimile $\Delta\nu_{1/2}$ și $\Delta\nu_m$, care pot fi comparate cu datele experimentale.

Calculul lui $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$

Să nu uităm însă că distribuția gaussiană constituie totuși o ipoteză. Calculul lui $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$ și compararea lui cu ceea ce ar fi trebuit să se obțină dacă distribuția ar fi fost gaussiană ne va arăta în ce măsură ipoteza noastră este întemeiată.

Trecem la calculul momentului de ordinul patru al frecvenței. Pentru aceasta vom folosi formula (15′) pentru calculul lui $\langle\nu^4\rangle$ și, în sfîrșit, cu ajutorul lui (16′), vom afla pe $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$.

Nu vom mai da în detaliu calculul, cum am făcut pentru exemplificarea lui $\langle\nu^2\rangle$. Rezultatul final este

$$\langle(\Delta\nu)^4\rangle = \frac{1}{h^4N}\sum_{j,l,k\neq}\left[3B_{jk}^2B_{jl}^2+2A_{jk}(B_{jl}-B_{kl})^2+2A_{jk}A_{kl}(B_{jl}-B_{jk})(B_{jl}-B_{kl})+\right.$$

$$+2A_{jk}B_{jk}(B_{jl}-B_{kl})^2\Big]\left[\frac{1}{3}s(s+1)\right]^2+\frac{2}{h^4N}\left\{\frac{1}{5}\left[s^2(s+1)^2-\frac{1}{3}s(s+1)\right]\cdot\sum_{k>j}B_{jk}^4\right.$$

$$+\frac{2}{5}\left[\frac{2}{5}s^2(s+1)^2-\frac{1}{2}s(s+1)\right]\cdot\sum_{k>j}B_{jk}^3A_{jk}+\frac{1}{2}\left[\frac{4}{5}s^2(s+1)^2-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{3}{5}s(s+1)\right]\sum_{k>j}B_{jk}^2A_{jk}^2\right\}. \qquad (25)$$

Se observă de la început că, în expresia lui $\langle(\Delta\nu)^4\rangle$, spre deosebire de expresia lui $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$, nu mai dispar termenii de schimb ci, dimpotrivă, este foarte posibil ca aceștia să aibă un rol important. Nici chiar în cazul $B_{jk}=B_{li}$, oricare ar fi j, k, l, i, nu se ajunge la dispariția termenilor de schimb.

Discuția curbei de absorbție

Să considerăm cele două cazuri extreme, cînd termenii de schimb sînt mici față de termenii dipolari, deci cînd putem pune $A_{jk}\simeq-\frac{1}{3}B_{jk}$ și cînd, dimpotrivă, termenii de schimb sînt mari față de cei dipolari și deci cînd putem pune $A_{jk}\simeq a_{jk}$. Se constată că în primul caz se obține pentru o rețea cubică

$$\langle(\Delta\nu)^4\rangle = 3[\langle(\Delta\nu)^2\rangle]^2\ [1-0{,}160-0{,}021\ (s^2+s)^{-1}] \qquad (26)$$

adică abaterea față de distribuția gaussiană pentru cazul spinului egal cu $s=\frac{1}{2}$ este neglijabilă. În concluzie, în cazul predominării pronunțate a interacțiunilor dipolare, *aproximația gaussiană* este mulțumitoare.

Dimpotrivă, dacă termenii de schimb sînt mari față de cei dipolari, se arată că raportul $\frac{\langle(\Delta\nu)^4\rangle}{3\langle(\Delta\nu)^2\rangle}$ este mult diferit de unu, deci avem abateri serioase de la distribuția gaussiană; mai corect, distribuția gaussiană constituie în acest caz o aproximație cu totul nemulțumitoare.

Înainte de a încheia aceste considerații, să observăm că, de fapt, pînă acum am făcut mereu presupunerea că toți atomii au spin, deci că de fapt rețeaua cristalină coincide cu

rețeaua de spini. Or, această ipoteză nu numai că nu este adevărată din punct de vedere fizic, decît în cazuri particulare, dar poate fi lăsată la o parte, fără nici un fel de complicație în calcule.

Să facem deci ipoteza [6] că rețeaua cristalului este populată la întîmplare cu spini și vom nota cu f raportul dintre numărul de atomi sau nuclee cu spin și numărul total de atomi. Cu această ipoteză se obține pentru $\langle(\Delta\nu)^2\rangle$ expresia

$$\langle(\Delta\nu)^2\rangle = f\,\frac{1}{3}\,s\,(s+1)\,h^{-2}\sum_k B_{jk}^2,$$

iar pentru raportul *) căutat, în cazul rețelei cubice și pentru interacțiune de schimb neglijabilă

$$\frac{\langle(\Delta\nu)^4\rangle}{3\langle(\Delta\nu)^2\rangle} = 0{,}742 + f^{-1}\,[0{,}098 - 0{,}021\,(s^2+s)^{-1}]. \tag{26'}$$

Această formulă înlocuiește formula (20). Pentru $s = {}^1/_2$ expresia din paranteză este egală cu $0{,}742 + 0{,}070\,f^{-1}$. Se obține deci o distribuție gaussiană cu condiția ca f să fie mai mare decît 0,1. În caz contrar se ajunge la concluzia că distribuția poate fi mai degrabă exprimată cu ajutorul unei distribuții lorentziene.

Calculele făcute în ipoteza $f \ll 1$ duc la valorile

$$\langle(\Delta\nu)^2\rangle = 7{,}47\,f\,A^2;\ \langle(\Delta\nu)^4\rangle = 11{,}7\,f\,A^4 \tag{27}$$

pentru momente, unde $A = \dfrac{gB^2}{hd^3}$, d fiind constanta rețelei.

Vom aproxima curba de absorbție cu o curbă lorentziană tăiată (8'') și folosind formulele (9) vom obține mărimile

$$\alpha = 2{,}2\,A \text{ și } \Delta = 5{,}3\,f,\,A. \tag{28}$$

Teoria cuantică a formei curbei de absorbție a fost aplicată în diverse cazuri concrete pentru a se vedea concordanța între teorie și experiență. S-a făcut comparația astfel între teorie și experiență pentru CaF_2 [17], [18]. Rezultatele obținute au fost îmbucurătoare. S-a găsit pentru raportul $\dfrac{\Delta\nu_4}{\Delta\nu_2}$ valoarea teoretică 1,28, foarte puțin diferită de rezultatul experimental, 1,24, unde am notat cu $\Delta\nu_n$ mărimea $\langle(\Delta\nu)^n\rangle^{\frac{1}{n}}$.

Totuși, de exemplu, la $MnSO_4$ raportul între $\Delta\nu_2$ calculat și observat este cam 10, ceea ce arată o gravă insuficiență a teoriei.

O elevă a lui Van Vleck [19] a făcut și cîteva aplicații concrete ale teorii, pe care nu le redăm aici.

Mai recent [20], [21] teoria a fost aplicată la Tl^{203} și Tl^{205}. Rezultatele au fost atent discutate arătîndu-se domeniile de aplicabilitate ale formei gaussiene și lorentziene **).

De asemenea, teoria s-a dezvoltat și în alte direcții [21], [22], fără însă a se reuși se găsi corect forma curbei de absorbție.

Este adevărat că un studiu fenomenologic i-a permis încă din 1946 [2], [3] lui F. Bloch să stabilească forma lorentziană. Totuși, expunerea fenomenologică prezintă defectul introducerii unei serii de ipoteze și mărimi, care abia apoi trebuie justificate, respectiv evaluate, prin metodele mecanicii ondulatorii ***).

Am încercat în cele de mai sus să dăm o justificare teoretică, deși e drept parțială, a folosirii formei lorentziene respectiv gaussiene, după caz. Nu trebuie să uităm însă că de fapt

*) Pentru simplificare s-au ales în formulă axele X, Y, Z să coincidă cu x, y, z.

**) De asemenea, se discută cazul unei interacțiuni de schimb puternice între spinii nucleari.

***) De altfel acest lucru a și fost făcut de R. W. Wangsness [23].

amîndouă aceste forme sînt numai niște aproximații, legate de dificultățile evaluării unor abateri de ordin superior.

Este posibil deci ca o dezvoltare teoretică ulterioară să urmeze altă linie.

BIBLIOGRAFIE

1. G. E. Pake, Amer. Journ. Phys., 1950, vol. 18, p. 438 și 473.
2. F. Bloch, Phys. Rev., 1946, vol. 70, p. 460 și 474.
3. — U.F.N., 1955, vol. 56, p. 428.
4. J. H. Van Vleck, Phys. Rev., 1948, vol. 74, p. 1168.
5. G. E. Pake a. E. M. Purcell, Phys. Rev., 1948, vol. 74, p. 1184.
6. C. Kittel a. E. Abrahams, Phys. Rev., 1953, vol. 90, p. 238.
7. J. H. Van Vleck, Phys. Rev., 1934, vol. 45, p. 406.
8. F. Seitz, *Modern Theory of Solids*. Mac Graw Hill, New York, 1940.
9. P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*. Clarendon Press, Oxford, 1947.
10. J. H. Van Vleck, *Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities*. Clarendon Press, Oxford, 1950.
11. L. J. F. Broer, Physica, 1943, vol. 10, p. 801.
12. J. H. Van Vleck, Rev. of Modern Phys., 1945, vol. 17, p. 227.
13. J. Waller, Zeits. für Physik, 1932, vol. 79, p. 370.
14. Condon Shortley, *Theory of Atomic Spectra*. Cambridge, 1953.
15. E. M. Purcell, Phys. Rev., 1946. vol. 69, p. 37.
16. N. Bloenbergen, R. Pounda, E. Purcell, Phys Rev., 1948, vol. 73, p. 679.
17. G. Pake a. E. Purcell, Phys. Rev., 1948, vol. 74, p. 1184.
18. N. Bloenbergen a. T. I. Rowland, Acta Metallurgica, 1953, vol. 1, p. 731.
19. A. Wright, Phys. Rev., 1949, vol. 76, p 1826.
20. N. Bloenbergen a. T. I. Rowland, Phys. Rev., 1955, vol. 97, p. 1679.
21. N. F. Ramsay, Phys. Rev., 1953, vol. 91, p. 303.
22. A. Rudermann a. Kittel, Phys. Rev., 1954, vol. 96, p. 99.
23. R. W. Wangsness a. F. Bloch, Phys. Rev., 1953, vol. 89, p. 728.

CÎMPURILE ELECTRICE ȘI MAGNETICE CU FOCALIZARE INTENSĂ, CU APLICAȚII LA ACCELERATORII DE ENERGII FOARTE MARI

DE

N. MARTALOGU

INTRODUCERE

Lucrarea de față cuprinde o parte din dezvoltările importante care au avut loc în ultimii ani (1952—1956) în domeniul aparatelor de accelerare, mai ales la cele pentru energii foarte mari (sincrofazotroane) în urma descoperirii principiului focalizării intense sau cu gradient alternant [1] care a permis proiectarea și parțial executarea de mașini acceleratoare pentru energii de cîteva ori mai mari decît cele obținute pînă în prezent.

Descoperirea razelor cosmice, a mezonilor K și a altor particule ce au mase de aproximativ 1000 de ori mai mari decît aceea a electronilor și descoperirea de asemenea a hiperonilor a căror masă este mai mare decît aceea a protonilor, a arătat că înțelegerea proceselor nucleare nu se poate face pînă ce nu se va reuși să se acumuleze suficiente date experimentale în legătură cu determinarea exactă a masei acestor particule și a celorlalte proprietăți specifice. Pentru

aceasta este nevoie de a avea particule elementare (de exemplu protoni) de energii care să depășească ușor 1000 de MeV (1 BeV). Principial, protonii pot fi accelerați pînă la astfel de energii cu mașini de tipul acceleratorilor liniari, sincrotronului sau sincrofazotronului. Practic însă lucrul acesta nu este posibil peste anumite limite din cauza costului enorm. Așa de exemplu, un accelerator liniar pentru energii de 3000 de milioane de electroni volți (3 BeV) trebuie să aibă aproximativ 900 m lungime și va necesita o putere de radiofrecvență pulsată de sute de megawați, la 200 MHz. Un alt exemplu îl constituie sincrociclotronul de 3 BeV care ar trebui să aibă un cîmp magnetic constant de 20 000 gauss produs de un electromagnet ce ar trebui să aibă polii de 15 m diametru. Cel de al treilea exemplu pare să contrazică afirmația de mai sus întrucît un sincrofazotron proiectat pentru o energie a protonilor de 3 BeV necesită un cîmp magnetic variabil între 0 și 14 000 gauss în timp de o secundă, dar distribuția acestui cîmp trebuie realizată numai pe o distanță de 60 cm în jurul orbitei de mișcare a particulelor. Intensitatea fasciculului unei astfel de mașini este însă de aproximativ 1000 de ori mai mică decît în celelalte două tipuri, în care poate atinge 1 μ A. Această intensitate slabă este însă suficientă pentru studiul multor procese nucleare. Costul unei astfel de mașini, pentru energii egale, este de cel puțin 10 ori mai mic decît pentru celelalte două. Sincrofazotronul sau sincrotronul protonic, cum i se mai spune, nu este avantajos decît pentru energii între 1 și 6 BeV. Un cosmotron de 30 BeV ar avea un magnet de 2 milioane de tone greutate.

Metoda de accelerare bazată pe principiul focalizării intense a permis să se poată merge cu energiile de accelerare cu mult mai departe, la cost rezonabil. În prezent sînt proiectate, în curs de proiectare sau de execuție cîteva din aceste mașini care ating energii pînă la 60 BeV.

De asemenea, pe baza acestui principiu s-au pus la punct mașini de accelerare de particule ai căror parametrii sînt constanți în timp (cîmpul magnetic și frecvența) chiar pentru energii la care particulele accelerate intră în domeniul relativist. Așa de exemplu „ciclotronul cu magnet secționat" [2].

Un loc larg în domeniul cercetărilor științifice îl ocupă folosirea acestei metode cu focalizare intensă și pentru focalizarea fasciculelor de particule energizate, ce ies din vechile mașini de accelerare, producînd în felul acesta fascicule de intensitate mare și de secțiune mică.

METODA FOCALIZĂRII INTENSE

Principiul de focalizare intensă sau al gradientului alternant a fost descoperit de Cristofilos din Atena în anul 1949. Lucrarea nefiind publicată, principiul a fost redescoperit în 1952 de E. D. Courant și colaboratori [1].

Principiul metodei de focalizare intensă se bazează pe observația că aplicarea succesivă de forțe focalizatoare și defocalizatoare puternice unui fascicul de particule încărcate electric conduce, ca rezultat final, la o focalizare intensă netă.

Înțelegerea acestui proces este ușurată dacă ne folosim de o analogie optică: un sistem optic constituit dintr-o lentilă ce focalizează un fascicul de lumină și una ce-l defocalizează, ambele avînd aceeași distanță focală și separate printr-o distanță finită, va produce o focalizare a fasciculului, indiferent care din cele două lentile este prima.

În cazul considerat de noi această metodă se realizează cu ajutorul cîmpurilor electric sau magnetic cu gradient constant. Cîmpurile utilizate în acest scop fac parte din categoria mai largă a cîmpurilor bidimensionale care pot fi studiate analitic plecînd de la o funcție de variabilă complexă ($z = x + iy$) potrivit aleasă.

Proprietățile spațiale ale acestor cîmpuri pot fi găsite considerînd, prin analogie, că ele derivă dintr-un potențial scalar. Fie $W(z)$ funcția analitică de variabilă complexă $z = x + iy$

$$W(z) = U(x, y) + i\,V(x, y).$$

Funcțiile U și V satisfac ecuația Laplace în două dimensiuni. Familiile de curbe $U = \text{const.}$ și $V = \text{const.}$ sînt ortogonale. În considerațiile noastre V funcționează ca potențial scalar magnetic, iar U drept curent sau funcția de flux. Este numai o analogie formală.

Componentele cîmpului magnetic H_x, H_y derivă din $W(z)$ prin relațiile:

$$\frac{\partial W}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} + i \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{dW}{dz},$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} + i \frac{\partial V}{\partial y} = i \frac{dW}{dz}.$$

Relațiile lui Cauchy-Riemann dau

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} \qquad \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial V}{\partial x}.$$

Deci

$$H_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial y} = \Im m \left(-\frac{dW}{dz}\right)$$

$$H_y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{\partial U}{\partial x} = \Re e \left(-\frac{dW}{dz}\right)$$

și în continuare derivatele lui H_x și H_y sînt:

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = -\frac{\partial H_y}{\partial y} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \Im m \left(-\frac{d^2 W}{dz^2}\right),$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} = \frac{\partial H_y}{\partial x} = -\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \Re e \left(-\frac{d^2 W}{dz^2}\right).$$

În cele de mai sus am notat $\Re e$ și $\Im m$ partea reală și imaginară.

Mărimile cîmpului se pot exprima atît în coordonate rectangulare x, y cît și în coordonate polare r, θ prin legătura identică $z = x + iy = re^{i\theta}$.

Datorită proprietăților imperfecte ale fierului nu se pot stabili condiții la limite precise pentru cîmpul magnetic produs de un electromagnet. În acest caz măsurătorile de cîmp se raportă sub formă de tabele și grafice. Un procedeu cu mult mai rațional și mai fructuos [3], care permite măsurători directe de cîmp și de gradiente ale cîmpului, pornesc de la dezvoltarea funcției $W(z)$ în serii de puteri

$$W(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (h_n + ik_n) z^n$$

în jurul unei origini plasată în cîmpul interesant (de exemplu, poziția orbitei de echilibru în cazul unui sincrotron).

Cîmpul și derivatele acestuia pot fi descrise cu precizia datorită găsind un număr suficient de coeficienți h_n, k_n, printr-o alegere potrivită a măsurătorilor de cîmp cu o bobină sondă. Cu ajutorul formulelor de mai sus se pot calcula acum diferite componente ale cîmpului și al gradientului de cîmp.

Cîmpurile bidimensionale cele mai generale cer cunoașterea tuturor puterilor lui n și coeficienților h_n, k_n din dezvoltarea de mai sus.

Lucrul se simplifică atunci cînd cîmpul prezintă proprietăți de simetrie, căci, mulți din acești coeficienți sînt nuli. Vom ilustra acest fapt cu cîteva exemple din cele mai folosite:

a) În figura 1, *a*) se vede că planul $X\,Z$ este un plan de simetrie care impune deci condiția $\overline{W}(z) = -\,W(\bar{z})$ funcției de potențial complex. Urmează :

$$W(\bar{z}) = \sum \frac{1}{n}(h_n + ik_n)\, r^n\, e^{-in\theta}$$

$$-\,\overline{W}(z) = \sum \frac{1}{n}(-\,h_n + i\,k_n)\, r^n\, e^{-in\theta}$$

și deci $h_1 = 0$, $h_2 = 0$, $h_3 = 0, \ldots$

Toți h_n dispar fără să existe în schimb vreo restricție asupra lui k_n .

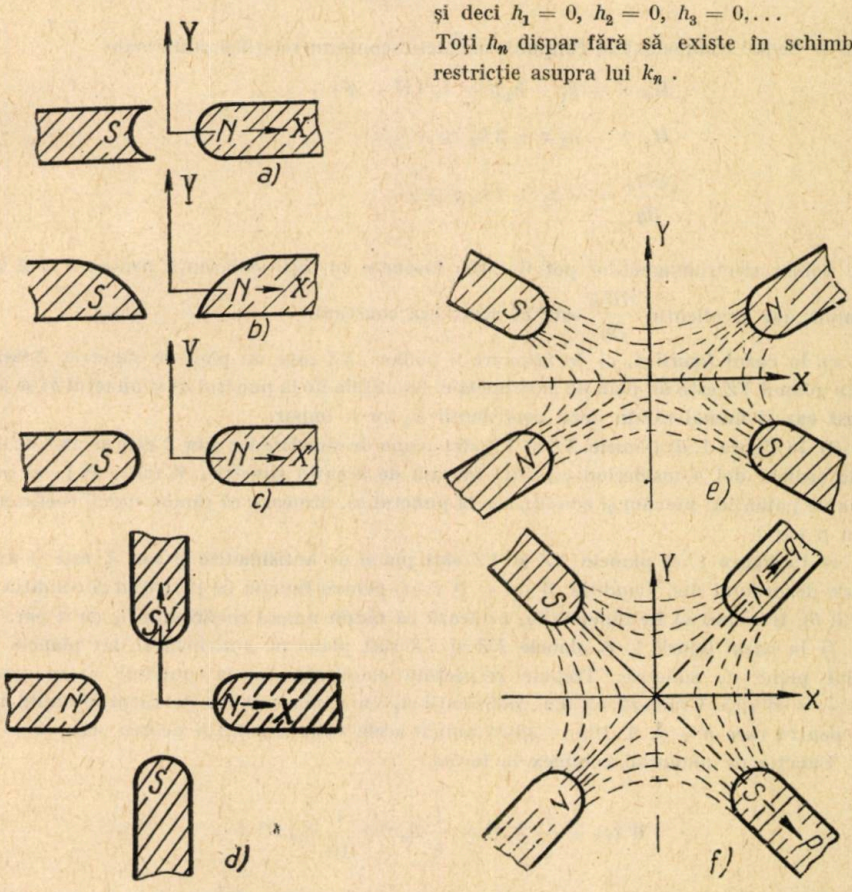


Fig. 1

b) În figura 1, *b*) planul $Y\,Z$ este un plan de antisimetrie care impune condiția $\overline{W}(z) = W(-\,\bar{z})$.

Această condiție face ca $h_n = 0$ pentru n impar și $k_n = 0$ pentru n par. Într-adevăr,

$$\overline{W}(z) = \sum \frac{1}{n}(h_n - ik_n)\, r^n\, e^{-in\theta}$$

$$W(-\,\bar{z}) = \sum \frac{1}{n}(h_n + ik_n)\, r^n\, e^{-in\theta}\, e^{-in\pi}$$

căci $z = re^{i\theta}$; $\bar{z} = re^{-i\theta}$; $-\,\bar{z} = re^{-i(\theta+\pi)}$.

Deci pentru
n impar $= 2k + 1 \ldots$ $h_n = 0$.
n par $= 2k \ldots$ $k_n = 0$.
Funcția de potențial ia în acest caz forma

$$W(z) = ik_1 z + \frac{1}{2} h_2 z^2 + \frac{1}{3} ik_3 z^3 + \cdot \cdot$$

De aici se deduc componentele cîmpului magnetic conform relațiilor anterioare

$$H_x = - k_1 - h_2 y - k_3 (x^2 - y^2) + \ldots,$$

$$H_y = - h_2 x + 2 k_3 xy + \ldots$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial y} = - h_2 + 2 k_3 y + \cdots$$

Fețele polilor electromagneților pot fi astfel fasonate ca toți coeficienții pentru $n > 2$ să fie neglijabili, iar gradientul $\frac{\partial H_x}{\partial y}$ este în acest caz constant.

c) În cazul figurii 1, *c*) de fasonare a polilor. XZ este un plan de simetrie. Afară de aceasta planul YZ este un plan de antisimetrie. Condițiile de la punctul *a*) și punctul *b*) se aplică în acest caz și numai rămîn decît coeficienții k_n cu n impar.

d) În figura 1, *d*) planele XZ și YZ sînt plane de simetrie iar axa Z este o axă de simetrie de ordinul doi. Considerînd condiția impusă de această simetrie, $W(z) = W(-z)$ pentru funcția de potențial, precum și condiția de la punctul *a*), urmează că rămîn numai coeficienți k_n pentru n par.

e) În figura 1, *c*) planele XZ și YZ sînt plane de antisimetrie și axa Z este o axă de simetrie de ordinul doi. Condiția $W(z) = W(-z)$ pentru funcția de potențial și condiția de la punctul *b*), trebuind să fie îndeplinite, urmează că rămîn numai coeficienții h_n cu n par.

f) În cazul figurii 1, *f*) planele XZ și YZ sînt plane de antisimetrie, iar planele pZ și qZ sînt plane de simetrie. Trebuie respectate condițiile de la punctul *e*) și condiția $W(z) = - W(iz)$. Urmează că din coeficienții h_n cu n par permiși de cazul *e*) rămîn numai aceia pentru care $n = 2, 6, 10, \ldots$ adică numai acele valori ale lui n pentru care $i^n = - 1$.

Funcția de potențial complex ia forma

$$W(z) = \frac{1}{2} h_2 z^2 + \frac{1}{6} h_6 z^6 + \frac{1}{10} h_{10} z^{10} + \ldots$$

Din această relație se vede că gradientul cîmpului pentru primul termen este constant $\frac{\partial H_x}{\partial y} = - h_2$.

Un asemenea cîmp poate fi produs de magneți cvadripoli ce au fețele polilor fasonate după niște hiperbole echipotențiale $xy = \pm \frac{1}{2} V_0$ cu o întindere infinită în lungul asimptotelor $x = 0$, $y = 0$. Asemenea condiții nu pot fi realizate practic așa că termeni de ordin mai mare există întotdeauna, cel mai important fiind de ordinul cel mai mic permis de simetrie.

Dacă am face ca forma fețelor polilor să fie circulară și nu hiperbolică execuția lor va fi mult ușurată. Avînd în vedere că coeficientul h_6 din dezvoltarea de mai sus depinde, în

general, în mărime și semn de raza cercului față de celelalte dimensiuni ale magnetului și într-o oarecare măsură de gradul de saturare al pieselor polare, dacă alegem bine raza pentru fasonarea

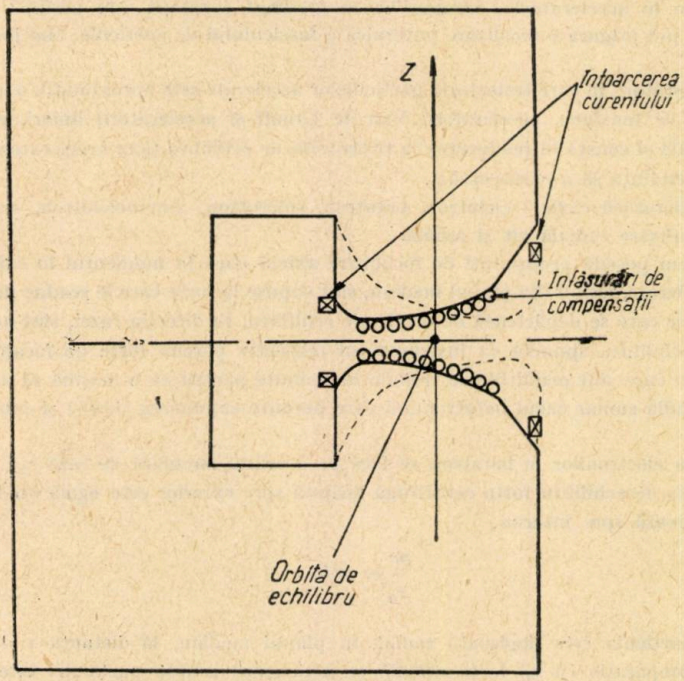


Fig. 2

polului, eroarea de ordinul patru poate fi virtual eliminată rămînînd numai o eroare de ordinul opt ceea ce va face ca, în jurul axei Z, cîmpul rezultant să aibă un gradient destul de constant.

Pentru a ne forma o idee practică mai precisă, dăm în figura 2 și 3 schema a două tipuri de electromagneți — unul cvadripolar și altul bipolar — cu gradient constant. Cel de al doilea tip a fost folosit la sincrofazotronul de 25 BeV, cu cîmp cu focalizare intensă, de la CERN.

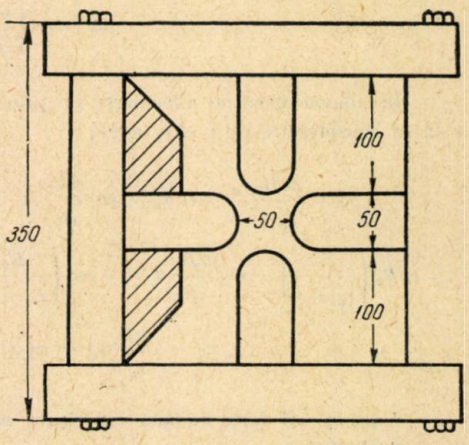


Fig. 3

APLICAȚIILE CÎMPURILOR CU FOCALIZARE INTENSĂ LA ACCELERATORI

Oscilațiile betatronice

Orice accelerator de particule care trebuie să dea fascicule cu intensitate mare și omogene în ceea ce privește energia, trebuie ca prin forțele proprii de restituție să realizeze focalizarea fasciculului și stabilitatea lui orbitală. Lucrul acesta se realizează creind

o distribuție de cîmp electric sau magnetic, astfel ca la momentul necesar să apară aceste forțe de restituție.

Folosirea în acceleratori a cîmpurilor cu gradient constant este posibilă numai dacă aceste cîmpuri pot asigura o focalizare puternică a fasciculului de particule. Mai jos vom studia acest lucru.

În acceleratorii în care traiectoria particulelor accelerate este aproximativ o linie dreaptă : multiplicatorii de tensiune, acceleratorii Van de Graaff și acceleratorii liniari, există numai focalizare radială și constă în readucerea la traiectoria de echilibru (axa acceleratorului) a particulelor ce au tendința să o părăsească.

La acceleratorii ciclici : ciclotron, betatron, sincrotron, sincrociclotron, sincrofazotron, există atît focalizare radială cît și axială.

Un sistem posedă proprietăți de focalizare axială dacă în momentul în care particulele ce trebuie accelerate, ieșind din planul median, sînt supuse la forțe care le readuc înapoi în plan. Dacă particulele care se depărtează de orbita de echilibru, în direcția razei, sînt aduse din nou în orbita de echilibru, spunem că instrumentul respectiv posedă forțe de focalizare radială. Pentru a vedea care sînt condițiile ce trebuie îndeplinite pentru ca o mașină să asigure focalizarea, vom studia sumar cazul betatronului care permite expunerea simplă și concretă a principiilor.

Mișcarea electronilor în betatron se face pe o orbită circulară de rază r_0.

Pe orbita de echilibru forța centrifugă dirijată spre exterior este egală cu forța magnetică ce acționează spre interior,

$$\frac{pv}{r_0} = evB_z .$$

Dacă particula este deplasată radial, în planul median, la distanța x de r_0 (unde x este mic în comparație cu r_0) forța radială ce acționează asupra particulei este acum,

$$f_x = \frac{pv}{r_0 + x} - ev\left(B_z + \frac{\partial B_z}{\partial r}\, x\right)$$

$$\approx - ev\left(\frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{B_z}{r_0}\right) x.$$

În adevăr dacă se înlocuiește pv prin valoarea obținută din condiția de echilibru și se ia în considerație că $x \ll r_0$ avem

$$f_x = \frac{evB_z r_0}{r_0 + x} - evB_z - ev\frac{\partial B_z}{\partial r}\, x = evB_z\left(\frac{r_0}{r_0 + x} - 1\right) - ev\frac{\partial B_z}{\partial r}\, x =$$

$$= evB_z\left(\frac{-x}{r_0 + x}\right) - ev\frac{\partial B_z}{\partial r}\, x = - ev\left(\frac{B_z}{r_0 + x} + \frac{\partial B_z}{\partial r}\right) x \approx - \frac{evB_z}{r_0}\left[1 - \left(-\frac{\partial B_z}{\partial r}\cdot\frac{r_0}{B_z}\right)\right] x$$

$$f_x \approx - \frac{evB_z}{r_0}[1 - n]\, x \text{ unde } n = -\frac{\partial B_z}{\partial r}\cdot\frac{r_0}{B_z} .$$

Dacă $n < 1$ forța radială exterioară este negativă și deci acționează într-o direcție opusă deplasării x.

Această forță poate fi egală cu $m\gamma\frac{d^2x}{dt^2}$ unde γ este factorul relativist ; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$.

În această relație se ia în considerație numai dependența lui γ de viteza orbitală și nu și de cea radială. Prin urmare avem :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{evB_z}{m\gamma r_0}(1 - n)\, x = 0,$$

sau

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 (1 - n)\, x = 0,$$

unde s-a notat

$$\omega_0 = \frac{v_0}{r_0} = \frac{evB_z}{p}.$$

Ecuația de mai sus este, după cum se vede, ecuația de mișcare a unui oscilator armonic și deci x variază armonic cu frecvența unghiulară

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{(1 - n)}.$$

În ceea ce privește forțele de focalizare axială apar datorită componentei radiale mici a cîmpului magnetic rezultat al neuniformității cîmpului. Acest cîmp radial este

$$B_r = \frac{\partial B_r}{\partial z} z$$

căci ecuația lui Maxwell rot $\vec{B} = 0$ ne dă egalitatea

$$\frac{\partial B_r}{\partial z} = \frac{\partial B_z}{\partial r} \text{ și deci } B_r = \frac{\partial B_r}{\partial z}\, z = \frac{\partial B_z}{\partial r}\, z.$$

Cîmpul magnetic poate fi considerat ca static cu destul de bună aproximație atîta timp cît considerăm această situație numai pentru timpul unei perioade de revoluție. Forța verticală pentru un electron ce a ieșit din planul median este

$$f_z = evB_r = ev \frac{\partial B_r}{\partial z} z = -\frac{envB}{r_0} z,$$

unde

$$n = -\frac{\partial B_z}{\partial r} \cdot \frac{r_0}{B_z}.$$

Dacă $n > 0$ forța rezultantă se opune de asemenea deplasări, în cazul acesta, pe verticală.

Raționînd ca în cazul forțelor de restituție radială vedem că mișcarea în direcția z (verticală) este mișcarea unui oscilator armonic cu frecvența

$$\omega_z = \omega_0 \sqrt{n}.$$

În concluzie, pentru ca să avem satisfăcute condițiile pentru realizarea focalizării verticală și radială , parametrul n (care caracterizează variația cîmpului magnetic pe orbită) trebuie să fie cuprins între 0 și 1.

$$1 > n > 0$$

și se vede că cu cît n este mai aproape de valoarea 0 cu atît sînt mai puternice forțele de focalizare radială, iar cu cît n este mai aproape de valoarea 1 cu atît mai puternice sînt forțele de restituție verticală.

Dacă un electron este în afara orbitei de echilibru, fie datorită împrăștierii unghiulare și împrăștierii în energie în fasciculul injectat, difuziei de către gazul rezidual, neomogeneităților magnetice sau erorilor de frecvență, în urma acționării forțelor de restituire, el va oscila în jurul orbitei de echilibru cu un raport al amplitudinilor radiale și verticale dat de expresia $\frac{x}{z} = \left(\frac{n}{1-n}\right)^{1/2}$ adică amplitudinile corespunzătoare sînt invers proporționale cu frecvențele oscilațiilor. Deci, apertura necesară pentru a satisface una din condiții este limitată de

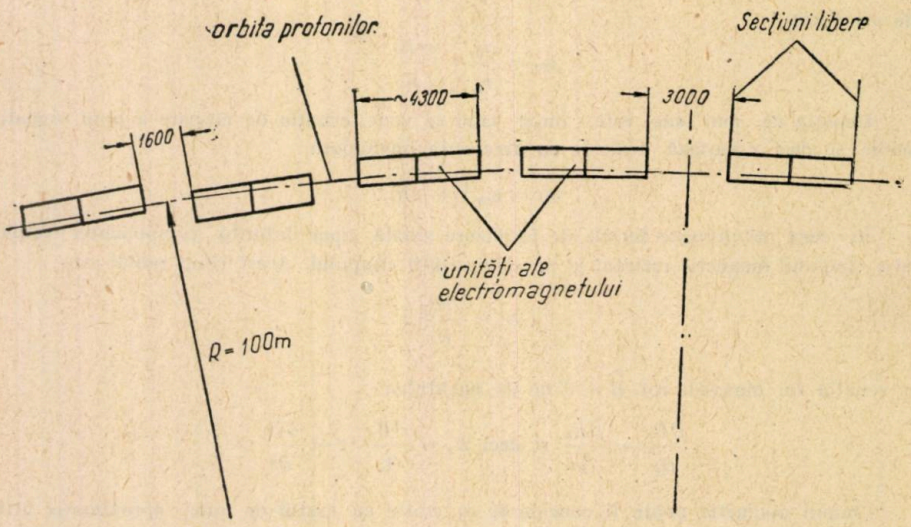


Fig. 4

satisfacerea celeilalte condiții și apertura minimă care să satisfacă amîndouă condițiile este pentru $n = 0{,}5$.

Putem obține forțe focalizatoare care pot fi cu mult mai puternice făcînd pe n să varieze cu azimutul. Acest lucru se petrece în cazul cîmpurilor cu focalizarea intensă, cu gradient alternant, așa după cum vom vedea din evaluarea frecvenței oscilațiilor betatronice.

Presupunem o orbită circulară ce constă din N sectoare de egală lungime cu parametrii de variație a cîmpului n_1 și n_2 în sectoarele alternante. O asemenea dispoziție se vede în figura 4.

Electromagneții care produc cîmpurile cu gradient constant sînt așezați alternativ cu jugul într-o parte și în alta, dacă profilul polilor este același, sau în aceeași parte dacă profilul polilor este inversat așa cum se vede în figura 2 (soluție adoptată la CERN); oscilațiile verticale și radiale sînt date de ecuația $\frac{d^2z}{d\theta^2} + n_1 z = 0$, $\frac{d^2 r}{d\theta^2} + (1 - n_1)\, r = 0$, pentru sectoarele impare, și $\frac{d^2z}{d\theta^2} + n_2\, z = 0$, $\frac{d^2r}{d\theta^2} + (1 - n_2)r = 0$, pentru sectoarele pare.

Prin formule de recurență se obțin soluții de forma

$$Z_k = Ae^{i2\pi\mu_z k} \quad \text{și} \quad R_k = Be^{i2\pi\mu_r k},$$

unde coeficientul μ_z este dat de :

$$\cos 2\pi\mu_z = \cos \frac{2\pi \sqrt{n_1}}{N} \cos \frac{2\pi \sqrt{n_2}}{N} - \frac{n_1 + n_2}{2\sqrt{n_1 n_2}} \sin \frac{2\pi \sqrt{n_1}}{N} \sin \frac{2\pi \sqrt{n_2}}{N}.$$

Coeficientul μ_r este dat de aceiași expresie în care se înlocuiește n_1 și n_2 prin $(1 - n_1)$ și $(1 - n_2)$ respectiv. Pentru ca mișcarea să fie stabilă atît pentru oscilațiile radiale cît și pentru cele verticale, trebuie satisfăcute condițiile :

$$-1 < \cos 2\pi\mu_z < 1 \; ; \; -1 < \cos 2\pi \mu_r < 1.$$

Dacă se reprezintă grafic limitele regiunii de stabilitate pentru un număr mic de sectoare (N_1) și pentru un număr mare de sectoare (N_2) , se observă că regiunea de stabilitate este mai mare pentru $n_2 \approx - n_1$ și că domeniul valorilor stabile este mai mare pentru N mare.

Să arătăm acum că forțele de restituție efective sînt mai intense în cazul gradientului alternant decît în cazul obișnuit. Lucrul acesta se arată ușor evaluînd frecvența efectivă a oscilațiilor betatronice.

Această frecvență este dată de expresia

$$\omega_z = \omega_r = \frac{\mu N}{2} \omega_0$$

pentru N mare.

Comparînd-o cu cea de la betatron pentru n constant se vede că pentru valori convenabile ale lui N și μ este posibil să se includă într-o revoluție un număr de oscilații betatronice în timp ce într-o mașină de accelerare obișnuită se vede că într-o revoluție nu pot fi incluse decît numai o fracțiune dintr-o oscilație betatronică.

Întrucît deviațiile de la orbita de echilibru, pentru o eroare în direcția inițială dată, vor fi proporționale cu lungimea de undă betratronică, este evident că forțele de restituire a particulelor spre orbita de echilibru sînt cu un ordin de mărime mai mari în aparatele cu gradient alternant decît într-o mașină de accelerare obișnuită.

Drept consecință amplitudinile oscilațiilor și deci apertura necesară poate fi mult micșorată înmulțind numărul de sectoare N și creînd valori mari pozitive și negative pentru n în sectoarele succesive.

După calculele lui E. D. C o u r a n t și colaboratori [1] pentru un sincrotron cu gradient alternant cu 240 sectoare și cu $n_1 = 3600$ și $n_2 = -3600$ apertura radială este $\sim 1/24$ din aceea necesară unui sincrotron obișnuit cu $n = \text{const.}$ de 0,6 și apertură verticală de 1/20.

Ca un exemplu concret la sincrotronul cu gradient alternant de la Geneva (CERN) de 25 BeV valoarea normală pentru n este 282, numărul de sectoare 200 (100 deschise și 100 închise) iar camera interioară de vid cu secțiune ovală este de 8×16 cm.

Traiectoriile ionilor în jurul orbitei de echilibru nu sînt sinusoidale ca în sincrotronul standard ci sînt compuse din funcții alternative armonice și hiperbolice.

Practic trebuie luat în considerare faptul că pentru așezarea înfășurărilor bobinelor, pompele de evacuare și alte accesorii trebuie prevăzute spații mici lipsite de cîmp (fig. 4), între sectoare.

Efectul acestor spații nu este prea important dacă lungimea acestora este mai mică de 25 % din aceea a sectoarelor.

Oscilațiile sincrotronice și stabilitatea de fază

În afară de focalizarea geometrică de care am vorbit mai înainte la acceleratorii multipli (care accelerează de mai multe ori) trebuie luată în considerare și diferența de fază dintre

tensiunea sinusoidală electrică de accelerare și momentul în care particula traversează spațiul de accelerare. Un accelerator ciclic (cu cîmp magnetic și accelerare multiplă) posedă stabilitate de fază dacă posedă proprietatea ca particulele care vin mai devreme sau rămîn în urmă față de momentul de accelerare vor suferi variații oscilatorii ale vitezei lor unghiulare în jurul vitezei unghiulare de echilibru ω_0.

Problemele oscilațiilor sincrotronice sînt aceleași ca și pentru sincrotronul protonic obișnuit [4] cu diferența că relația dintre energia particulei și circumferința orbitei de echilibru este schimbată.

Dacă impulsul unei particule diferă de valoarea sa pentru orbita de echilibru, noua orbită de echilibru nu mai este un cerc ci va consta din deviații alternante date de funcții periodice, armonice și hiperbolice suprapuse pe un cerc, de rază de echilibru diferită. Raza medie a noii orbite circulare diferă de aceea a orbitei de echilibru cu o cantitate Δr dată aproximativ de relația :

$$\nu^2 \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta p}{p} .$$

(ν — fiind numărul de oscilații betatronice în timpul unei revoluții), care diferă de relația dată pentru oscilațiile de fază în sincrotronul protonic obișnuit

$$(1 - n) \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta p}{p} .$$

În figura 5 se pot vedea orbitele particulelor ce posedă energii mai mari sau mai mici decît acelea pentru orbita de echilibru, la un sincroton cu focalizare intensă sau cu gradient alternant.

Particulele cu energie mai mare traversează un cîmp magnetic mediu mai mare decît cel de la orbita centrală și viceversa, ceea ce conduce la o strîngere radială intensă a orbitelor.

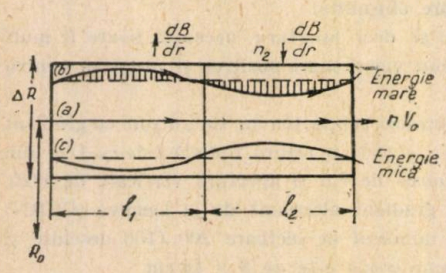


Fig. 5

Stabilitatea sincrotronică este aici realizată prin schimbarea perioadei de revoluție cu impulsul, în timp ce în sincrotronul standard o particulă cu un exces de impuls traversează un drum de rază mai mare și necesită pentru a-l parcurge un timp mai mare, deoarece creșterea relativă a razei este mai mare decît creșterea relativă a vitezei.

Analiza oscilațiilor de fază se face după același procedeu ca la acceleratorii obișnuiți. Ecuația oscilațiilor de fază este aici

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{pd\,\delta/dt}{\omega\,(1 - v^2/c^2 - 1/\nu^2)}\right) = -\frac{eVh\delta\cos\Phi_0}{2\pi R}$$

în timp ce pentru celălalt caz avem

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{pd\,\delta/dt}{h\omega\,\{1 - v^2/c^2 - 1/(1 - n)\}}\right] = -\frac{eV\,\delta\cos\Phi_0}{2\pi R}$$

unde

h (număr întreg) reprezintă ordinul armonicei undei, iar

δ, diferența de fază a particulei dezechilibrate.

Consecințele ecuației de mai sus sînt cu mult mai complexe decît în cazul obișnuit întrucît $\frac{1}{\nu^2} < 1$ în general. Pentru stabilitate, $\cos \Phi_0$ trebuie să fie pozitiv pînă la o energie de trecere E_{tr} pentru care

$$1 - \frac{\nu^2}{c^2} = \frac{1}{\nu^2}$$

așa că $E_{tr} = m_0 c^2 \nu$,

Deasupra acestei energii $\cos \Phi_0$ trebuie să fie negativ. La acest punct de trecere faza undei acceleratoare trebuie să fie schimbată brusc de la un punct de pe partea crescătoare a undei la unul corespunzător pe partea coborîtoare.

ACCELERATORI DE FOARTE MARI ENERGII CU GRADIENT ALTERNANT

Cea dintîi încercare de a calcula un accelerator de foarte mare energie (30 BeV) pe baza principiului focalizării intense a fost făcută de însăși autorii principiului [1], sub formă de aplicație.

Aceștia au trecut la proiectarea unui accelerator de 30 BeV pentru protoni, a cărui energie este de 10 ori mai mare ca energia maximă dată de cosmotronul de la Brookhaven.

Raza orbitei era de aproximativ 90 m și cîmpul magnetic de 11 kilogauss. Apertura în interiorul camerei de vid poate fi de aproximativ 5 × 10 cm.

Cu această apertură radială valoarea lui n este determinată de rază și de gradientul cîmpului de 4400 gauss/cm

$$|n| = \frac{r}{B}\frac{dB}{dr} = 3600.$$

Numărul optim de sectoare magnetice (N) este de 240, iar lungimea unui sector este de 2,35 m.

Secțiunile drepte dintre sectoare sînt lungi de 60 cm.

Energia de injecție este de 4 MeV și unghiul de divergență la injecție este de 10^{-3} radiani.

Calculul detaliat al amplitudinilor oscilațiilor betatronice pentru unghiul de injecție de mai sus și datorită presiunii reziduale de difuzie în cameră (1×10^{-5} mmHg) arată că amplitudinile maxime la injecție, vor fi incluse în interiorul unei arii de 1,25 × 1,25 cm.

Magnetul are forma de E, tripolar. Doi poli sînt în formă de hiperbolă rectangulară și cel de al treilea pol are o suprafață verticală de fier în lungul axei verticale a hiperbolelor, pentru a menține cîmpul zero la centrul sistemului de coordonate (peretele interior al camerei de vid).

Alternarea gradientelor de cîmp în sectoare succesive poate fi realizată asamblînd electromagneții cu jugul în sens invers. Aceste sectoare sînt aranjate de-a lungul unei orbite circulare cu rază de 90 m, lăsîndu-se spații fără cîmp între sectoare de aproximativ 60 cm. Lungimea sectoarelor este de 2,4 m.

Tensiunea de accelerare pe tură este aproximativ de 100 kV pentru a atinge energia de 30 BeV într-o secundă.

Trecem acum să dăm cîteva date în legătură cu aparatele de accelerare de foarte mari energii care sînt proiectate și în curs de execuție atît în U.R.S.S. cît și în alte țări.

La Conferința de la Moscova asupra energiilor înalte, ținută între 14 și 22 mai 1956 [5], savanții sovietici au comunicat printre altele și cîteva proiecte de acceleratori de energii foarte mari. Așa de exemplu, grupul de savanți ai Academiei de științe a U.R.S.S.,

V. V. Vladimirski, E. G. Komar și A. L. Minz, au comunicat despre proiectul unui accelerator pentru protoni sub formă inelară de 6—7 BeV.

Sincrotronul protonic folosește metoda focalizării intense. Principalii parametrii ai mașinii sînt:

energia maximă a particulelor accelerate	7×10^9 eV;
energia de injecție	4×10^6 eV;
raza medie a orbitei	40 m;
numărul de magneți	112;
numărul de magneți compensatori	14;
numărul de oscilații radiale și verticale pe revoluție	12,75;
lărgimea camerei	11 cm;
înălțimea camerei	8 cm;
greutatea magneților	2700 tone;
energia pentru cîmpul magnetic	10^7 Jouli.

S-a adoptat aici un sistem de compensare a lungimii orbitei cu creșterea impulsului particulei. Camera de vid are pereți subțiri de 0,2 mm din tub ondulat cu secțiune ovală făcut din oțel inoxidabil.

Aceiași autori au expus de asemenea proiectul unui accelerator protonic cu focalizare intensă de energie între 50 și 60 Bev [51].

Pentru eliminarea energiei critice s-a introdus un sistem magnetic, de magneți compensatori, cu cîmpul magnetic invers. Sistemul magnetic al acceleratorului va consta din 105 magneți cu focalizare radială și verticală și 15 magneți compensatori. La fiecare 8 magneți este unul compensator. Lungimea orbitei va fi de 1480 m. Intensitatea cîmpului magnetic a injecție va fi de 90 oersted, iar intensitatea maximă de 10 000 — 12 000 oersted. Greutatea totală a magneților va fi de aproximativ 22 mii tone.

Un accelerator liniar a cărui energie este de 10^8 eV va servi ca injector. Sistemul accelerator va fi asigurat de un generator de putere de î.f. la o frecvență de 30 ori frecvența de revoluție a particulei.

Energia protonului pe revoluție este aproximativ 10^5 eV. Puterea oscilatorilor de î.f aproximativ 500 kW.

Deviațiile în asamblarea magneților 1 mm.

La Brookhaven s-a proiectat un sincrotron protonic de 25 (30) BeV cu gradient alternant. Valoarea parametrului n pentru cîmp este aproximativ 350; vor fi 240 sectoare magnetice dispuse pe un inel de 252 m diametru.

Înaintea construirii sincrotronului protonic de la Brookhaven s-a construit un sincrotron electronic cu gradient alternant de 10 MeV folosind focalizare și curbare electrostatică.

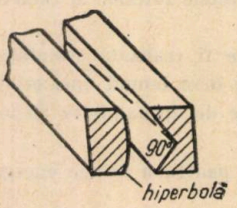


Fig. 6

Procesul de accelerare trece prin faza de tranziție pe la 3 MeV așa că poate fi încercată tehnica de radiofrecvență pentru efectuarea stabilității. Mașina aceasta lucrează și s-au început încercările. Injecția în mașină este de 1 MeV de la un accelerator electrostatic. Diametrul cercului pe care sînt așezate elementele de focalizare formate din 80 perechi de electrode este de 13,5 m. Unul din electrozii fiecărei lentile are forma (în secțiune transversală) de hiperbolă, iar celălalt electrod are forma în secțiune de unghi drept (fig. 6).

Acest aranjament dă un cîmp cu gradient liniar. La intervalele dintre lentilele ce curbează traiectoriile particulelor sînt 16 lentile cvadripolare, ale căror electrode constituie o familie de hiperbole dreptunghiulare. Aceste lentile produc focalizarea fasciculului fără să-l curbeze prin cîmpul lor cu gradient uniform.

Un alt mare accelerator cu gradient alternant de 25 BeV se construiește la CERN [5].

Nu am amintit în această lucrare decît o mică parte din aplicațiile cîmpurilor cu focalizare intensă în domeniul acceleratorilor de foarte mari energii, dar numărul lor este mai mare și domeniul de aplicație al noii metode crește foarte repede.

BIBLIOGRAFIE

1. E. D. Courant., M. S. Livingston a. H. S. Snyder, *The Strong-fouersing Synchrotren — A New High Energy Accelerator.* Phys. Rev., 1952, vol. 88, seria 2, nr. 5.
2. E. M. Moroz a. M. S. Rabinovici, *Cyclotron With Sectioned Magnet System.* CERN, Symposium, 1956.
3. W. C. Elmore et M. W. Gorrett, Rev. Sci. Inst., 1954, t. 25, p. 480.
4. N. M. Blachman et E. D. Conront., Rev. Sci. Intr., 1949, t. 20, p. 596.
5. *** *Tezis Doklodov no Vseosviznoi Konferenții po. Fizika ciastit vîsokih energhi.* Akad. Nauk SSSR, 14—22 mai 1956.

JOJA MAGNETICĂ PENTRU INTERVAL MARE DE PRESIUNI

DE

L. ARCAN, D. BALLY şi I. BÎRSAN

În instalaţiile metalice de vid în care etanşeizările se fac cu garnituri de cauciuc pot apare variaţii mari de presiune. De aceea, este avantajos să se folosească pentru măsurarea presiunii joje cu filament rece.

În asemenea instalaţii, vidul înaintat nu se menţine de la o zi la alta dacă pompele sînt întrerupte, garniturile neasigurînd o etanşeitate perfectă. În acest caz, filamentul jojei de ionizare se otrăveşte, ceea ce implică degazarea îndelungată a jojei înaintea fiecărei măsurători.

Mai există o serie de dezavantaje, care ne-au făcut să părăsim folosirea jojei de ionizare cu catod cald şi să întrebuinţăm pe cea cu catod rece. În primul rînd, faptul că pentru presiunile relativ mari la care lucrăm (10^{-4}— 10^{-5} mmHg) este necesar un amplificator de curent continuu.

În al doilea rînd, catodul cald conduce de multe ori la cracarea vaporilor condensabili ce pătrund în joja, ceea ce duce la măsurarea unei presiuni diferite de cea real existentă în instalaţie.

Joja magnetică pe care am construit-o funcţionează după principiul jojei Penning, prezentînd însă faţă de aceasta avantajul că, avînd o altă simetrie a cîmpului magnetic, măreşte mult liberul parcurs al electronilor.

În felul acesta, creşte sensibilitatea jojei, iar pentru presiunile la care lucrăm nu este nevoie pentru măsurători decît de un microampermetru.

Un alt avantaj al acestei joje este acela că ea acoperă o gamă întinsă de presiuni, de la 10^{-4}— 10^{-8} mmHg, dar datorită faptului că este foarte sensibilă la variaţii mici de presiune, ea se poate utiliza cu succes şi ca detector de găuri în instalaţiile de vid.

Ca detector prezintă avantajul că lucrează cu butan, gaz care se procură cu uşurinţă în orice laborator.

Principiul de funcţionare *)

Joja este în fond o diodă, ai cărei electrozi au o formă specială. Anodul este un fir central, înconjurat de un catod cilindric. În interiorul cilindrului, din loc în loc, sînt puse nişte discuri găurite la centru, care împart tubul în mai multe compartimente. Între marginea găurii şi firul central este o distanţă de 0,5 mm. La aplicarea unei tensiuni de cîţiva kilovolţi între

*) A. H. Beck a. A. D. Brisbane, Vacuum, 1952, nr. 2, p. 137.

cei doi electrozi, vom avea în acest spațiu un cîmp electric suficient de puternic pentru a smulge electroni, prin emisie autoelectronică, de pe conturul găurii. Acești electroni sînt apoi accelerați radial, spre anod.

Cîmpul magnetic are rolul de a mări liberul parcurs al electronilor. Aceștia nu mai ajung direct la anod, ci intră în compartimentele dintre două plăci, unde oscilează în jurul firului central. Probabilitatea de ciocnire cu moleculele gazului este mare. După un număr oarecare de ciocniri electronii își pierd energia și sînt captați de anod.

Un instrument de măsură pus în circuit, la catod, va măsura curentul

$$i = i_i + i_e ,$$

unde i_e este curentul de electroni ce sînt captați de anod și care pentru un potențial accelerator dat este constant, iar i_i este curentul de ioni pozitivi ce sînt culeși de catod. Acest curent rezultă din ciocnirea electronilor cu moleculele gazului din tub, și evident, este proporțional cu presiunea gazului.

Construcția tubului

Tubul este construit dintr-un cilindru de alamă (fig. 2) format din cinci inele, cu diametrul de 20 mm, înălțimea de 10 mm și grosimea peretelui de 0,2 mm, îmbinate unul într-altul.

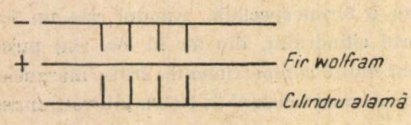


Fig. 1

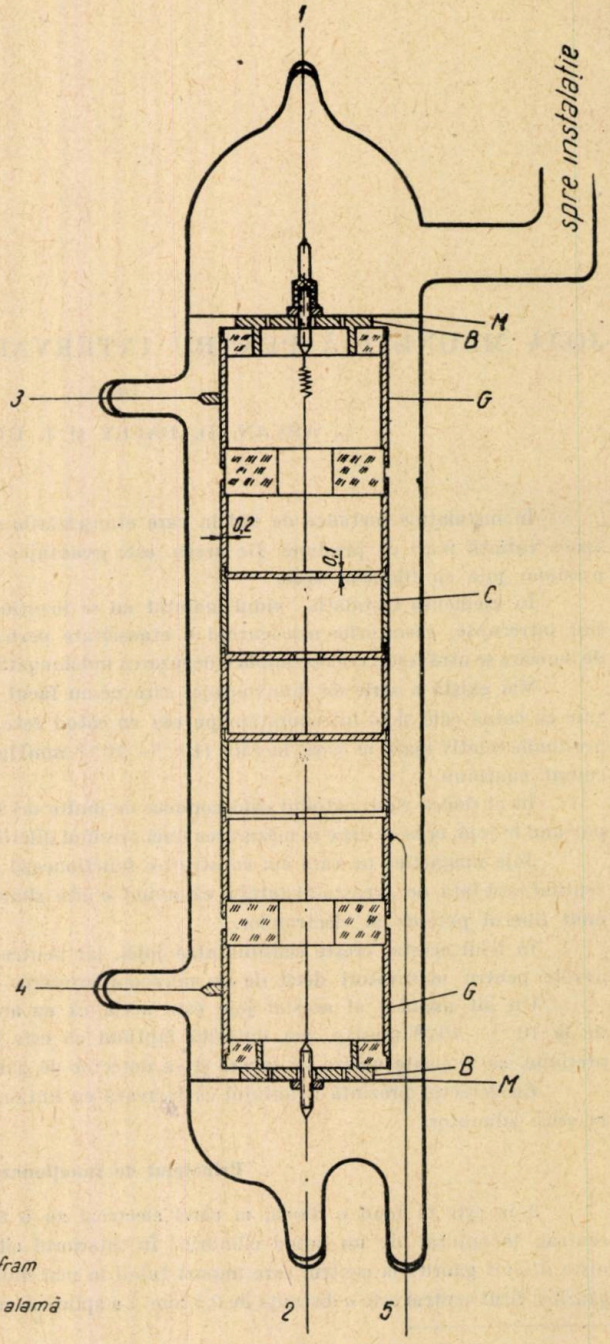


Fig. 2

Între două inele, la îmbinare, este introdus cîte un disc de alamă, gros de 0,1 mm, găurit la centru cu un diametru de 1 mm. Găurile discurilor trebuie centrate foarte bine, pentru ca joja să nu piardă din sensibilitate.

Anodul *A* este format dintr-un fir de wolfram cu diametrul de 0,1 mm, care trece prin centrul celor patru discuri.

Catodul *C* îl constituie cilindrul exterior.

În primul tip de jojă experimentat s-a încercat o izolare între cei doi electrozi, ca aceea din figura 3.

Capacul *B* din alamă, cu o grosime de 0,1 mm, susține printr-un sistem de prindere firul de wolfram. Izolația între *B* și *C* este asigurată printr-un disc de sticlă optică (de cuarț), pentru a suporta eventualele încălziri, găurit la centru cu un diametru de 4 mm.

Capacul *B* este prevăzut cu o serie de găuri la partea superioară, pentru a asigura uniformitatea presiunii în afara și înăuntrul cilindrului.

Un capac asemănător susține firul de wolfram, la partea inferioară a tubului.

Firul de wolfram este întins de resortul *R*, tot din wolfram, ceva mai gros, de 0,2 mm, spiralat pe un mandrin, încălzit în flacără de oxigen și apoi călit. Resortul este sudat la un șurub *S*, strîns cu o piuliță *P* dinafara căpăcelului *B*.

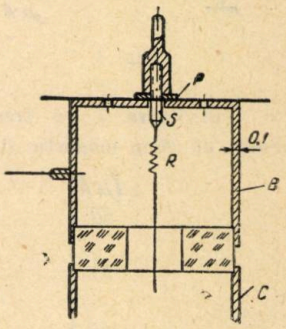


Fig. 3

S-a constatat că la aplicarea înaltei tensiuni, pe fir, și deci și pe căpăcelele *B*, iau naștere curenți de scurgere, care devin supărători, modificînd curentul în jojă.

S-a adoptat o a doua soluție în care prinderile descrise mai sus au fost modificate ca în figura 2.

Între *B* și *C* s-a introdus inelul de gardă *G*, care este izolat de anod printr-un disc de sticlă de cuarț șlefuită optic și de catod prin inelul *I*. Inelele *G* se pun la pămînt, astfel încît ele să aibă același potențial cu catodul. Eventualele scurgeri se duc la pămînt prin intermediul inelelor *G*, iar curentul la catod nu este influențat de ele.

Joja este închisă într-un tub de sticlă de Turingia cu diametrul de 35 mm. S-a ales sticla de Turingia pentru a se putea introduce trecerile de cupru.

Anodul are două capete *1* și *2* scoase prin sticlă pentru a se putea degaza firul prin trecerea unui curent electric.

Două treceri laterale *3* și *4* fac legătura la inelele de gardă.

Trecerea *5* este sudată cu argint la partea inferioară a catodului, pentru a nu se oxida la încălzire. Asamblarea piesei s-a făcut în felul următor:

După montarea cilindrului și a firului central s-au tăiat două rondele de mică *M* (fig. 2) cu diametrul cămășii de sticlă (35 mm), care s-au așezat la capetele tubului, pentru fixarea acestuia în învelitoarea de sticlă.

Degazarea tubului

Înainte de funcționare, joja trebuie bine degazată. Întîi se încălzește tubul într-un cuptor, la 280—300°, timp de 2—3 ore. Nu se depășește această temperatură, pentru ca să nu se evapore zincul din alamă și să se depună pe pereții de sticlă. Se trece un curent de 1 A prin firul de wolfram timp de 15 minute înainte de răcirea piesei. Cu joja astfel degazată se poate trece la măsurarea vidului din incintă.

Etalonarea tubului

Etalonarea jojei s-a făcut cu ajutorul unei joje de ionizare tip LM 2. Cîmpul magnetic a fost obţinut de un solenoid, cu care s-a ajuns pînă la 800 Oe.

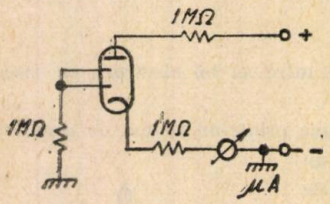


Fig. 4

Schema de măsură este arătată în figura 4.

Un redresor de curent continuu R a alimentat anodul cu tensiuni pînă la 5000 V.

S-a trasat caracteristica curent-tensiune a jojei la o presiune de 10^{-4} mmHg (fig. 5) şi un cîmp magnetic constant de 300 Oe. Forma curbei este aceea a unei diode.

În figura 6 este reprezentată variaţia curentului în funcţie de cîmpul magnetic aplicat. Spre intensităţi mari ale cîmpului, pentru o tensiune şi o presiune constantă, curba tinde către un palier.

În figura 7 s-a trasat curba de etalonare a jojei, curentul în funcţie de presiune pentru un cîmp magnetic şi o tensiune constantă.

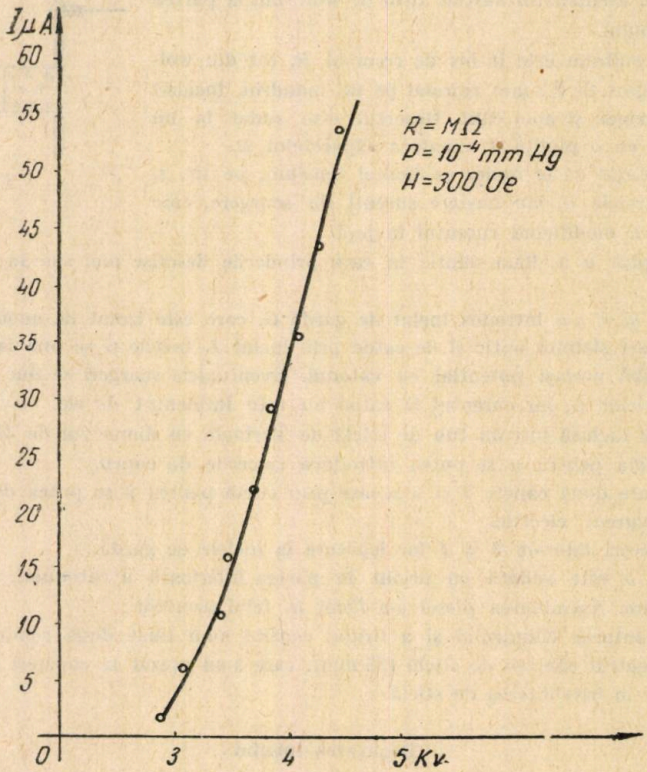


Fig. 5

După cum se vede şi din grafic, variaţia cu presiunea se face după o lege exponenţială de forma $p = ai^k$, depinzînd de cîmpul magnetic aplicat. Pentru cîmpuri intense, după cum rezultă şi din figura 6, k se apropie de 1.

Din cele arătate mai sus rezultă că joja magnetică poate fi construită în orice laborator, pentru măsurarea presiunii în instalaţiile în vid.

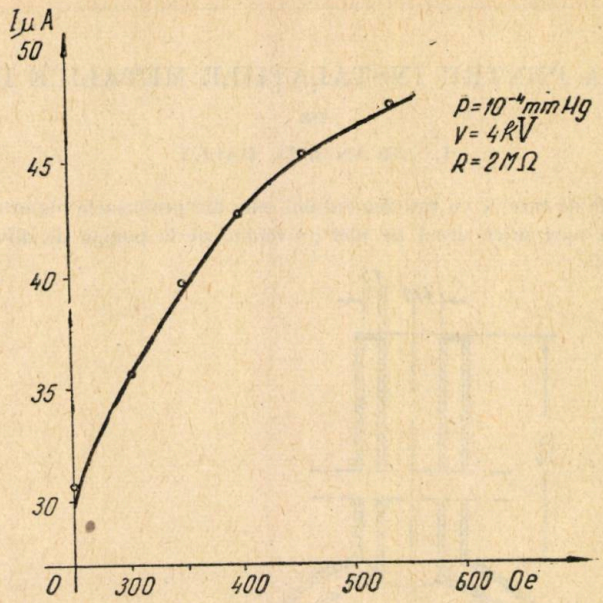

IμA
50
45
40
35
30
0
300
400
500
600 Oe
p=10⁻⁴mmHg
V=4kV
R=2MΩ

Fig. 6

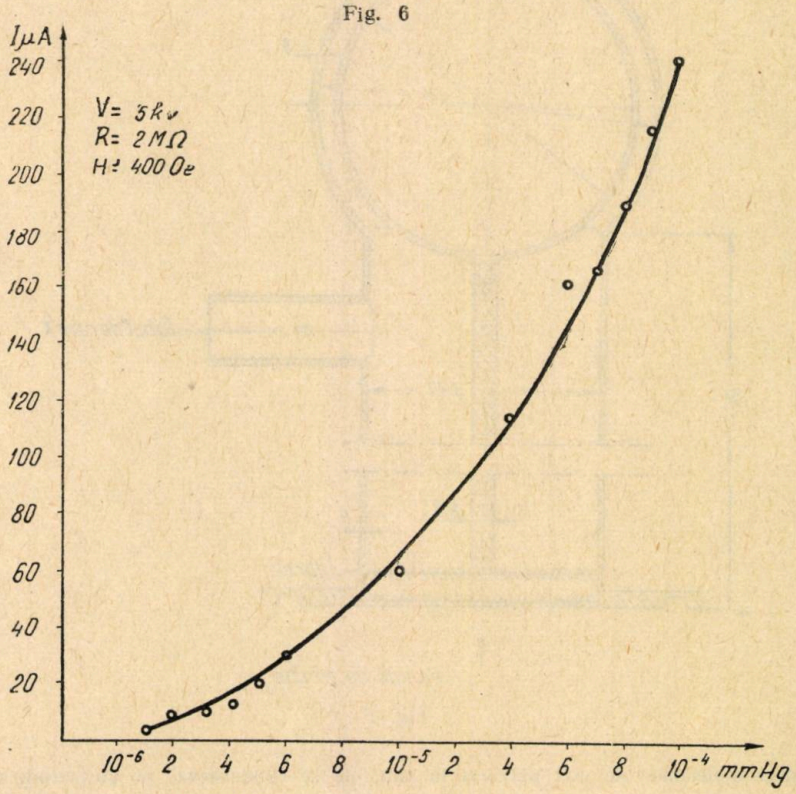

IμA
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
V= 5kv
R= 2MΩ
H= 400 Oe
10⁻⁶ 2 4 6 8 10⁻⁵ 2 4 6 8 10⁻⁴ mmHg

Fig. 7

CAPCANA PENTRU INSTALAȚIILE METALICE DE VID

DE

L. ARCAN și D. BALLY

În instalațiile de raze X cu tub demontabil, una din problemele importante de rezolvat este și aceea de a opri orice urmă de ulei provenind de la pompa de difuzie să pătrundă în tubul de raze X.

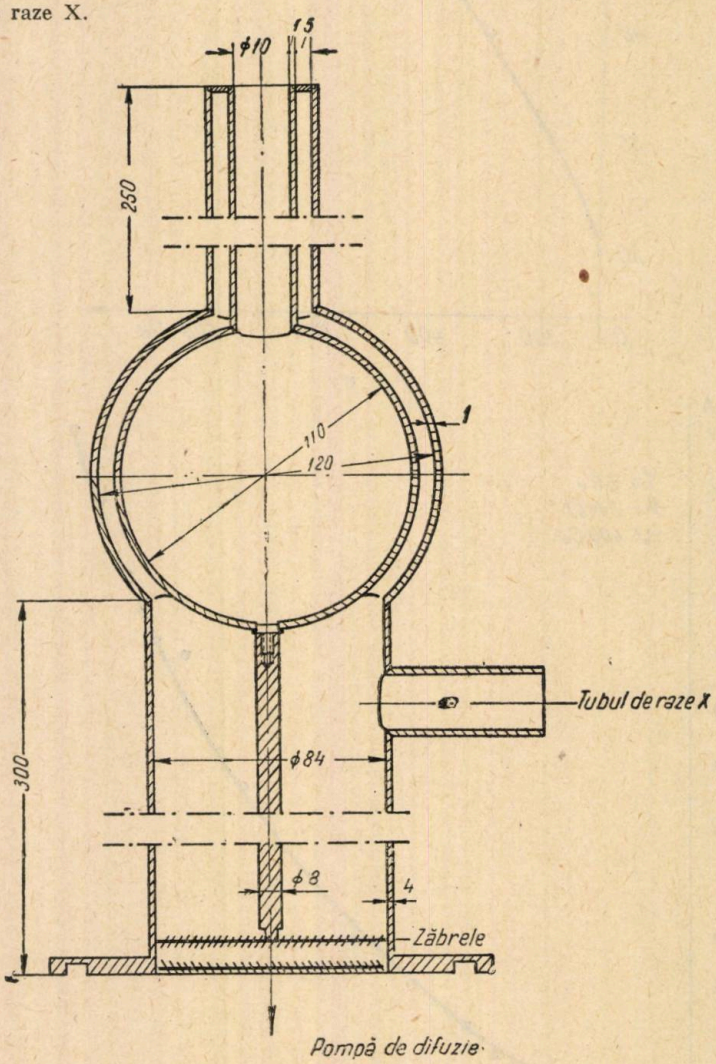


Fig. 1

Dacă moleculele de ulei pătrund în tub, ele se condensează pe anticatod, care este răcit de un curent de apă, iar la aplicarea înaltei tensiuni, între catod și anticatod se produce

o descărcare electrică. În problemele de spectroscopie de care ne ocupăm este cunoscut că starea fizico-chimică a elementului studiat influențează sateliții de unde lungi pe care îi cercetăm.

De aceea, trebuie luate măsuri ca suprafața țintei să fie cît mai curată.

Între pompa de difuzie și tubul de raze X s-a introdus o capcană răcită cu azot lichid, care oprește moleculele de ulei să pătrundă în tub.

O capcană de tipul celei curent întrebuințate în instalațiile de sticlă nu poate fi folosită în instalațiile metalice, deoarece metalul se răcește puternic și o dată cu aceasta garniturile de cauciuc își pierd elasticitatea.

Capcana proiectată și construită de noi, vezi figura, este concepută în așa fel încît există o distanță mare între locul unde este azotul și garnituri, astfel ca temperatura garniturilor să fie totuși destul de apropiată de temperatura camerei.

Vasul este făcut din tablă de cupru groasă de 1 mm.

De partea de jos a sferei interioare se înșurubează o bară de cupru cu diametrul de 8 mm și lungă de 250 mm. La capătul ei se înșurubează două șicane, tot din cupru, pentru ulei, care sînt în formă de zăbrele oblice, așezate la 90° una față de cealaltă și care nu permit moleculelor de ulei să treacă în sus. Ele se ciocnesc de șicană, sînt răcite și astfel o parte sînt condensate pe zăbrele iar o parte difuzate înapoi.

S-au încercat mai multe modele de șicane cu palete, cu spirale, și s-a ajuns la concluzia că soluția cu zăbrele este cea mai eficace.

De la introducerea azotului în instalație, timp de maximum cinci minute, presiunea scade cu un ordin de mărime de la 10^{-4} — 10^{-5} mmHg. Vidul atins în instalație este de $5 \cdot 10^{-7}$ mmHg.

S-a observat că anticatodele din tubul de raze X, care este atașat la o instalație de vid prevăzută cu această capcană, nu prezintă nici o urmă de ulei cracat.

OBSERVAȚIE ÎN LEGĂTURĂ CU TEORIA CÎMPULUI MOLECULAR LA ANTIFEROMAGNETICI

DE

A. CORCIOVEI

Să considerăm un antiferomagnetic conținînd numai un singur tip de ioni magnetici. Să notăm cu S_i spinul pro-atom al unei subrețele magnetice. Dacă numărul de ioni magnetici ai fiecărei subrețele este același, în absența cîmpului magnetic exterior se face ipoteza

$$\sum_i S_i = 0, \tag{1}$$

unde i parcurge toate subrețelele*) [1], [2], [3]. Ipoteza (1) corespunde faptului fizic că în absența cîmpului magnetic exterior magnetizarea totală a unui antiferomagnetic este nulă. Afirmația (1) se lasă de obicei nejustificată sau se justifică prin considerente fizice [3], [4]. Alți autori complică inutil problema [5].

*) De exemplu formula (23) din [3].

Se mai face de asemenea ipoteza

$$S_j = \eta_{jk}\, S_k\,, \qquad \text{unde} \qquad \eta_{jk} = \eta_{kj} = \pm 1, \tag{2}$$

adică spinul pro-atom al oricărei subrețele este același în valoare absolută*)[6]. Aceste afirmații sînt cu totul plauzibile.

În cazul rețelei cubice cu fețe centrate și cu interacțiune numai între vecini de ordinul întîi (vecinii imediat apropiați), aceste afirmații se demonstrează în mod simplu, presupunînd că relațiile între mărimile S_i sînt cele bine cunoscute în teoria cîmpului molecular pentru antiferomagnetici. Anume rețeaua se împarte în două subrețele [1], una formată din vîrfurile cuburilor, cealaltă din centrele lor. Cele două subrețele vor fi notate cu indicii 1 și 2. Atunci S_1 și S_2 satisfac sistemul de ecuații

$$S_1 = S\, B_S\,(-\,K\, S_2),\quad S_2 = S\, B_S\,(-\,K\, S_1), \tag{3}$$

unde S este numărul cuantic de spin al unui ion magnetic, B_s este funcția Brillouin pentru S [7], K este o constantă pozitivă care depinde de integrala de schimb și de temperatură printr-o relație bine cunoscută [3]. Semnul minus apare pentru a pune în evidență că lucrăm cu o interacțiune *antiferomagnetică* între vecini.

Să analizăm relațiile (3). Se știe că $B_s\,(y) \gtrless 0$ după cum $y \gtrless 0$. În felul acesta relațiile (3) conduc la constatarea că

$$\text{dacă } S_2 \gtrless 0, \text{ atunci } S_1 \lesseqgtr 0, \tag{4}$$

deci, dacă S_1 este pozitiv, S_2 este negativ și invers.

Folosind relația

$$B_S\,(-\,y) = -\,B_S\,(y),$$

se poate scrie

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= -\,SB_S\,(KS_2)\\ S_1 &= SB_S\,(-\,KS_2)\end{aligned}\right\}\ \text{pentru}:\ \begin{aligned} S_2 &> 0.\\ S_2 &< 0,\end{aligned} \tag{5_1}$$

$$\left.\begin{aligned} S_2 &= SB_S\,(-\,KS_1)\\ S_2 &= -\,SB_S\,(KS_1)\end{aligned}\right\}\ \text{pentru}:\ \begin{aligned} S_2 &> 0,\\ S_2 &< 0.\end{aligned} \tag{5_2}$$

Trasînd curbele (5_1) și (5_2) în spațiul $S_1 - S_2$ pentru o anumită temperatură (temperatura intervine în K la puterea -1), punctele de intersecție ale curbelor (5_1) și (5_2) ne dau valorile lui S_1 și S_2 realizabile fizic. Din motive de simetrie se obține

$$|\,S_1\,| = |\,S_2\,|\,. \tag{6}$$

Combinînd (4) și (6) obținem

$$S_1 + S_2 = 0 \tag{7}$$

(la cîmp magnetic exterior nul). Evident, este posibil ca $S_1 > 0$ și $S_2 < 0$ sau invers. Dependența de temperatură a lui S_1 sau S_2 se obține acum imediat prin procedeul cunoscut, anume prin eliminarea, de exemplu, a lui S_2 între relațiile (5_1) și (7).

Să observăm însă că această dependență poate fi studiată și direct, trasînd în spațiul $S_1 - S_2$ curbele (5_1) și (5_2) la diferite temperaturi. Punctul de intersecție al curbelor, care se găsește în permanență pe a doua diagonală a axelor**), o dată cu creșterea temperaturii, se apropie de origine. El se confundă cu originea în momentul cînd cele două curbe sînt tangente (în origine), tangenta fiind tocmai a doua diagonală a axelor. În acest moment

$$\left(\frac{dS_1}{dS_2}\right)_0 = -\,1,$$

*) De exemplu formula (8) din [6].

**) Bisectoarea cadranelor 2 și 4.

condiție care impusă, de exemplu relației (5_1), conduce la aflarea temperaturii Curie Θ (se obține același rezultat ca și cu metoda obișnuită). Pentru $T \geqslant \Theta$, singurul punct de intersecție al celor două curbe rămîne $S_1 = S_2 = 0$.

În cele de mai sus ne-am propus să demonstrăm relațiile (1) și (2) într-un caz simplu. Cazul unui antiferomagnetic cu patru subrețele magnetice conduce la intersecția a patru hipersuprafețe în spațiul cuadridimensional S_1, S_2, S_3, S_4.

BIBLIOGRAFIE

1. J. H. Van Vleck, Journ. of Chem. Phys., 1941 ,vol. 9, p. 85.
2. — Journ. de Physique et Radium, 1951, vol. 12, p. 262.
3. P. W. Anderson, Phys. Rev., 1950, vol. 79, p. 705
4. L. Néel, Ann. de Phys., 1932. vol. 18, p. 5; 1936, vol. 5, p. 232.
5. F. Bitter, Phys. Rev., 1937, vol. 54, p. 79.
6. S. Smart, Rev. of mod. Phys., 1953, vol. 25; p. 327.
7. L. Lidiard, Rep. on Progress in Phys., 1954, vol. 17, p. 201.

Seminarul de fizica particulelor de mare energie

(Acad. Ş. Ţiţeica)

În cadrul activităţii Institutului de fizică atomică, a mai luat fiinţă seminarul de fizica particulelor de mare energie.

La acest seminar participă cercetători din Institutul de fizică atomică şi studenţi de la Universitatea „C. I. Parhon" şi Institutul Politehnic.

Activitatea a început la 15 X, 1956.

S-au ţinut pînă la 30 XI, 1956 următoarele referate:

A. Relativitate restrînsă

Cinematica relativistă (Acad. Ş. Ţiţeica)
Dinamica relativistă (Acad. Ş. Ţiţeica)

B. Fizica mezonilor

Generarea singulară de mezoni π (E. Friedländer)
Dezintegrarea mezonilor π (E. Friedländer)
Dezintegrarea mezonilor μ (E. Friedländer)
Dezintegrarea mezonilor π^0 (E. Friedländer)

Seminarul de Radiochimie (Conf. S. Ionescu)

Seminarul şi-a continuat activitatea cu următoarele referate:

Sistematica izotopilor (G. Buznea)
Aplicarea spectroscopiei de mase în probleme de chimie atomică şi nucleară (G. Buznea)
Separarea prin schimb ionic a alcalinelor (O. Constantinescu)
Utilizarea radioizotopilor la determinarea mecanismelor de recreaţie (O. Constantinescu)
Separarea prin schimb a lantanidelor (O. Constantinescu)
Radioizotopi în tehnologia chimică (M. Mihalcu)
Separarea prin schimb ionic a alcalino-feroaselor (M. Mihalcu)
Principiile de bază ale cromatografiei pe hîrtie (T. Născuţiu)
Cromatografia elementelor (generalităţi teoretice) (D. Topor)
Separarea prin schimb ionic a uraniului de thoriu (D. Topor)

★

Seminarul de fizica neutronilor (Acad. H. Hulubei)

Difuzia elastică şi inelastică a neutronilor (G. Ciobanu)
Secţiuni eficace pentru neutroni (G. Ciobanu)
Probleme de optica neutronilor (G. Ciobanu)
Încetinirea neutronilor (M. Cristu)
Monocromatizarea neutronilor (M. Cristu)
Selectori de neutroni la reactor (C. Cristu)
Proprietăţile generale ale neutronilor (E. Iliescu)
Detecţia neutronilor (E. Iliescu)
Surse de neutroni (M. Vicol)

Seminarul de difuzia neutronilor (Conf. D. Bally)

Spectrografie de raze X (C. Mariş)
Monocromarea neutronilor (monocromatoare cu cristal) (S. Todireanu)
Polarizarea neutronilor (A. Glodeanu)
Reflexia neutronilor pe monocristale (A. Berinde)

Seminarul de fizică teoretică (Acad. Ş. Ţiţeica)

Metode de calcul a secţiunii eficace la difuzia elastică de nucleoni pe nucleoni (I. Brînduş)
Teoria radiaţiei multipolare cu aplicaţii la fotodezintegrare (A. Săndulescu)
Teoria dezintegrării β (M. Mircea).

MANUALUL INGINERULUI ELECTRICIAN. Ed. tehnică, București, 1956, vol. III, 462 pag.

Manualul inginerului electrician, volumul III, este consacrat problemelor obținerii curentului continuu.

Prima parte, *Pile și acumulatoare electrice*, tratează problemele legate de transformarea energiei proceselor chimice în energie electrică. După ce se dau noțiunile generale privitoare la sursele electrochimice de energie electrică, precum și o clasificare a acestora, se expune teoria transformărilor energetice care au loc în respectivele surse. În continuare sînt expuse și analizate noțiunile de bază privind caracteristicile electrice și electrochimice principale ale surselor, pentru ca apoi să fie trecute în revistă elementele galvanice primare (pilele) și elementele galvanice secundare (acumulatoarele). Această parte a manualului cuprinde un bogat material practic, deosebit de util pentru cel ce consultă manualul.

În partea a doua, intitulată *Mutatoare*, se tratează în esență problemele legate de obținerea curentului continuu prin redresarea curentului alternativ. Materialul este împărțit în două mari subgrupe, prima referindu-se la tuburile utilizate în mutatoare, iar a doua tratînd teoria redresării.

În prima subgrupă sînt tratate pe rînd, expunîndu-se problemele principale atît teoretice cît și constructive, diodele cu vid înaintat (kenotroanele), diodele cu gaz (gazotroanele), triodele cu gaz (tiratroanele), precum și tuburile redresoare cu arcuri de mercur (cu catode din mercur).

Subgrupa a doua, cuprinzînd teoria redresării, începe cu teoria redresoarelor monofazate (cu sarcină rezistivă $R-C$, $R-L$, cu forța contraelectromotoare în circuitul de sarcină, cu filtru $L-C$). Urmează un subcapitol tratînd redresoarele monofazate cu tensiune reglabilă și apoi capitolele privind redresoarele polifazate. În aceste capitole sînt tratate și problemele relative la transformatoarele redresoarelor. Un capitol special este acordat regimului deformant în redresaorele polifazate, capitol în care se expun problemele referitoare la armonice și la filtrele de netezire. Următoarele două capitole se ocupă cu proiectarea și cu exploatarea redresoarelor. Ultimele două capitole tratează problemele oarecum aparte ale redresoarelor uscate (proprietățile, teoria, datele tehnice privind exploatarea și utilizarea), precum și ale redresoarelor cu contacte comandate.

Cartea cuprinde un material bogat, expus în general sistematic și clar, la un nivel științific corespunzător. El va fi, de sigur, de un real folos tuturor acelora care se ocupă cu problemele respective.

În lucrare se fac însă simțite și o serie de lipsuri.

Astfel, de exemplu, acceptînd ca bună definiția mutatorului „dispozitiv care transformă energia electrică de o formă, în energie electrică de altă formă", fără ca în procesul intim al acestei transformări să intervină o fază intermediară de transformare în energie de altă natură (mecanică, chimică etc.), nu poate fi acceptată ca fiind corectă clasificarea tipurilor fundamentale de mutatoare în redresoare, invertoare, oscilatoare. Într-adevăr invertorul, în definiția dată de manual, este „mutatorul care transformă energia electrică de curent continuu ($f = 0$) în energie electrică de curent alternativ (f oarecare), intervenind în procesul de transformare printr-o acțiune de *control sau comandă discontinuă*, în timp ce oscilatorul se deosebește prin aceea că intervine în procesul de transformare printr-o acțiune de *control sau comandă continuă*". Or, amplificatorul este și el un dispozitiv care transformă energia de curent continuu a sursei de

alimentare, în energie de curent alternativ, controlul sau comanda putînd fi continuă sau discontinuă (după clasa în care lucrează amplificatorul).

De asemenea, nu putem fi de acord cu definiţia dată elementului redresor (p. 118) „dispozitiv cu două borne, care permite trecerea curentului electric într-un singur sens, în circuitul în care se intercalează", cu atît mai mult cu cît, un paragraf mai departe, se disting elementul redresor ideal şi elementul redresor real. Este evident că definiţia dată se referă numai la elementul redresor ideal.

În manual se întîlnesc o serie de expresii necorespunzătoare. Vom cita doar cîteva : la p. 129, fig. 10, se scrie „utilizarea unei caracteristici liniare în locul caracteristicii dinamice", atunci cînd este vorba de utilizarea unei caracteristici dinamice liniarizate în locul celei reale ; la p. 130 „... caracteristică fundamentală a proprietăţii de element neliniar" ; la p. 131 „Motivul existenţei stărilor metastabile nu se cunoaşte. . . " ; la p. 148 „Căderea de tensiune la bornele rezistenţei R_s absoarbe diferenţa dintre tensiunea anodică şi tensiunea de alimentare..." etc.

Unii termeni nu ni se par aleşi în modul cel mai fericit, de exemplu : „curentul periodic instantaneu cel mai mare" (p. 153) ; „ignitron pompat" (p. 185).

Aceste lipsuri, după părerea noastră, fără a împieta asupra valorii ştiinţifice a lucrării, o fac pe alocuri mai greu de consultat.

În ceea ce priveşte materialul informativ, nu înţelegem de ce la metodele de încercare ale elementelor galvanice primare se dau instrucţiunile după STAS 808—49, cînd în nota de la aceeaşi pagină (p. 52) se spune că, începînd din 1956, conform STAS 808—55, se vor schimba notarea precum şi unele condiţii de recepţie. De asemenea, ar fi fost de dorit să se dea nu numai caracteristicile tipurilor de kenotroane (p. 128), gazotroane (p. 138) şi tiratroane (p. 146), fabricate în U.R.S.S., deoarece în ţară se folosesc şi alte tipuri.

Execuţia grafică a volumului este remarcabilă.

E. Katz

S. V. VONSOVSKI, *Teoria modernă a magnetismului*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1956, 404 pag.

În 1948 a apărut în Uniunea Sovietică importanta monografiei despre feromagnetism, a lui S. V. Vonsovski şi I. S. Şur, autori bine cunoscuţi prin lucrările lor originale în problemele magnetismului. În această monografie se expunea un bogat material teoretic şi experimental asupra feromagnetismului, fiind incluse cele mai recente cercetări din Uniunea Sovietică cît şi din străinătate. Monografia era concepută la un înalt nivel teoretic. Ea s-a epuizat repede.

Pe de altă parte, studiul problemelor de magnetism a luat, după 1948, o dezvoltare şi mai mare. Fizicienii din întreaga lume s-au adunat la Congresele de la Grenoble, Franţa, apoi după doi ani în Statele Unite şi recent în Uniunea Sovietică pentru a discuta problemele actuale ale magnetismului. În fiecare an apar în întreaga lume o serie de cărţi despre magnetism, majoritatea lor ocupîndu-se însă de probleme ale magnetismului privite dintr-un anumit punct de vedere restrîns.

Era necesară o carte care să dea un rezumat al concepţiilor fizicii moderne despre natura proprietăţilor magnetice ale particulelor atomice şi ale corpurilor macroscopice. Vonsovski realizează această sarcină în 1951 şi cartea apare în limba rusă în 1952. Această sarcină i-a fost fără îndoială uşurată de experienţa dobîndită în redactarea monografiei din 1948, scrisă împreună cu Şur.

În traducerea romînească cartea lui Vonsovski a apărut în vara anului 1956 în colecţia „Biblioteca Tehnico-Ştiinţifică", seria B, Fizică.

Autorul mărturiseşte încă în prefaţă : „Lucrarea nu are un caracter enciclopedic ; ea dă numai o orientare generală în problemele fundamentale ale teoriei moderne a magnetismului, pentru un cerc larg de fizicieni, chimişti, metalurgişti şi electrotehnicieni, care se interesează de fenomenele magnetice". Mai departe, el scrie : „Totodată, cititorul nu va găsi nici o expunere care să epuizeze aspectul matematic al teoriei" şi în alt loc : „Autorul a considerat ca obiectiv principal al cărţii expunerea şi analiza bazelor fizice ale teoriei moderne a magnetismului".

Cartea lui Vonsovski conţine trei părţi, dintre care prima, *Magnetismul atomic*, este de dimensiuni reduse, partea a doua *Substanţe magnetice. Corpuri şi proprietăţi magnetice slabe* este mult mai dezvoltată, iar ultima parte. *Magnetismul corpurilor macroscopice, Feromagnetismul* cuprinde mai bine de jumătate din textul cărţii.

În prima parte, după ce se introduce noțiunea de moment cinetic propriu al unei particule, se studiază problema compunerii momentelor cinetice orbitale și proprii pentru electronii unui atom, apoi pentru nucleonii unui nucleu. În problema măsurării momentelor magnetice ale nucleonilor se descriu fenomenul structurii hiperfine a liniilor spectrale și metodele de rezonanță magnetică. Într-un paragraf special se discută problema conexă, despre anomalia momentului magnetic al electronului produsă de interacțiunea cu cîmpul de radiație, care prezintă un interes principial, mai ales din punctul de vedere al teoriei cîmpurilor.

Partea a doua începe cu descrierea fenomenologică a proprietăților magnetice ale corpurilor, dîndu-se elementele strict necesare de electromagnetism, termodinamică și fizică statistică, necesare în studiul magnetismului. După aceea, se studiază în detaliu diamagnetismul, anume diamagnetismul colectivelor de atomi și molecule în interacțiune slabă între ele și diamagnetismul metalelor, apoi paramagnetismul, anume al atomilor și ionilor, al moleculelor, sărurilor solide și al metalelor. În legătură cu aceste probleme se dă un bogat material experimental și teoretic. Din nefericire materialul este prea vast, de aceea autorul nu poate să insiste suficient asupra problemelor și textul se transformă într-o înșiruire de rezultate experimentale și de formule. Sub această formă materialul folosește unui cunoscător al problemelor și-l ajută în sistematizare.

Se insistă și asupra unor probleme conexe, cum ar fi proprietățile magnetice ale supraconductorilor, răcirea magnetică, fenomenele magneto-optice. Autorul este foarte documentat și folosește o bibliografie foarte bogată pe care, de obicei, o și comentează. În acest fel textul vine în ajutorul acelora ce vor să capete o privire de ansamblu asupra cercetărilor într-o anumită problemă.

În ultima parte, autorul se ocupă de proprietățile fero-feri-, antifero- și metamagnetice ale materiei, insistînd în special, asupra proprietăților feromagnetice. Se începe cu descrierea fenomenologică a stării feromagnetice a substanței, unde se introduce ideea cîmpului molecular, și se arată legătura cu anumite considerații termodinamice. În paragraful următor se studiază apoi teoria magnetizării spontane a unui monodomeniu, dîndu-se indicații în legătură cu teoria lui Heisenberg, teoria undelor de spin a lui Bloch, teoria modelului polar și modelului $s - d$, care au fost studiate printre alții și de S. V. Vonsovski, cît și în legătură cu proprietățile ferimagnetice, antiferomagnetice și metamagnetice ale materiei. Din lipsa de spațiu, autorul reușește să relateze numai despre aceste teorii, dar nu poate intra în detaliile de calcul.

După aceea, autorul insistă, cu o extrem de bogată bibliografie, asupra teoriei curbei tehnice de magnetizare. Acest paragraf folosește în special unor cititori documentați în problemă, care pot urmări astfel un punct nou de vedere, sistematizîndu-și cunoștințele. Se studiază tipurile principale de interacțiune într-un cristal feromagnetic, problema existenței domeniilor și dovezi experimentale, tipurile proceselor de magnetizare, fenomenul de histerezis.

În sfîrșit, ca aplicație a celor de mai sus, autorul consacră un întreg paragraf descrierii experimentale și tehnice a cîtorva materiale magnetice, iar în ultimele două paragrafe, se ocupă de problema interesantă a proprietăților corpurilor feromagnetice în cîmpuri magnetice alternative și de cîteva proprietăți nemagnetice a corpurilor feromagnetice.

Urmează o extrem de bogată bibliografie care conține 569 de referințe.

În concluzie, în cele 387 de pagini de text propriu zis, autorul a încercat să expună un material vast. Insistînd asupra lucrărilor sovietice conexe cu diferite probleme, a ținut să facă de fiecare dată un scurt comentar în legătură cu rezultatele diferiților cercetători din țară sau străinătate. Din acest punct de vedere, lucrarea servește pentru necunoscători ca un îndreptar asupra bogatului material, iar pentru cititorii documentați ca un sistematizator, de unde se pot obține informații suplimentare. Din nefericire, autorul nu a putut insista asupra problemelor fundamentale și calculelor de bază în magnetism, ci a fost silit să dea, fie numai rezultatele, fie un șir incomplet de calcule. Totuși, fără îndoială, scopul cărții a fost atins, anume de a da un rezumat al tuturor problemelor și aspectelor din magnetism.

În traducere romînească, cartea apare în condiții bune. Controlul științific a fost făcut cu grijă și meticulozitate.

A. Corciovei

ABONAMENTELE SE FAC LA OFICIILE POŞTALE
PRIN FACTORII POŞTALI ŞI DIFUZORII VOLUNTARI
DIN ÎNTREPRINDERI ŞI INSTITUŢII

F. 979

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

Institut. de Documentare Tehnică
BUCUREŞTI
OBMEH - СВЯЗЬ
VYMENA - WYMIANA
TAUSCH - СМЕНА

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

2

ANUL VIII

1957

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

2

ANUL VIII

1957

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

COMITETUL DE REDACȚIE

Academician H. HULUBEI — *redactor responsabil*; academician E. BĂDĂRĂU; V. NOVACU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; GH. ATANASIU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; T. V. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; F. CIORĂSCU; D. BALLY; A. GELBERG; M. ONCESCU.

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VIII, nr. 2 1957

SUMAR

STUDII Pag.

N. I. IONESCU-PALLAS, Asupra spectrului de vibraţie pură la moleculele biatomice cu legătură homeopolară 107
E. FRIEDLÄNDER şi E. RUCKENSTEIN, Despre folosirea unor surse de mari dimensiuni în spectrometre β cu înregistrare integrală 113
GEORGE COMŞA şi GEAVIT MUSA, Un nou tip de pompă de ionizare . . 119
V. MERCEA, J. MERCEA şi I. URSU, Un viscozimetru cu disc rotitor . . 135
I. MAXIM, D. AUSLÄNDER şi V. STAN, Variaţia punctelor Curie ale aliajelor Ni-Cu-Sn 143
I. MAXIM, Legea de concentraţie electronică în feromagnetism la aliajele de nichel 147
E. FRIEDLÄNDER, Despre studiul statistic al cascadelor electrono-fotonice 153
MIRCEA ONCESCU, Coeficientul termic al rezistivităţii păturilor subţiri de staniu 157
I. CUCUREZEANU, Asupra curbelor de energie potenţială ale acizilor carboxilici 163
ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ 171
NOTE 235
ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ 241
RECENZII 243

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VIII, n° 2 1957

SOMMAIRE

ÉTUDES	Page
N. I. IONESCU-PALLAS, Sur le spectre de vibration pure des molécules biatomiques à liaison homopolaire	107
E. FRIEDLÄNDER et E. RUCKENSTEIN, On the Utilization of Large Area Sources in β-Spectrometers with Integral Recording	113
GEORGE COMŞA et GEAVIT MUSA, Un nouveau modèle de pompe d'ionisation.	119
V. MERCEA, J. MERCEA et I. URSU, Un viscosimètre à disque tournant	135
I. MAXIM, D. AUSLÄNDER et V. STAN, Variation des points de Curie des alliages Ni-Cu-Sn	143
I. MAXIM, Loi de la concentration électronique en ferromagnétisme appliquée aux alliages de nickel	147
E. FRIEDLÄNDER, On Statistical Estimation of the Energy of Soft Cascades	153
MIRCEA ONCESCU, Le coefficient thermique de la résistivité des couches minces d'étain	157
I. CUCUREZEANU, Sur les courbes d'énergie potentielle des acides carboxyliques	163
ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE	171
NOTES	235
L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE	241
COMPTES RENDUS	243

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VIII, № 2 1957

СОДЕРЖАНИЕ

СТАТЬИ Стр.

Н. И. ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС, О спектре чистого колебания у двухатомных молекул с гомеополярной связью 107

Е. ФРИДЛЕНДЕР и Е. РЮКЕНШТЕЙН, Об использовании источников больших размеров в β-спектрометрах с интегральной регистрацией . 113

Г. КОМША и Г. МУША, Новый тип ионизационного насоса 119

В. МЕРЧА, Ж. МЕРЧА и И. УРСУ, Вискозиметр с вращающимся диском 135

И. МАКСИМ, Д. АУСЛЕНДЕР и В. СТАН, Вариация точек Кюри сплавов Ni-Cu-Sn 143

И. МАКСИМ, Закон электронной концентрации при ферромагнетизме в никелевых сплавах 147

Е. ФРИДЛЕНДЕР, К статистической оценке энергии мягких каскадов . 153

М. ОНЧЕСКУ, Термический коэффициент сопротивления тонких слоев олова 157

И. КУКУРЕЗЯНУ, О кривых потенциальной энергии карбокисловых кислот 163

НОВОЕ И ДИСКУССИИ В ФИЗИКЕ 171

ЗАМЕТКИ 235

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ 241

РЕЦЕНЗИИ 243

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

ASUPRA SPECTRULUI DE VIBRAŢIE PURĂ LA MOLECULELE BIATOMICE CU LEGĂTURĂ HOMEOPOLARĂ *)

DE

N. I. IONESCU-PALLAS

Lucrarea de faţă se ocupă de comportarea spectrului moleculelor biatomice cu legătură homeopolară (covalentă), în lipsa rotaţiei şi la numere cuantice de vibraţie mari (regiunea energiei de disociere). Se foloseşte metoda de aproximaţie W—K—B şi cuantificarea grafică, ajungîndu-se la concluzia că numărul de nivele energetice este finit şi se evaluează acest număr.

Ecuaţia Schrödinger pentru o moleculă formată din r nuclei şi s electroni este

$$\left\{\sum_{j=1}^{r}\hat{T}_j(M_j)+\sum_{i=1}^{s}\hat{T}_i(m_0)+V\right\}\psi=W\psi, \tag{1}$$

unde $\hat{T}_j(M_j)$, $\hat{T}_i(m_0)$ sînt operatorii energiei cinetice pentru nucleul j, respectiv electronul i; iar V, care ţine seama de interacţiunile electron-electron, electron-nucleu şi nucleu-nucleu, este dat de

$$V=\sum_{i,i'}\frac{e^2}{r_{ii'}}+\sum_{j,j'}Z_jZ_{j'}\frac{e^2}{r_{jj'}}-\sum_{i,j}Z_j\frac{e^2}{r_{ij}}. \tag{2}$$

Folosim aproximaţia Born-Oppenheimer pentru separarea mişcării electronice de mişcarea nucleilor. Funcţia de undă totală a moleculei se poate scrie

$$\psi_{n,\nu}(x,\xi)=\psi_n(x,\xi)\,\psi_{n,\nu}(\xi). \tag{3}$$

Aici s-a notat prin ξ ansamblul celor $3r$ coordonate ale nucleilor relative la axe fixe în spaţiu, prin x ansamblul celor $3s$ coordonate ale electronilor relative la axe determinate de mişcarea nucleilor; prin n şi ν numerele

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 1 august 1956.

cuantice asociate mișcării electronilor, respectiv nucleilor. Ecuația (1) se desparte, corespunzător în două ecuații:

a) Pentru mișcarea electronică

$$\left\{\sum_{i=1}^{s}\hat{T}_i + V(x,\xi)\right\}\psi_n(x,\xi) = U_n(\xi)\,\psi_n(x,\xi) \tag{1'}$$

și se rezolvă pentru o configurație dată a nucleilor (prin ξ);

b) pentru mișcarea nucleilor

$$\left\{\sum_{j=1}^{r}\hat{T}_j(M_j) + U_n(\xi)\right\}\psi_{n,\nu}(\xi) = W_{n,\nu}\,\psi_{n,\nu}(\xi) \tag{1''}$$

și se rezolvă pentru o stare dată a electronilor (prin n). $W_{n,\nu}$ obținut prin rezolvarea ecuațiilor (1') și (1'') dă tocmai ansamblul valorilor proprii ale energiei moleculei respective.

Ecuația (1'') se scrie pentru cazul particular studiat în lucrarea de față

$$\left\{M_1c^2\left(\sqrt{1-\left(\frac{\hbar}{M_1c}\right)^2\nabla_1^2}-1\right)+\right.$$
$$\left.+\,M_2c^2\left(\sqrt{1-\left(\frac{\hbar}{M_2c}\right)^2\nabla_2^2}-1\right)+U(\rho)\right\}\psi = W\psi, \tag{4}$$

unde ρ este distanța între nuclei. Din hamiltonianul dat de expresia (4) se poate separa partea corespunzătoare mișcării centrului de masă, dacă se consideră că aceasta din urmă (mișcarea de translație) este mult mai lentă decît mișcarea de vibrație-rotație. Se obține

$$-\frac{1}{2}\hbar^2\frac{\nabla_x^2}{M_1+M_2}\Phi = E_{tr}\,\Phi \quad \text{(pentru centrul de masă)} \tag{4'}$$

$$\left\{M_1c^2\left(\sqrt{1-\left(\frac{\hbar}{M_1c}\right)^2\nabla^2}-1\right)+\right.$$
$$\left.+\,M_2c^2\left(\sqrt{1-\left(\frac{\hbar}{M_2c}\right)^2\nabla^2}-1\right)+U\right\}\psi = E\psi. \tag{4''}$$

Efectul relativist, care adaugă la hamiltonianul clasic termenul corectiv

$$\hat{H}_{rel.} - \hat{H}_{clas.} = -\frac{1}{2}\left(1-3\frac{\mu}{\mathfrak{M}}\right)\frac{(E-U)^2}{\mu c^2}$$

(unde μ este masa redusă și $\mathfrak{M}$ masa totală), nu aduce modificări importante în forma spectrului și nici nu schimbă limitele integralei de acțiune din metoda W—K—B pentru a influența asupra numărului de nivele.

Partea radială a ecuației (4'') devine, după transformări simple necesitate de aplicarea metodei W—K—B

$$\frac{d^2R}{dr^2} + 2\frac{\mu}{\hbar^2}(E-U)\,R = 0, \tag{5}$$

iar condiția de cuantificare este ca după o oscilație completă funcția de undă să se reproducă, de unde

$$2\pi\left(n+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{\hbar}\oint\sqrt{2\mu\,(E-U)}\,\mathrm{d}r, \tag{6}$$

integrala pe contur este egală cu de două ori integrala obișnuită luată între punctele clasice de întoarcere $r_{\min}$ și $r_{\max}$ date de anularea integrandului.

Am considerat mai întîi un potențial Morse dat de expresia

$$U=E_0\left\{e^{-4\frac{r-r_0}{r_0}}-2e^{-2\frac{r-r_0}{r_0}}\right\} \tag{7}$$

care se potrivește destul de bine pentru molecule formate din același tip de atomi și pentru care corecțiile ionice sînt neînsemnate (fig. 1).

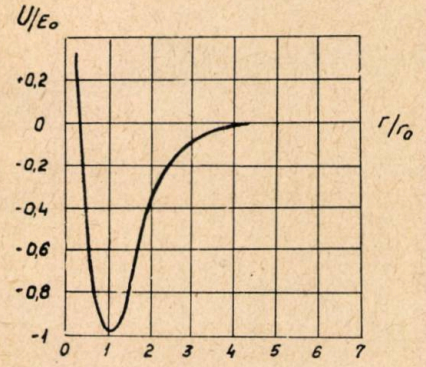


Fig. 1

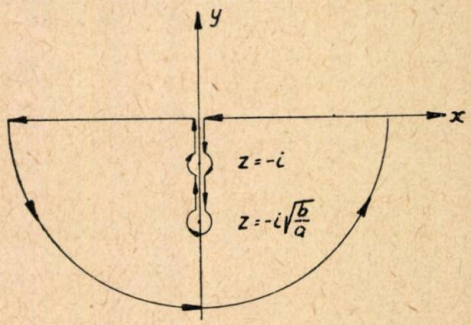


Fig. 2

După transformări simple și o substituție de tip Euler în integrant, ecuația (6) cu potențialul dat de (7) se aduce sub forma

$$(b-a)^2\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{t^2\,\mathrm{d}t}{(t^2+1)(at^2+b)}=2\pi\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar}{r_0\sqrt{2\mu E_0}};$$

$$a,\,b=1\mp\sqrt{1-\frac{1}{\eta}}\;;\qquad \eta=-\frac{E_0}{E} \tag{7'}$$

care se integrează în planul complex pe conturul arătat în figura 2.

Rezultă pentru energie

$$E=-E_0\left\{1-2\frac{\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar}{r_0\sqrt{2\mu E_0}}\right\}^2;\qquad \begin{aligned}E_0&=\text{energia de disociere}\\ r_0&=\text{distanța de echilibru.}\end{aligned} \tag{8}$$

Același rezultat se obține prin integrarea directă a ecuației Schrödinger. Rezultă pentru energia de disociere un număr cuantic de vibrație finit

$$n_{\text{disoc.}} = \frac{r_0\sqrt{2\mu E_0}}{2\hbar} - \frac{1}{2}. \tag{9}$$

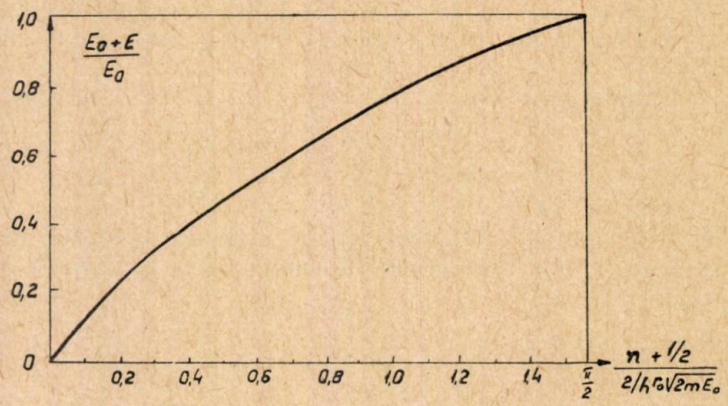


Fig. 3

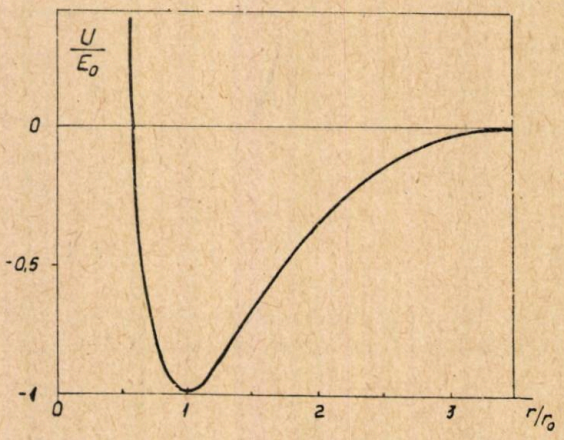


Fig. 4

Pentru comparația acestui rezultat, am considerat cazul moleculei de hidrogen H_2, pentru care, potențialul — dat de teoria Heitler-London — descreşte în modul, exponențial, pentru $r \to \infty$. Folosind formula (7) am efectuat o integrare grafică pentru diferite valori ale energiei E luată ca parametru. Rezultatul cuantificării grafice este dat în figurile anexate. Valoarea lui $n_{\text{disoc.}}$ obținută prin extrapolare este

$$n_{\text{disoc.}} = \frac{1}{2}\frac{r_0\sqrt{2\mu E_0}}{\hbar} - \frac{1}{2} \qquad \text{pentru } H_2. \tag{9'}$$

Un număr de nivele de vibrație pură, finit, se obține de asemenea pentru orice potențial care descreşte în modul mai repede decît $\frac{1}{r^2}$ pentru $r \to \infty$.

Descreşterea exponențială a potențialului U (în modul) este asigurată, pentru moleculele biatomice cu legătură covalentă şi atomi hidrogenoizi, de teoria Heitler-London a moleculei de hidrogen, extinsă. Aceeaşi concluzie despre comportarea limită a potențialului se poate trage şi din metoda „molecular orbitals".

În figura 3 s-a dat dependența energiei de vibrație a moleculei de H_2 pentru atomii H în stări S şi în lipsa rotației, iar în figura 4 s-a dat energia potențială a nucleilor în molecula de hidrogen, în metoda Heitler-London-Sugiura.

О СПЕКТРЕ ЧИСТОГО КОЛЕБАНИЯ У ДВУХАТОМНЫХ МОЛЕКУЛ С ГОМЕОПОЛЯРНОЙ СВЯЗЬЮ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор исследует методом приближения W— K—B спектр двухатомных молекул с гомеополярной (ковалентной) связью при отсутствии вращения и приходит к следующим заключениям.

1. Использование потенциала типа Морзе приводит в этом случае к тому же результату как и правильное интегрирование уровня Шредингера для уровня энергии у молекулы водорода.

2. Правильный расчет числа уровней, созданных графическим квантованием в случае водородной молекулы с атомами в состоянии S, при отсутствии вращения и с потенциалом Гейтлера—Лондона—Сугиура дает то же значение как и при использовании потенциала Морзе.

SUR LE SPECTRE DE VIBRATION PURE DES MOLÉCULES BIATOMIQUES À LIAISON HOMOPOLAIRE

(RÉSUMÉ)

L'auteur étudie le spectre des molécules biatomiques à liaison homopolaire (covalente), sans rotation, par la méthode d'approximation W—K—B. Il aboutit aux conclusions suivantes :

1° L'emploi d'un potentiel du type Morse, conduit au même résultat que l'intégration correcte de l'équation de Schrödinger pour les niveaux d'énergie, dans le cas de la molécule d'hydrogène.

2° Le calcul correct du nombre de niveaux, réalisé par quantification graphique, dans le cas de la molécule d'hydrogène dont les atomes sont à l'état S, sans rotation et avec un potentiel Heitler-London-Sugiura, donne la même valeur que l'emploi du potentiel Morse.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

DESPRE FOLOSIREA UNOR SURSE DE MARI DIMENSIUNI ÎN SPECTROMETRE β CU ÎNREGISTRARE INTEGRALĂ *)

DE

E. FRIEDLÄNDER şi E. RUCKENSTEIN

1. Într-o notă anterioară [1] am arătat că este posibilă realizarea unor spectrometre de raze β cu mare apertură unghiulară, înlocuind înregistrarea diferențială a spectrului de impuls printr-o metodă de înregistrare integrală. Metoda era bazată pe înregistrarea tuturor electronilor emişi în unghiul solid 2π de o sursă punctiformă şi capabili să parcurgă o anumită traiectorie într-un cilindru cu pereți absorbanți în prezența unui cîmp magnetic omogen, coaxial cu cilindrul. Variind intensitatea cîmpului magnetic H se putea determina o mărime $S(H)$ care constituia termenul liber al unei ecuații integrale de speța I-a, a cărei soluție era tocmai spectrul β căutat. Scopul notei de față este de a arăta că metoda poate fi extinsă la cazul unei surse nepunctiforme, ceea ce permite o sensibilă ameliorare a luminozității aparatului. O asemenea extindere a metodei pare cu atît mai actuală cu cît într-un dispozitiv de acest gen, realizat la peste un an de la prezentarea primei noastre note [1] de către P. Barna şi G. Groma, se folosește numai principiul limitării superioare a impulsului, dar înregistrarea se face totuşi practic diferențial, adică se folosește o fantă punctiformă şi un fascicul colimat cu o foarte mică apertură unghiulară. Vom folosi în cele ce urmează notațiile introduse în [1].

2. Vom înlocui sursa punctiformă din [1] printr-o suprafață emițătoare în formă de disc, care acoperă întregul fond al cilindrului de rază $2R_0$. Să considerăm pe suprafața aceasta un inel cuprins între razele $2r$ şi $2r + d(2r)$. Electronii plecați dintr-o fantă punctiformă M a acestui inel sub unghiuri θ cu axa cilindrului şi cu azimutul α măsurat în mod arbitrar în raport cu o perpendiculară ridicată în M la dreapta OM (O este centrul discului emițător) vor avea o distribuție unghiulară şi de impuls

$$dN = \frac{1}{\pi} F(\rho, H) \sin\theta \, d\rho \, d\theta \, d\alpha, \qquad (1)$$

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 15 iunie 1956.

unde impulsul este exprimat în funcție de raza ρ a traiectoriei normale, la valoarea dată a cîmpului magnetic (vezi [1]).

Cum electronii se propagă de-a lungul cilindrului spectrografului înfășurîndu-se pe un cilindru de rază ρ^*, este clar că vor putea ajunge pînă la dispozitivul înregistrator numai acei electroni care îndeplinesc condițiile

$$\rho^* \leqslant R + r \tag{2}$$

și

$$\alpha \leqslant \alpha_c, \tag{3}$$

unde α_c este definit astfel încît cilindrul pe care se înfășoară un electron emis sub unghiul α_c este tangent interior cilindrului spectrografului.

Din considerații geometrice obținem numaidecît

$$(2R - \rho)^2 = \rho^2 + 4r^2 - 4r\rho \cos(\pi - \alpha_c) \tag{4}$$

sau

$$\alpha_c = \arccos \frac{R^2 - R\rho - r^2}{r\rho}. \tag{5}$$

După cum se vede, condițiile geometrice de propagare prin cilindrul spectrografului împart electronii β în patru clase și anume:

$$\left.\begin{array}{lll} a) & \rho < R - r, & \\ b) & \rho > R - r, & \rho^* < R - r, \\ c) & \rho > R - r, & R - r < \rho^* < R + r, \\ d) & \rho > R - r, & \rho^* > R + r. \end{array}\right\} \tag{6}$$

Propagarea particulelor din clasa *a*) este independentă de θ și α; numărul lor este dat de relația

$$N_a(H) = \int_0^{R-r} F(\rho, H)\, d\rho. \tag{7}$$

Propagarea particulelor din clasa *b*) este independentă de α. Pentru aceste particule este însă permisă numai o apertură

$$\theta_c = \arcsin \frac{R - r}{\rho}. \tag{8}$$

Numărul acestor particule este dat [1] de relația

$$N_b(H) = \int_{R-r}^{\rho_1} F(\rho, H)\, d\rho \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R - r}{\rho}\right)^2}\right], \tag{9}$$

unde ρ_1 este limita superioară a spectrului β continuu.

La particulele din clasa *c*) apar limitări și în privința unghiului α, date de inegalitatea (3). Ca atare numărul lor este dat de relația

$$N_c(H) = \frac{1}{\pi}\int_{R+r}^{\rho_1} F(\rho, H)\left[\sqrt{1-\left(\frac{R-r}{\rho}\right)^2} - \right.$$
$$\left. - \sqrt{1-\left(\frac{R+r}{\rho}\right)^2}\right] \arccos\frac{R^2 - R\rho - r^2}{r\rho}\, d\rho. \tag{10}$$

Particulele din clasa *d*) nu pot părăsi cilindrul spectrografului. Din relațiile (7), (9) și (10) rezultă

$$S(H) = N_0 - N(H) = \int_{R-r}^{\rho_1} F(\rho, H)\left[1-\left(\frac{R-r}{\rho}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} d\rho -$$
$$- \frac{1}{\pi}\int_{R+r}^{\rho_1} F(\rho, H)\left\{\left[1-\left(\frac{R-r}{\rho}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \right. \tag{11}$$
$$\left. - \left[1-\left(\frac{R+r}{\rho}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \arccos\frac{R^2 - R\rho - r^2}{r\rho}\, d\rho,$$

unde N_0 este numărul total de particule emise de sursă în unghiul solid 2π.

Astfel, ecuația integrală (15′) găsită de noi în [1], valabilă pentru o fantă de admisie punctiformă așezată pe axa spectrografului, a fost extinsă la cazul unei fante punctiforme așezate la distanța $2r$ de axă (este ușor de verificat că pentru $r \to 0$ ecuația (11) ia forma ecuației (15′) din [1]).

3. Extinderea problemei la cazul sursei în formă de disc se reduce la înmulțirea ecuației (11), cu elementul de arie

$$8\pi r\, dr \tag{12}$$

și integrarea peste întreaga suprafață a discului.

Punînd

$$\frac{\rho}{R} = x, \qquad \frac{r}{R} = y, \qquad \frac{\rho_1}{R} = x_1, \tag{13}$$

obținem

$$S(H) = 8\pi R^2 \int_0^1 y\, dy \int_{1-y}^{x_1} F_1(x, H)\left[1-\left(\frac{1-y}{x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} dx -$$
$$- R^2 \int_0^1 y\, dy \int_{1+y}^{x_1} F_1(x, H)\left\{\left[1-\left(\frac{1-y}{x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \right.$$
$$\left. - \left[1-\left(\frac{1+y}{x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \arccos\frac{1-x-y^2}{xy}\, dx. \tag{14}$$

După unele transformări şi folosind formula lui Dirichlet obţinem

$$S(H) = 8\pi R^2 \int_{\bar{x}=0}^{1-x_1} F_1(\bar{x}, H)\, K_{11}(\bar{x}, x_1)\, d\bar{x} -$$

$$- 8\pi R^2 \int_{\bar{x}=0}^{-x_1} F_1(\bar{x}, H)\, K_{12}(\bar{x}, x_1)\, d\bar{x} +$$

$$+ 8 R^2 \int_{\bar{x}=0}^{2-x_1} F_1(\bar{x}, H)\, K_{21}(\bar{x}, x_1)\, d\bar{x} -$$

$$- 8 R^2 \int_{\bar{x}=0}^{1-x_1} F_1(x, H)\, K_{22}(\bar{x}, x_1)\, d\bar{x}, \tag{15}$$

unde

$$\bar{x} = x - x_1 \tag{16}$$

şi

$$\left.\begin{aligned}
K_{11} &= \frac{1}{2}\sqrt{(\bar{x}+x_1)^2 - 1} + \frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{\bar{x}+x_1} - \frac{\pi}{4} + \\
&+ \frac{1}{3\bar{x}+x_1}\left[(\bar{x}+x_1)^2 - 1\right]^{\frac{3}{2}} \\
K_{12} &= (\bar{x}+x_1)\left[\frac{1}{3}(\bar{x}+x_1) - \frac{\pi}{4}\right] \\
K_{2s} &= (\bar{x}+x_1)\int_1^{\frac{3-s}{\bar{x}+x_1}} \left\{\left[1 - \left(\frac{2}{\bar{x}+x_1} - z\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - (1-z^2)^{\frac{1}{2}}\right\} \times \\
&\times \arccos\frac{1 - (\bar{x}+x_1) - [z(\bar{x}+x_1) - 1]^2}{[z(\bar{x}+x_1) - 1]^2 (\bar{x}+x_1)}\, dz \quad (s = 1, 2).
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

După cum se vede, nucleele K_{11} şi K_{12} apar sub formă închisă, în timp ce pentru K_{21} şi K_{22} avem expresii ce trebuie integrate numeric şi anume aparte pentru fiecare valoare a lui x_1, adică a limitei superioare a spectrului β continuu. Ca atare, pentru a ajunge la forma spectrului β (adică la funcţia $F_1(\bar{x})$), pornind de la curba $S(H)$ trebuie determinată mai întîi această limită superioară la valori foarte mari ale cîmpului magnetic. Acolo, avem practic $S \approx 0$ şi din capătul palierului curbei $S(H)$ putem evalua valoarea lui x_1.

Pentru această valoare a lui x_1, calculăm apoi nucleele $K_{11}, \ldots, K_{22}$ şi determinînd valorile lui $S(H)$ rezolvăm ecuaţia (15) prin metoda descrisă în [1]. Din punctul de vedere al calculului numeric, faptul că K_{21} şi K_{22} nu sînt date sub forma închisă nu prezintă nici o dificultate suplimentară, avînd în vedere că oricum nucleul din [1] trebuie tabelat la o precizie destul de mare (7 zecimale la o putere de rezolvare mijlocie).

O expunere mai completă asupra acestei probleme va fi publicată în altă parte.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИСТОЧНИКОВ БОЛЬШИХ РАЗМЕРОВ В β-СПЕКТРОМЕТРАХ С ИНТЕГРАЛЬНОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Вычисляются ядра интегральных уравнений, выражающих общее число частиц, регистрируемое β-спектрометром интегрального типа [1] в том случае, когда источник вместо точечного и центрального является точечным и эксцентричным или покрывает всю поверхность сечения цилиндра спектрометра. Полученные таким образом интегральные уравнения решаются также как и в [1].

ON THE UTILIZATION OF LARGE AREA SOURCES IN β-SPECTROMETERS WITH INTEGRAL RECORDING

(ABSTRACT)

Integral equations have been established and solved for the total number of electrons registered, at a given field strength, in an integral β-spectrometer, for the case of a source of finite extension of circular shape.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Friedländer şi E. Ruckenstein, Studii şi cercetări de fizică, t. V, nr. 1—2. ianuarie-iunie 1954, p. 115.

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI 1848 KÖNYVTÁRA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

UN NOU TIP DE POMPĂ DE IONIZARE *)

DE

GEORGE COMŞA şi GEAVIT MUSA

1. Obţinerea şi măsurarea vidului ultraînalt

Unele domenii de cercetare, cum ar fi de exemplu studiul proprietăţilor suprafeţelor metalice, nu se pot aborda într-un mod satisfăcător decît posedînd o tehnică experimentală bine pusă la punct în ceea ce priveşte obţinerea vidului ultraînalt. Prin vid ultraînalt se înţelege domeniul de presiuni mai joase decît 10^{-8} tori. Pentru a justifica afirmaţia de mai sus, vom aminti că la o presiune de 10^{-6} tori circa 10^{15} molecule lovesc o suprafaţă de 1 cm^2 într-o secundă ; or, lucrul de ieşire al electronilor este sensibil influenţat la o acoperire de numai 0,1 strate monoatomice, adică de 10^{14} molecule adsorbite pe cm^2. Deci, pentru a avea timpul necesar spre a face măsurări de precizie, în domeniul electronicii fizice, este nevoie ca presiunea gazului din tubul de experienţă să fie de ordinul $10^{-9}-10^{-10}$ tori (cel puţin presiunea parţială a gazelor adsorbabile pe suprafeţele metalice).

Mijloacele folosite pentru obţinerea unor presiuni mai scăzute decît $10^{-7}-10^{-8}$ tori (presiune limită pentru pompele de difuzie) s-au bazat, pînă în anul 1951, pe utilizarea getterelor. Manometrul de ionizare Buckley-Dushman [1] cu care se făceau măsurările nu indica niciodată o presiune mai mică decît 10^{-8} tori. Cu toate acestea, cu ajutorul unor metode indirecte, cum ar fi de exemplu variaţia lucrului de ieşire cauzată de otrăvirea (acoperirea în timp) suprafeţei metalice, s-a putut uneori constata că presiunea era mai joasă (cel puţin presiunea parţială a gazelor adsorbabile). S-a tras de aici concluzia că manometrul Buckley-Dushman are un domeniu de măsurare limitat spre presiuni joase, la 10^{-8} tori.

Nici producerea vidului cu gettere şi nici măsurarea lui cu manometrul Buckley-Dushman nu puteau fi considerate satisfăcătoare pentru tehnica vidului ultraînalt. În primul rînd pentru că presiunile respective nu se puteau măsura decît prin însăşi acţiunea gazelor reziduale asupra obiectului de cercetat (în cazul studiului proprietăţilor suprafeţelor metalice) ; or, acesta putea suferi şi alte influenţe. În al doilea rînd, presiunea

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 20 decembrie 1956.

nu se putea varia după voie, în tubul deslipit, ci depindea de posibilitățile de absorbție ale getterului și de cantitatea de gaze reziduale care erau degajate de diversele componente ale tubului de experiență. În al treilea rînd, după cum rezultă din literatură, în tubul deslipit nu se putea proceda la o degazare a metalelor care să dureze mai mult de cîteva zile și aceasta cu condiția ca în tub să existe relativ puțin metal, ca tubul sau măcar o parte a lui să fie cufundat în azot sau heliu lichid, ceea ce prezintă o serie de neajunsuri. Or, după cum se știe, proprietățile fizice ale suprafeței metalului, cum ar fi de exemplu lucrul de ieșire, iau valori reproductibile numai după degazări de 1000—1500 ore în vid înaintat [2], [3], [4] și [5].

Rezolvarea problemei măsurării presiunilor foarte scăzute a reținut în primul rînd atenția cercetătorilor și ea a dus și la rezolvarea celorlalte probleme. Pe de o parte s-au căutat noi metode de măsurare a presiunilor mai joase de 10^{-8} tori și pe de alta, s-a căutat să se înlăture cauzele care limitează domeniul de măsurare al manometrului Buckley-Dushman spre presiuni joase. Ca metodă nouă amintim metoda lui L. Apker [6], numită și a „filamentului încălzit". Deși dă rezultate destul de bune, aceasta nu este folosită deoarece executarea unei singure determinări cere un timp mult prea îndelungat. Mult mai fructuos a fost studiul făcut asupra manometrului Buckley-Dushman (în figura 1 *a* este reprezentat manometrul iar în figurile 1 *b* și 1 *c* este reprezentată energia potențială a unui electron, respectiv a unui ion pozitiv, în manometrul Buckley-Dushman)*).

S-a emis ipoteza, care a fost după aceea verificată experimental, că în timpul funcționării manometrului, electronii ce cad pe grilă cu o energie de circa 200 eV emit, prin frînare, radiații X moi; acestea căzînd pe colectorul de ioni extrag fotoelectroni, care creează un curent de același sens cu curentul de ioni măsurat. Curentul de fotoelectroni, care în condițiile de lucru standard este de ordinul a 10^{-9} A, este de același ordin de mărime cu curentul de ioni ce s-ar obține la o presiune de 10^{-8} tori. De aceea, la presiuni mai scăzute curentul fotoelectronilor acoperă curentul ionilor pozitivi, creînd impresia că presiunea n-a coborît sub 10^{-8} tori. S-a încercat atunci să se reducă numărul acestor fotoelectroni fără a scădea în mod apreciabil sensibilitatea manometrului. În locul așezării elementelor componente ale manometrului în modul arătat mai sus, R. T. Bayard și D. Alpert [7] au ales un alt mod de așezare (fig. 2), și anume, filamentul se găsește în afara grilei iar colectorul este un fir de wolfram cu un diametru de 0,1 mm, sau mai subțire, suspendat în centrul grilei. Astfel Bayard și Alpert reduc unghiul solid sub care „se vede" colectorul dintr-un punct de pe grilă (deci numărul de fotoelectroni la o intensitate de radiații X dată) de la o valoare de ordinul a 2 π steradiani la circa 1/100 steradiani. În felul acesta curentul de fotoelectroni este redus în raportul 1/1000.

În cele două tipuri de manometre ionii sînt creați atît în interiorul cît și în exteriorul grilei; deosebirea constă în aceea că în cazul manometrului Buckley-Dushman ionii culeși pe colector sînt cei creați în exte-

*) În cursul acestui articol vom lua potențialul filamentului $V = 0$ fără a mai specifica aceasta în mod explicit.

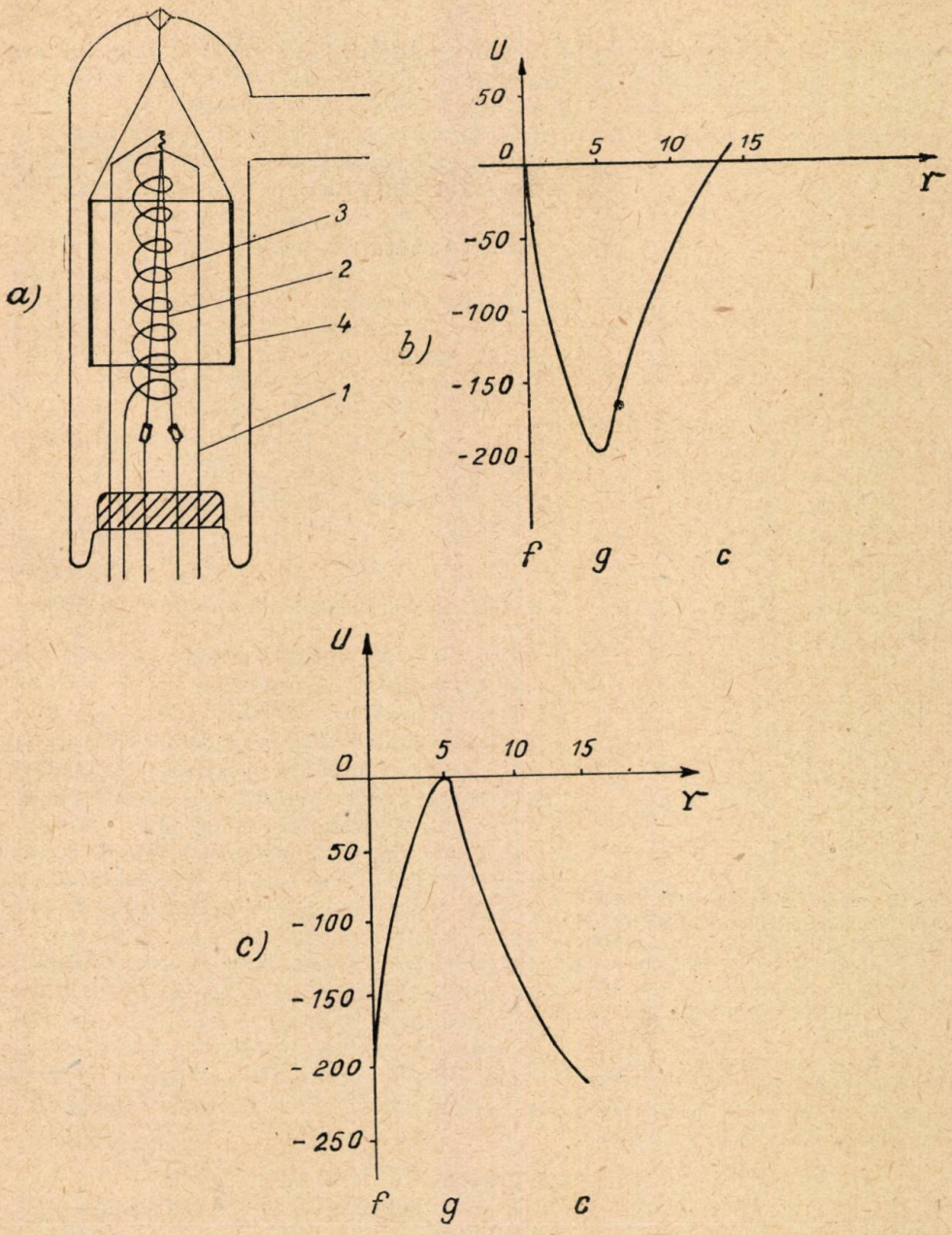


Fig. 1. — *a*) *Manometrul Buckley-Dushman*: *1*, suportul grilei (Mo, $\varnothing = 1$ mm); *2*, filament (W, $\varnothing = 0{,}1$ mm); *3*, grilă (W, $\varnothing = 0{,}2$ mm); *4*, colector cilindric (Ni, grosime 0,1 mm); *b*) *Variația energiei potențiale a electronilor între filament și colector în cazul manometrului Buckley-Dushman*; *f*, filament; *g*, grilă; *c*, colector; *c*) *Variația energiei potențiale a ionilor pozitivi între filament și colector în cazul manometrului Buckley-Dushman*: *f*, filament; *g*, grilă; *c*, colector.

riorul grilei (fig. 1*c*), pe cînd în cazul manometrului Bayard-Alpert ionii colectați sînt cei creați în interiorul grilei (fig. 2). Bayard și Alpert au ales dimensiunile grilei (∅ 20 mm) astfel încît volumul regiunii cu probabilitate de ionizare mare din interiorul grilei să fie de același ordin de mărime cu volumul cu aceeași probabilitate din exteriorul grilei în cazul Buckley-Dushman. Astfel, sensibilitatea noului manometru a rămas de același ordin de mărime cu aceea a manometrului de ionizare Buckley-Dushman ; fondul de fotoelectroni fiind redus cu trei ordine de mărime, s-au putut măsura presiuni pînă la 10^{-11} tori și, cu precauții speciale, chiar mai joase.

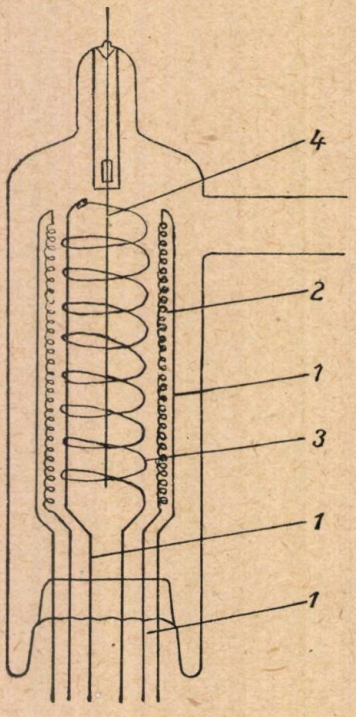


Fig. 2. — *Manometrul-pompă Bayard-Alpert*: *1*, suporții filamentului și grilei (Mo, ∅ = 1 mm); *2*, filament (W, ∅ = 0,2 mm); *3*, grilă (W, ∅ = = 0,2 mm); *4*, fir central (W, ∅ = 0,1 mm subțiat).

Într-o lucrare ulterioară D. Alpert și R. S. Buritz [8] au verificat printr-o metodă ingenioasă faptul că indicațiile manometrului Bayard-Alpert corespund realității.

2. Acțiunea de pompare a manometrului de ionizare

Se știe de multă vreme că una din cauzele erorilor sistematice ce se produc în timpul determinării presiunii cu ajutorul manometrului de ionizare constă în aceea că, datorită ionizării produse în timpul funcționării manometrului, o parte a gazului ce se găsea în interiorul său este evacuată, presiunea măsurată fiind deci mai scăzută decît cea din restul instalației. Bayard și Alpert au căutat să utilizeze acest neajuns în scopul obținerii unor presiuni foarte scăzute, folosind manometrul de ionizare și ca pompe. După o prealabilă degazare ei au izolat manometrul de restul instalației lăsîndu-l să funcționeze în continuare. S-a observat o accentuată scădere a presiunii, obținîndu-se presiuni de ordinul a 10^{-11} tori, iar cu precauții speciale chiar mai scăzute.

D. Alpert [9], precum și alți autori (de exemplu H. Schwartz [10], [11], L. Riddiford [12]...,) consideră că acțiunea de pompare este de două tipuri : chimică și electrică.

Prin pompare chimică sînt evacuate numai gazele active, în special cele foarte active (de exemplu hidrogenul), care formează numai o mică parte a gazelor conținute în incintă și deci nu vom ține seamă de ea. Această acțiune de pompare apare o dată cu încălzirea filamentului la incandescență, fără aplicarea vreunei diferențe de potențial între filament și

grilă. Prin acțiunea de pompare electrică se înțelege acțiunea de adsorbție a ionilor colectați *) pe colector și alte suprafețe care se află la un potențial negativ față de grilă, ioni creați prin ciocnirea moleculelor de gaz de către electronii accelerați datorită diferenței de potențial dintre filament și grilă. Prin acest mecanism pot fi adsorbite toate felurile de gaze ce sînt conținute în mod obișnuit în incinta ce trebuie evacuată. Numărul ionilor formați (la curent de electroni constant) fiind proporțional cu presiunea, putem presupune că, în limite largi, numărul ionilor adsorbiți în unitatea de timp va fi și el proporțional cu presiunea. În același mod ca în cazul pompelor mecanice și de difuzie, A l p e r t [9] definește o viteză de pompare electrică S_A, a unui manometru-pompă, prin scăderea în timp a presiunii dintr-o incintă închisă, de volum V, din care face parte și pompa-manometru;

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{S_A}{V}(p - U_A), \tag{1}$$

unde U_A este presiunea limită a pompei. În general, $p \gg U_A$. Notînd presiunea la $t = 0$ cu P_0 și neglijînd pe U_A, obținem

$$p = P_0 e^{-\frac{S_A}{V}t} = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \tag{2}$$

A l p e r t încearcă o evaluare a lui S_A în ipoteza (desigur greșită) că *numai* ionii ce cad pe colector sînt adsorbiți. Pentru calcul autorul ia o sensibilitate standard pentru manometru și anume, la un curent de electroni de 10 mA, pe colector este cules un curent de ioni de $10^{-(n+1)}$ A la o presiune de 10^{-n} tori. Presupunînd că *toți* ionii culeși de colector sînt adsorbiți, se obține o viteză de pompare $S_A = 0{,}02$ l/s și deci în cazul $V = 1$ l, $\tau \simeq 1$ minut. Reducînd rezultatele experimentale obținute de S c h w a r t z și de B a y a r d și A l p e r t la curentul standard de 10 mA, se obține $S_A \simeq 0{,}04$ l/s. Obținînd o viteză de pompare mult superioară celei corespunzătoare adsorbției tuturor ionilor colectați pe colector, se impune de la sine concluzia că adsorbția ionilor se face nu numai pe firul colector, ci și pe alte suprafețe (care se află la un potențial negativ față de grilă) ale manometrului-pompă. Deci, sînt colectați nu numai ionii produși în interiorul grilei, ci și o parte din cei produși în exterior; ei pot fi colectați atît pe peretele de sticlă, cît și pe firele de susținere ale filamentelor. Ipoteza adsorbției pe sticlă a fost confirmată printr-o experiență directă de către J. R. Y o u n g [13] El a observat că acțiunea de pompare a unui manometru tip Bayard-Alpert putea fi aproape cu desăvîrșire oprită acoperind pereții manometrului cu un strat de aquadag și punîndu-l pe acesta la potențialul grilei.

Și noi am adoptat ipoteza adsorbției pe sticlă; mai mult, considerăm că în viteza de pompare aportul adsorbției pe firul colector este neglijabil,

*) Vom face o distincție între colectarea și adsorbția ionilor.

Prin colectare înțelegem atragerea ionilor pozitivi de către suprafețe aflate la potențial negativ și neutralizarea lor. Moleculele astfel neutralizate pot să fie adsorbite sau pot să părăsească suprafața.

dacă nu inexistent. Se mai poate aduce un argument în favoarea acestei ipoteze. Așa cum am arătat mai sus, la un curent de electroni de 10 mA viteza de pompare determinată experimental este de 0,04 l/s. Aceasta înseamnă că, la o presiune de 10^{-n} tori, sînt adsorbite $1{,}2 \cdot 10^{18} \cdot 10^{-n}$ molecule pe secundă (am considerat volumul incintei de 1l). Presupunînd că pereții de sticlă pot adsorbi un strat monoatomic, adică circa 10^{15} molecule/cm^2, și ținînd seama de dimensiunile obișnuite ale manometrului-pompă, găsim că el poate adsorbi circa 10^{17} molecule. Astfel, dacă printr-o metodă oarecare se menține presiunea constantă la 10^{-4} tori și se pune în funcțiune manometrul Bayard-Alpert, el va putea pompa circa o oră pînă la saturarea peretelui. Alpert a verificat experimental această consecință a calculului de mai sus Același calcul ne arată că la o presiune de 10^{-8} tori manometrul poate pompa fără întrerupere multe luni. Bayard și Alpert au urmărit funcționarea unor astfel de manometre-pompe timp de 75 de zile, fără să observe vreo scădere a vitezei de pompare. Interpretarea experiențelor de mai sus pe baza adsorbției pe firul central nu este posibilă, deoarece suprafața acestuia este de 10^5 ori mai mică decît cea a pereților astfel încît la o presiune de 10^{-8} tori pompa ar trebui să ajungă la saturație după numai 30 de minute.

După cum se vede, manometrul-pompă Bayard-Alpert răspunde într-un mod mulțumitor celor trei cerințe ce au fost expuse mai sus :

1) dă posibilitatea unei măsurări rapide și destul de precise a presiunilor foarte joase ;

2) viteza de pompare poate fi variată după voie și necesitățile experienței de la zero la viteza maximă, variind curentul de electroni, (bineînțeles dacă tubul de experiență și metalele conținute sînt destul de bine degazate) ;

3) deslipind tubul de experiență împreună cu o pompă-manometru Bayard-Alpert se poate continua degazarea metalelor conținute în tub la presiuni sub 10^{-8} tori timp de multe mii de ore.

3. Noul tip de pompă de ionizare

Ne-am pus problema construcției unei pompe care să posede calități superioare manometrului-pompă Bayard-Alpert și anume :

— să aibă o eficiență mai mare
— să fie mai ușor de construit
— să fie mai robustă
— să fie mai ușor de degazat.

Am pornit de la ipoteza, pe care am justificat-o în paragraful precedent, că, în acțiunea de pompare, aportul adsorbției ionilor colectați pe firul central este neglijabil, dacă nu inexistent, și că, prin urmare, adsorbția ionilor pe pereții de sticlă este aceea care provoacă acțiunea de pompare a manometrului-pompă. Din acest motiv am renunțat complet la firul central folosind drept colector de ioni numai peretele de sticlă.

Grila, în interiorul căreia se află un filament în V este închisă într-un cilindru de sticlă care are un diametru de 45 — 50 mm (fig. 3).

La punerea în funcțiune a pompei, filamentul se încălzește înainte de a aplica vreo tensiune între el și grilă. Electronii emiși de filament, care vor cădea pe peretele de sticlă, vor avea energii de cel mult cîțiva electroni volți (care constituie energia cinetică a termoelectronilor). La aceste energii, sticla, wolframul sau oxidul de wolfram (dacă presupunem că în cursul degazării s-a depus pe sticlă un strat de wolfram sau oxid de wolfram) au un coeficient de emisie secundară subunitar, astfel încît peretele se va încărca la un potențial negativ față de filament. Acest potențial nu poate fi prea mare în valoare absolută. Într-adevăr, electronii care s-au fixat pe sticlă, dîndu-i un potențial negativ, se pot neutraliza pe două căi : pe de o parte cu ajutorul ionilor pozitivi creați prin ionizarea moleculelor gazului ce ating filamentul incandescent și sînt atrași de potențialul negativ al peretelui, iar pe de altă parte, prin existența unei scurgeri pe peretele de sticlă pînă la firele suport ale filamentului. Curentul de neutralizare astfel creat este fără îndoială foarte mic. Diferența de potențial dintre peretele de sticlă și filament este determinată de echilibrul care se stabilește între curentul de ioni și scurgerea amintită mai sus și curentul de electroni emiși de filament care mai pot atinge peretele, învingînd diferența de potențial. Dată fiind forma distribuției de energie a termoelectronilor, curentul format de electronii care pot învinge o diferență de potențial de — să presupunem — 15 V este de circa 10^{-22} A la un curent de emisie standard de 10^{-2} A. Este evident că cei doi curenți paraziți (curentul de ioni și cel de scurgere) vor avea o valoare mai mare decît 10^{-22} A, și deci diferența de potențial va fi mai mică decît 15 V. Am neglijat în calcul electronii ce se pierd prin ionizări, prin atașare la molecule electronegative, numărul lor fiind neînsemnat față de numărul total al electronilor emiși de filament.

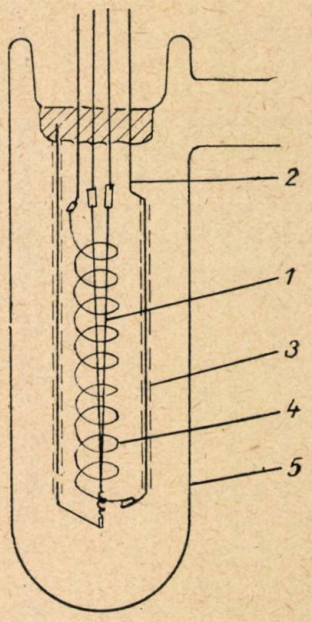


Fig. 3. — *Noua pompă de ionizare* : *1*, filament (W, Ø = 0,1 mm); 2, suportul grilei (Mo, Ø = 1 mm); *3*, înveliș de sticlă (recomandabil pentru a evita gazarea firelor suport de Mo); *4*, grilă (W, Ø = = 0,2 mm); *5*, perete de sticlă.

După stabilirea echilibrului se poate aplica pe grilă un potențial de 200 — 300 V. Ne aflăm în condițiile de funcționare ale manometrului Buckley-Dushman (și anume așa cum vom arăta mai jos în condiții deosebit de favorabile pentru o ionizare masivă). Într-adevăr, ca și în cazul manometrului mai sus-amintit, între grilă și filament este aplicată o tensiune de 200 — 300 V și între „colector" și filament o tensiune mică, întîrzietoare pentru electroni. Electronii emiși de filament oscilează în groapa

de potențial reprezentată în figura 1, *b* între filament și colector pînă ce cad pe grilă. În cursul acestor oscilații electronii ionizează moleculele de gaz, iar ionii creați în exteriorul grilei vor fi colectați și adsorbiți de peretele de sticlă ce se află la un potențial negativ (ionii cad pe perete cu energii de 50 — 300 eV). Pe această bază explicăm mecanismul de pompare al pompei.

Vom evalua potențialul la care se află peretele față de filament, după metoda de mai sus; deosebirea constă în faptul că după aplicarea tensiunii curentul de ioni provine în principal din ionii produși de curentul de electroni de 10 mA emis de filament și accelerat de grilă. Acest curent de ioni este de 10^{-n} A, la o presiune de 10^{-n} tori (vom justifica mai jos aceste valori). Vom pune condiția ca diferența de potențial dintre filament și perete să aibă o astfel de valoare încît să permită numai unui curent de *electroni* de 10^{-n} A din curentul standard total emis de 10^{-2} A, să ajungă la perete și să anihileze efectul ionilor. Ținînd seama de distribuția de energii a termoelectronilor, un calcul simplu ne dă

$$\Delta V \simeq -2 \cdot 10^{-4} (n-2)\, T \text{ V}, \tag{3}$$

unde ΔV reprezintă diferența de potențial căutată.

Presupunînd $T = 3000^{\circ}$K, obținem imediat

$$\Delta V \simeq -0{,}6\,(n-2) \text{ V}. \tag{3'}$$

Astfel chiar la o presiune de 10^{-10} tori peretele se află la un potențial de circa — 5 V. Faptul că diferența de potențial dintre „colector" (în cazul nostru peretele de sticlă) și filament este mult mai mică decît în cazul manometrului Buckley-Dushman mărește sensibil amplitudinea de oscilație a electronilor în jurul grilei și deci probabilitatea de ionizare. La aceasta se adaugă faptul că diametrul „colectorului", care la manometrul Buckley-Dushman este de circa 30 mm, este în cazul pompei de 45 — 50 mm. Deci, se poate presupune că numărul de ioni creați în pompa propusă de noi este, la același curent de electroni, de 3 — 4 ori mai mare decît în cazul manometrului Buckley-Dushman.

Ținînd seama că la un manometru Buckley-Dushman bine construit curentul de ioni creați în condiții standard la o presiune de 10^{-n} tori este de $4 - 5 \cdot 10^{-(n+1)}$ A, în pompa propusă vom avea un curent de ioni de $1-2 \cdot 10^{-n}$ A. Dacă admitem că toți ionii colectați pe sticlă sînt adsorbiți, ne putem aștepta la o viteză de pompare de 0,2—0,4 l/s. Acesta este motivul principal pentru care pompa propusă de noi are o eficacitate mare.

Din expresia (3') se poate vedea cu ușurință că nu există pericolul ca ionii culeși pe sticlă să-i ridice acesteia potențialul la o valoare superioară potențialului filamentului. Într-adevăr, pentru $n > 2$, $\Delta V < 0$. Or, niciodată nu se pune în funcțiune pompa la o presiune mai mare decît 10^{-4} tori ($n = 4$).

Atît pentru tipul de pompă Bayard-Alpert, cît și pentru tipul propus de noi, viteza de pompare a fost determinată pentru cazul condițiilor de lucru standard, adică pentru un curent de electroni de 10 mA. În realitate

nu se poate lucra cu un curent atît de mare, atît datorită faptului că filamentele, fiind prea mult solicitate, nu vor putea avea o viață de cîteva mii de ore necesară experimentării, cît și din cauză că radiația termică fiind prea mare, pereții ca și celelalte componente ale pompei se încălzesc, gazează și astfel provoacă creșterea presiunii din incintă. Din această cauză pompele propuse de noi pot lucra (dacă grila și suportul ei sînt bine degazate) la un curent de 3 — 5mA și deci la o viteză de pompare efectivă de 0,06 — 0,2 l/s. La manometrele-pompă Bayard-Alpert situația este mai nefavorabilă, deoarece datorită așezării excentrice a filamentului, puterea necesară pentru obținerea aceluiași curent de electroni este de circa trei ori mai mare decît în cazul pompei propuse. De aceea, pentru a evita încălzirea excesivă a manometrului-pompă, se lucrează cu curenți de electroni de 1 — 1,5 mA, adică la o viteză efectivă de pompare de 0,004 — 0,006 l/s. Deci, deosebirea dintre vitezele de pompare efective este și mai importantă decît între cele standard.

Așa cum rezultă din figura 3, pompa propusă este foarte ușor de construit. Filamentul (fir de wolfram, ∅ 0,1 mm) trebuie să fie cît mai bine întins, iar grila (fir de wolfram, ∅ 0,2 mm) trebuie să fie cît mai bine călită pentru a nu-și schimba forma în timpul degazărilor. Pentru a evita gazări nedorite, este bine ca firele de molibden, care susțin grila și filamentul, să fie îmbrăcate în sticlă. La construcția manometrului-pompă Bayard-Alpert partea cea mai delicată constă în călirea, subțierea și sudarea la un singur capăt a firului central; toate aceste dificultăți sînt înlăturate în pompa propusă de noi, o dată cu înlăturarea firului. În același timp, pompa a devenit mult mai robustă.

Degazarea filamentului și a grilei este foarte ușoară; ele se încălzesc la incandescență prin trecere de curent. Aceasta spre deosebire de degazarea firului central al manometrului-pompă Bayard-Alpert, care este destul de delicată și se poate face numai prin bombardament electronic, aplicîndu-se firului o tensiune de 1500 — 2000 V. Un șoc mecanic întîmplător punînd firul central în vibrație îl poate aduce în contact cu grila și datorită scurtcircuitului să provoace arderea lui instantanee.

Bineînțeles, pompa construită de noi nu poate fi folosită pentru măsurarea presiunii deoarece ionii colectați pe sticlă sînt neutralizați de electronii emiși de filament, ceea ce împiedică „numărarea" lor.

4. Măsurarea vitezei de pompare

În definiția (1) a vitezei de pompare a manometrului-pompă se neglijează chiar și în primă aproximație prezența vreunei surse de gazare sau a unei găuri existente în incinta din care face parte pompa. Vom nota cu G o cantitate proporțională cu numărul de molecule ce pătrund în instalație în timp de o secundă datorită acestor cauze. Vom măsura G în tori litri pe secundă. Ținînd seama de cele de mai sus și neglijînd pe U_A, formula (1) se scrie cu notațiile de la punctul 2

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{S_A}{V} p + \frac{G}{V}. \qquad (4)$$

Vom face ipoteza că G nu variază apreciabil cu presiunea din incintă atunci cînd aceasta variază cu un ordin sau două de mărime și nu variază nici în timp (bineînțeles ținînd seama de durata relativ scurtă a măsurării unei viteze de pompare).

Vom numi presiunea care anulează membrul doi, presiunea de echilibru și o vom nota

$$p_0 = \frac{G}{S_A}. \tag{5}$$

Din examinarea formulei (4) se vede imediat că, dacă sistemul se află la o presiune oarecare p, el va tinde să atingă presiunea de echilibru p_0. În cazurile obișnuite p diferă de p_0 cu circa un ordin de mărime, astfel încît stabilirea echilibrului se face practic într-un timp de 10 — 15 minute. Dacă $p \gg p_0$ și dacă sistemul nostru conține și alte pompe, le putem pune în funcțiune temporar pentru a ne apropia de p_0.

În ecuațiile (4) și (5) se pot determina experimental toate mărimile în afară de S_A și G, care se pot obține rezolvînd cele două ecuații. Ecuația (4) se integrează imediat

$$\Delta t = \frac{V}{S_A} \ln \frac{S_A p_i - G}{S_A p_f - G}, \tag{4'}$$

unde am notat $\Delta t = t_f - t_i$ timpul în care presiunea sistemului a variat de la p_i la p_f.

Introducînd în (4') expresia lui G din (5) obținem

$$S_A = \frac{V}{\Delta t} \ln \frac{p_i - p_0}{p_f - p_0} \text{ *)} \tag{6}$$

Cu ajutorul acestei formule, prin măsurări repetate, se poate obține S_A și apoi din (5), G.

Determinarea vitezei de pompare S_p a pompei propuse de noi nu se poate face după același procedeu deoarece, după cum am mai arătat, pompa nu poate servi și la măsurarea presiunii. Vom folosi deci o incintă izolată din care să facă parte pe lîngă pompa a cărei viteză o determinăm și un manometru-pompă Bayard-Alpert.

În locul ecuației (4), obținem definind viteza S_p în același mod ca și S_A

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{S_A}{V} p - \frac{S_p}{V} p + \frac{G}{V}. \tag{7}$$

*) Această formulă este analogă cu formula (2) din lucrarea [9], unde în loc de p_0 apare U_A, pe care l-am neglijat (de altfel ca și Alpert) în cele ce urmează. Între U_A și p_0 este o deosebire. U_A a fost definit de Alpert ca presiunea limită ce se poate atinge prin pompare electrică și care, după cum arată diverse lucrări, este mai mică decît 10^{-12} tori, adică în general neglijabilă, în timp ce p_0 este presiunea de echilibru ce se stabilește prin acțiunea antagonistă a manometrului pompă Bayard-Alpert și a unei surse de gaz care de multe ori nu poate fi neglijată.

Integrînd, obținem ecuația

$$\Delta t = \frac{V}{S_A + S_p} \ln \frac{(S_A + S_p)\, p_i - G}{(S_A + S_p)\, p_f - G}. \tag{8}$$

Vom defini o presiune de echilibru p_0' punînd în ecuația (7) condiția $\frac{dp}{dt} = 0$. Obținem

$$p_0' = \frac{G}{S_A + S_p} \tag{9}$$

și, înlocuind în ecuația (8), rezultă

$$S_p = \frac{V}{\Delta t} \ln \frac{p_i - p_0'}{p_f - p_0'} - S_A. \tag{10}$$

Cunoscînd pe S_A din (6) și determinînd experimental timpul în care presiunea variază dela p_i la p_f și presiunea de echilibru p_0', se poate determina S_p.

Dacă din anumite motive este incomodă determinarea precisă a lui p_0', vom renunța la folosirea lui. Vom utiliza direct ecuația (8) sub forma

$$S_p = \frac{V}{\Delta t} \ln \frac{(S_A + S_p)\, p_i - G}{(S_A + S_p)\, p_f - G} - S_A, \tag{8'}$$

presupunînd $p_i > p_f > p_0'$, ceea ce se poate oricînd realiza și notînd $\Delta p = p_i - p_f$, (8') se poate scrie

$$S_A + S_p = \frac{V}{\Delta t} \ln \left[1 + \frac{\Delta p}{p_f} \left(\frac{1}{1 - \frac{G}{p_f (S_A + S_p)}} \right) \right].$$

Vom presupune

$$\frac{G}{p_f (S_A + S_p)} \ll 1. \tag{11}$$

Dezvoltînd în serie paranteza mică din argumentul logaritmului și oprindu-ne la termenul de ordinul întîi vom putea scrie

$$S_A + S_p = \frac{V}{\Delta t} \ln \frac{p_i}{p_f} + \frac{V}{\Delta t} \ln \left[1 + \frac{G\, \Delta p}{p_f\, p_i\, (S_A + S_p)} \right].$$

Ținînd seama de condiția (11) și de faptul că $\Delta p < p_i$, desfășurăm în serie și logaritmul parantezei neglijînd termenii de ordin superior. Se obține astfel o ecuație algebrică de gradul doi în $S_A + S_p$. Rezolvînd-o obținem

$$S_p = \frac{\frac{V}{\Delta t} \ln \frac{p_i}{p_f} + \sqrt{\left(\frac{V}{\Delta t} \ln \frac{p_i}{p_f} \right)^2 + 4 \frac{V}{\Delta t} \frac{G\, \Delta p}{p_i\, p_f}}}{2} - S_A. \tag{12}$$

Condiția (11) are următoarea semnificație:

$$\frac{\text{numărul de molecule puse în libertate de sursa de gazare pe secundă}}{\text{numărul de molecule adsorbite de cele două pompe, la presiunea } p_f \text{ pe secundă}} \ll 1.$$

Este deci necesar ca p_f să fie mult mai mare decît p_0'. Se obține o precizie mulțumitoare chiar și pentru $p_f = 4p_0'$, deoarece aproximațiile făcute la cele două dezvoltări în serie dau erori de sens contrar și deci se compensează parțial.

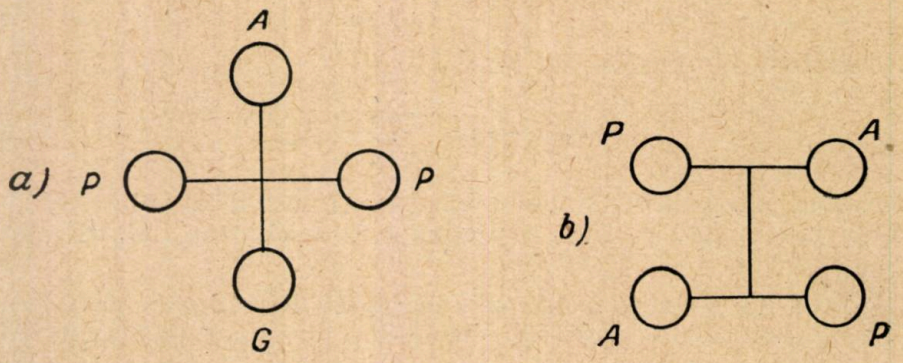


Fig. 4. — *a*) *Schema incintei deslipite.* I.: *A*, manometru Bayard-Alpert; *P*, pompă; *G*, sursă de gazare (tubul de experiență);
b) Schema incintei deslipite. II.: *A*, manometru Bayard-Alpert; *P*, pompă.

În figurile 4*a* și 4*b* este reprezentată schematic așezarea pompelor și manometrelor la unele din determinările făcute.

Schema din figura 4*a* reprezintă o determinare făcută în prezența unei surse de gazare mai importante G (la una din determinări s-a lucrat cu o sursă G de $4{,}5 \cdot 10^{-8}$ tori l/s). În figura 4*b* s-a făcut o schemă mai complexă pentru a putea verifica valabilitatea formulelor de mai sus. S-a determinat viteza de pompare a uneia din manometrele-pompă Bayard-Alpert măsurîndu-se presiunea atît cu ajutorul celeilalte manometru-pompă (formula (12)), cît și cu însăși pompa studiată (formula (6)).

Tuburile care unesc pompele cu manometrele-pompe au un diametru de circa 20 mm și o lungime de ordinul a 100 mm. Căderea de presiune în lungul acestor tuburi în regim molecular la vitezele de pompare obținute de noi este complet neglijabilă.

5. Rezultate și concluzii

Măsurările executate au confirmat evaluările făcute mai sus. S-au obținut pentru pompe atent degazate (la un curent de electroni standard de 10 mA) viteza de pompare de 0,18 — 0,2 l/s în cazul în care diferența de potențial între grilă și filament era de 200 V și 0,25 — 0,27 l/s pentru o diferență de potențial de 300 V.

Rezultatul cel mai important îl constituie obținerea unor presiuni de $1 \cdot 10^{-9}$ tori și chiar mai mici într-o incintă în care se aflau cantități re-

lativ mari de metale (suprafețe de circa 40 cm^2), dintre care o parte (un cilindru de nichel) cu suprafața de 7 cm^2 se afla la o temperatură de 1000°C. În felul acesta cilindrul respectiv putea fi degazat în vid foarte înaintat timp de luni de zile, ceea ce a permis studiul în bune condiții a proprietăților fizice ale suprafeței sale. Acest rezultat nu se putea obține decît cu ajutorul unor pompe care să aibă o viteză de pompare destul de mare (mai mare decît a manometrului-pompă Bayard-Alpert).

În concluzie, ținem să precizăm că, deși tipul de pompă propus de noi prezintă o serie de avantaje față de manometrul-pompă Bayard-Alpert (eficiență sporită, construcție și degazare ușoare) care o fac indispensabilă pentru unele experiențe executate în vid înaintat, nu se poate renunța la folosirea manometrului-pompă Bayard-Alpert deoarece pompa propusă nu poate servi și la măsurarea presiunii. Prin urmare, incinta din care face parte tubul de experiență în cazul studiului suprafețelor metalice în vid foarte înaintat trebuie să conțină, pe lîngă un manometru-pompă Bayard-Alpert (pentru măsurarea presiunii), una sau mai multe pompe cu viteză de pompare ridicată.

În încheiere, ținem să mulțumim conf. A. G e l b e r g pentru îndrumările și sprijinul continuu pe care ni le-a dat și tuturor colegilor care, prin ajutorul lor, ne-au permis să facem această lucrare. De asemenea, mulțumim maistrului sticlar A. Costache pentru execuția ireproșabilă a pompelor și manometrelor-pompe folosite în cursul experiențelor.

НОВЫЙ ТИП ИОНИЗАЦИОННОГО НАСОСА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В статье описаны принцип работы и способ изготовления ионизационного вакуумного насоса нового типа, позволяющего получить давление ниже 10^{-8} рт. ст. Принцип работы основан на гипотезе, что в ионизационном насосе Баярда-Алперта откачка происходит в основном благодаря адсорбции ионов на стекле колбы. Насос содержит только два электрода: нить накала и сетку.

Вследствие попадания на внутреннюю поверхность стеклянной колбы электронов, испускаемых нитью накала, колба приобретает отрицательный потенциал, близкий к потенциалу нити накала. Таким образом, внутренняя поверхность колбы играет роль третьего электрода — коллектора ионов. Показывается, что благодаря размерам и потенциалу электродов число образующихся ионов очень велико, вследствие чего и скорость откачки достигает больших значений.

Далее описывается метод измерения скорости откачки. Были получены скорости откачки от 0,25 до 0,27 л/сек, то есть в 3—9 раз больше скоростей, известных из литературы.

Новый тип насоса имеет кроме высокой эффективности и ряд других преимуществ по сравнению с манометром Баярд-Алперта: он более прост и прочен по конструкции и легче поддается обезгаживанию.

ОБЪЯСНЕНИЕ РИСУНКОВ

Рис. 1 *a*. — Манометр Бекле-Дешмана. 1 — держатель решетки (Mo, Ø = 1 мм); 2 — нить накала (W, Ø = 0,1 мм); 3 — сетка (W, Ø = 0,2 мм); 4 — цилиндрический коллектор (Ni — толщина 0,1 мм).

Рис. 1 *b*. — Ход потенциальной энергии электронов между нитью накала и коллектором в случае Бекле-Дешмана. *f* — нить накала; *g* — сетка; *c* — коллектор.

Рис. 1 *c*. — Ход потенциальной энергии положительных ионов между нитью накала; и коллектором в случае Бекле-Дешмана. *f* — нить накала; *g* — сетка; *c* — коллектор.

Рис. 2. — Манометр Баярда-Алперта. 1 — держатели нити накала и сетки (Mo Ø = 1 мм); 2 — нить накала (W Ø = 0,2 мм); 3 — сетка (W Ø = 0,2 мм); 4 — центральная нить (W Ø = 0,1 мм, утонченная).

Рис. 3. — Новый ионизационный насос. 1 — нить накала (W Ø = 0,1 мм); 2 — держатель сетки (Mo Ø = 1 мм); 3 — стеклянный покров (рекомедуется во избежание газирования поддерживающих проволок Mo); 4 — сетка (W Ø = 0,2 мм); 5 — стеклянная стенка.

Рис. 4 *a*. — Схема I. *A* — манометр Баярда-Алперта; *P* — насос; *G* — источник газирования (опытная трубка).

Рис. 4 *b*. — Схема II. *A* манометр: *P* — насос.

UN NOUVEAU MODÈLE DE POMPE D'IONISATION

(RÉSUMÉ)

Les auteurs exposent le principe de fonctionnement et le mode de construction d'un nouveau type de pompe d'ionisation, pour l'obtention des pressions inférieures à 10^{-8} torr. La conception de la nouvelle pompe est basée sur l'hypothèse que, dans une pompe d'ionisation Bayard-Alpert, l'action de pompage est surtout due à l'adsorption des ions à la surface de verre. Les principaux éléments, constituant la pompe, sont deux électrodes, un filament et une grille.

Par suite de la chute de quelques électrons, émis par le filament, sur la paroi de verre, celle-ci acquiert un potentiel négatif proche de celui du filament et devient ainsi une troisième électrode, collecteur d'ions. On montre plus loin que, par suite du choix des dimensions et du potentiel des électrodes, le nombre des ions engendrés est très grand, ce qui entraîne une grande vitesse de pompage.

Suit la description de la méthode de mesure de la vitesse de pompage. Ces vitesses atteignent 0,25...0,27 l/s, c'est-à-dire de 3 à 9 fois supérieures aux vitesses actuelles de pompage (connues dans la littérature).

Outre son efficacité, la pompe proposée possède, par rapport à la pompe manomètre Bayard-Alpert, d'autres avantages d'ordre pratique : elle est plus facile à construire, plus robuste et plus facile à dégazer.

EXPLICATION DES FIGURES

Fig. 1 *a*.— *Le manomètre de Buckley-Dushman.* **1.** Support de la grille (Mo, Ø= 1 mm); **2.** filament (W, Ø=0,1 mm); **3.** grille (W, Ø=0,2 mm); **4.** collecteur cylindrique (Ni épaisseur= = 0,1 mm).

Fig. 1 *b*. — *Variation de l'énergie potentielle des électrons entre le filament et le collecteur dans le cas du manomètre Buckley-Dushman. f*) Filament ; *g*) grille ; *c*) collecteur.

Fig. 1 *c*. — *Variation de l'énergie potentielle des ions positifs entre le filament et le collecteur dans le cas du manomètre Buckley-Dushman. f*) Filament ; *g*) grille ; *c*) collecteur.

Fig. 2. — *Le manomètre Bayard-Alpert. 1.* Supports du filament et de la grille (Mo ∅ = 1 mm) ; *2.* filament (W ∅ = 0,2 mm) ; *3.* grille (W ∅ = 0,2 mm) ; *4.* fil central (W ∅ = 0,1 mm, étiré).

Fig. 3. — *La nou vellepompe d'ionisation. 1.* Filament (W ∅ = 0,1 mm) ; *2.* support de la grille (Mo ∅ = 1 mm) ; *3.* verre protecteur recommandé pour éviter le gazage des fils-supports de Mo) ; *4.* grille (W ∅ = 0,2 mm) ; *5.* paroi de verre.

Fig. 4 *a*. — *Schéma de l'enceinte détachée.* I. *A.* Manomètre de Bayard-Alpert ; *P.* pompe ; *G.* source de gazage (tube d'expérience).

Fig. 4 *b*. — *Schéma de l'enceinte détachée.* I. *A.* Manomètre de Bayard-Alpert ; *P.* pompe.

BIBLIOGRAFIE

1. S. Dushman, *Scientific Foundations of Vacuum Techniques*, John Wiley & Sons, I.N.C., New York, cap. VI.
2. L. A. Du Bridge a W. W. Roehr, Phys. Rev., 1932 t. 42, nr. 52.
3. A. Cardwell, Phys. Rev. 1949, t. 76, nr. 125.
4. -- Phys. Rev., 1953, t. 92, nr. 554.
5. A. A. Brown, L. J. Neelands a. H. E. Farnsworth, Journ. Applied Phys., 1950, t. 21, nr. 1.
6. L. Apker, Ind. Eng. Chem., 1948, t. 40, nr. 846.
7. R. T. Bayard şi D. Alpert, Rev. Sci. Instr. 1950, t. 21, nr. 571.
8. D. Alpert a. R. S. Buritz, Journ. Appl. Phys., 1954, t. 25, nr. 202.
9. D. Alpert, Journ. Appl. Phys., 1953, t. 24, nr. 860.
10. H. Schwartz, Zts. f. Phys., 1944, t. 122, nr. 437.
11. — Zts. f. Phys., 1940, t. 117, nr. 23.
12. L. Riddiford, Journ. of Sci. Instr., 1951, t. 28, nr. 375.
13. J. R. Young, Journ. Appl. Phys., 1956, t. 27, nr. 926.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

UN VÎSCOZIMETRU CU DISC ROTITOR *)

DE

V. MERCEA, J. MERCEA şi I. URSU

În cursul cercetărilor de separare a gazelor, efectuate în laboratorul nostru, s-a pus problema analizei continue a gazelor din separatoarele de difuzie. Una din metodele care părea indicată pentru acest scop era măsurarea continuă a viscozității amestecului gazos.

Anume, se știe că coeficientul de viscozitate fiind o mărime caracteristică a fiecărui gaz sau amestec de gaze este posibilă analiza amestecurilor gazoase bazată pe măsurarea viscozității și în consecință și urmărirea unor procese fizice sau chimice.

Metodele cele mai uzuale pentru măsurarea viscozității gazelor se pot împărți în trei categorii și anume :

— metode folosind scurgerea gazelor,

— observarea amortizării unor oscilații,

— antrenarea de către un motor a unui echipaj mobil (sistem de cilindri coaxiali).

Un vîscozimetru construit pentru scopul amintit ar trebui să satisfacă următoarele condiții :

1. Procesul de separare prin difuzie fiind continuu și analiza produselor rezultate trebuie să fie continuă. Ea trebuie să fie totodată și rapidă pentru a putea înregistra imediat orice variație din separator.

2. E necesar ca măsurătorile să fie independente de debitul de gaz ce trece prin aparat.

3. Sensibilitatea și precizia măsurătorilor să fie suficient de mare și reglabilă.

Ținînd seama de aceste cerințe, vîscozimetrele din primele două categorii nu corespund. La tipul al treilea, deși principiul satisface condițiile impuse, sistemul cilindrilor coaxiali, des folosit în măsurătorile de laborator, nu corespunde din diferite motive. Anume, pentru o bună reproductibilitate este necesară o centrare perfectă a cilindrilor ceea ce e dificil. Apoi, reglarea aparatului pentru diferite sensibilități prin mărirea sau micșorarea spațiului inelar comun întîmpină greutăți și astfel aparatele

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 29 decembrie 1956.

uzuale construite de acest principiu sînt delicate şi se folosesc numai în laborator.

S-a impus deci necesitatea de a construi un vîscozimetru pentru gaze, bazat pe un principiu analog care să permită măsurarea continuă a viscozităţii şi să permită analiza rapidă a amestecurilor de gaze, fără să prezinte neajunsurile amintite.

Un astfel de aparat se poate imagina ca fiind format din două discuri circulare, plane şi paralele, puse faţă în faţă, dintre care unul se roteşte cu o viteză unghiulară constantă în jurul unui ax fix, iar celălalt e suspendat deasupra primului cu ajutorul unui fir de torsiune sau a unei suspensii cu ax şi cu un resort spiral. Al doilea disc e antrenat de primul datorită frecării vîscoase a gazului cuprins între discuri.

Dacă R este raza discurilor, b distanţa dintre ele, η viscozitatea gazului şi C constanta de torsiune a firului sau a resortului, se deduce uşor că unghiul cu care e rotit discul mobil din poziţia de repaus este

$$\alpha = \frac{\pi R^4}{2\,bC}\,\eta.$$

Se vede deci că pentru un sistem dat, discul rotitor este acţionat de un cuplu care depinde numai de viscozitatea gazului şi de distanţa dintre cele două discuri. Variaţii relativ mici ale acestei distanţe permit variaţii mari ale cuplului, deci modificări apreciabile ale sensibilităţii.

Pe de altă parte, datorită forţei centrifuge, la centrul discurilor ia naştere o depresiune dată de expresia

$$p' = p_a - p_e = p_a \frac{R^2\omega^2\rho}{8},$$

unde p_a este presiunea atmosferică, p_e presiunea efectivă la centrul discurilor, ω viteza unghliuară şi ρ densitatea gazului. Din cauza acestei depresiuni sistemul tinde să stabilească autooscilaţii şi de aceea discul trebuie amortizat transversal.

O uşoară descentrare a discului este departe de a produce o perturbare atît de serioasă cuplului de rotaţie ca în cazul cilindrilor coaxiali, cu condiţia ca discurile să rămînă paralele.

Realizarea experimentală. Bazat pe principiul expus s-au construit două aparate, unul pentru laborator (fig. 1), iar celălalt ca aparat de tablou (fig. 2).

Partea esenţială o formează două discuri paralele (fig. 1). Discul mobil D_1 e făcut din tablă de aluminiu de 1 mm grosime şi are diametrul de 60 mm. Discul motor D_2 s-a confecţionat din tablă de alamă de 2 mm grosime şi diametrul de 65 mm. Discul D_1 este suspendat printr-o bandă de torsiune de bronz fosforos, F, 0, 6 × 0,015 mm şi aproximativ 50 mm lungime. Reglarea discului D_1 se face printr-un sistem de şuruburi fixat de platforma I. Un şurub pătrat fără fine S_2, permite coborîrea şi ridicarea lui D_1 şi deci

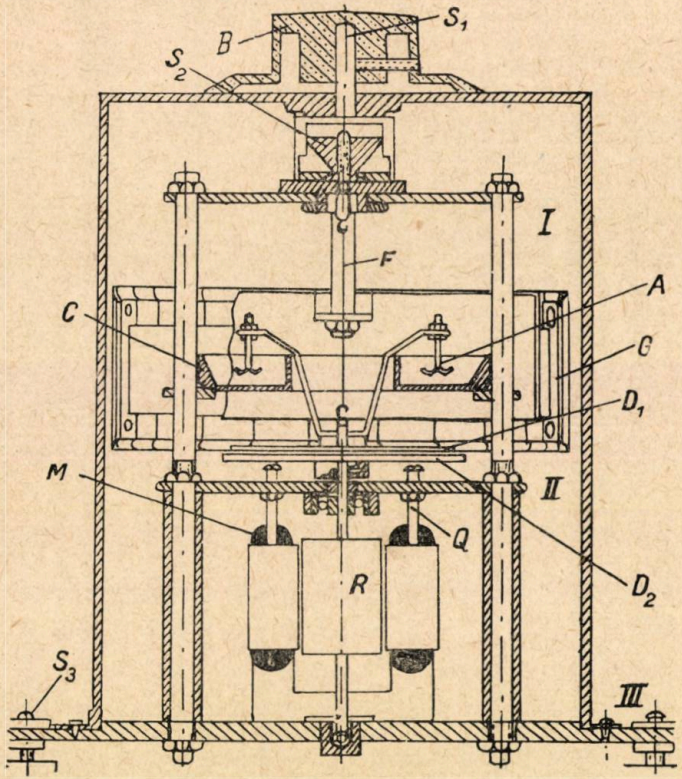


Fig. 1

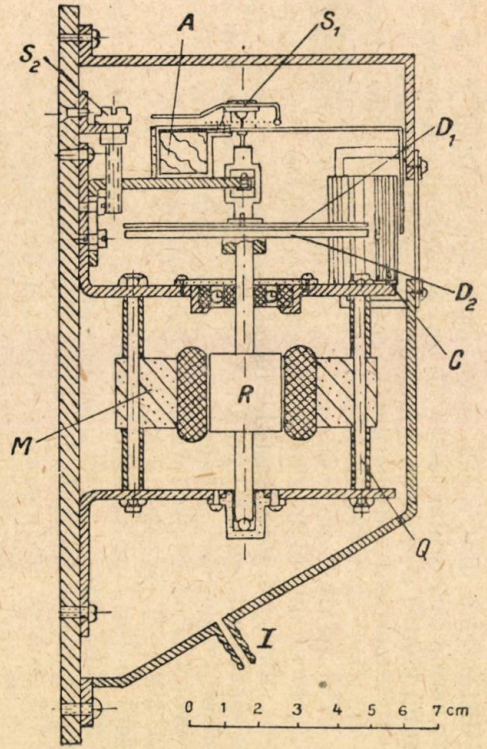


Fig. 2

variaţia distanţei b dintre cele două plăci. Cu şurubul S_1 se stabileşte poziţia de zero a aparatului sau se dă un moment iniţial de torsiune sistemului mobil pentru a avea un domeniu mai larg de măsură.

Pentru amortizarea oscilaţiilor de rotaţie şi a celor transversale se foloseşte un amortizor cu lichid. El e format dintr-o cuvă circulară metalică C, montată rigid pe tijele de susţinere ale platformei I şi dintr-un plutitor circular A, făcut din tablă subţire de alamă presată. Prin intermediul a două braţe, plutitorul este fixat de discul D_1. Solidar cu discul mobil mai e prins şi arătătorul prevăzut cu două mici şuruburi care permit aducerea la paralelism a discurilor. Arătătorul se mişcă în faţa unui cadran G semicircular, prevăzut cu gradaţii de la 0—120. Cadranul e fixat prin intermediul unei tije tot de platforma I.

Discul motor D_2 e menţinut în mişcare de un motor de patefon M cu 1450 rot/min. Pentru a evita un joc pe verticală, adică o descentrare, cît şi pentru a reduce frecările, în partea superioară axul motorului e fixat pe rulmenţi cu bile, iar în partea inferioară pivotează pe o bilă. Motorul este fixat între platforma II şi placa de bază III cu ajutorul a patru şuruburi Q.

Aparatul este protejat faţă de exterior printr-o cutie cilindrică de metal. În dreptul cadranului el este prevăzut cu o deschidere care permite citirea indicaţiilor. Admisia şi evacuarea gazului se face printr-un sistem de două tuburi introduse prin placa de bază III a aparatului. Etanşeitatea se realizează prin garnituri.

Aparatul de tablou (fig. 2) e construit în mod analog. El este însă fixat pe o placă verticală şi diferă de aparatul de laborator prin sistemul de suspensie şi amortizarea discului mobil. Suspensia se face printr-un ax care pivotează vertical şi este prevăzut cu un arc spiral, iar ca amortizor se foloseşte un amortizor cu aer. Variaţia distanţei b se realizează prin şurubul vertical S_2 şi reglarea poziţiei de zero prin pîrghia S_1. Aparatul este protejat printr-o manta de alamă prevăzută cu o deschidere pentru citire. Alimentarea se face prin tuburile introduse în capacul de protecţie.

Cu aceste aparate o măsurătoare se efectuează în felul următor:

Se asigură în primul rînd o poziţie orizontală a aparatului. Aceasta se face la primul tip prin potrivirea şuruburilor de calare S_3, la al doilea prin fixarea pe un suport plan vertical. Se reglează şi se verifică paralelismul discurilor; se potriveşte distanţa dintre acestea în aşa fel ca pentru gazul cel mai vîscos deviaţia să fie maximă iar pentru cel cu viscozitatea cea mai mică să fie în dreptul poziţiei de zero. Dacă e nevoie se dă un moment, de torsiune suplimentar discului prin rotirea butonului V, fixat pe şurubul S_1; evident că poziţia de zero a acului se obţine în acest caz prin blocarea cursei sistemului mobil în dreptul diviziunii zero. Se introduce amestecul gazos ce trebuie analizat şi se porneşte motorul. După cîteva clipe arătătorul arată pe cadran deviaţia discului mobil. Din curbele de etalonare se deduce uşor viscozitatea amestecului gazos.

Etalonarea aparatului s-a făcut cu următoarele amestecuri binare: $CH_4 - H_2$, $CH_4 - O_2$, $CH_4 - CO_2$, CH_4 — aer.

Datele experimentale sînt înscrise în tablou şi reprezentate grafic în figura 3.

În cursul măsurătorilor s-a putut verifica o reproductibilitate bună pentru gaze pure. În același timp s-a lucrat într-un domeniu destul de larg de debite (0,2—5 l/min), constatînd independența cerută. S-a verificat

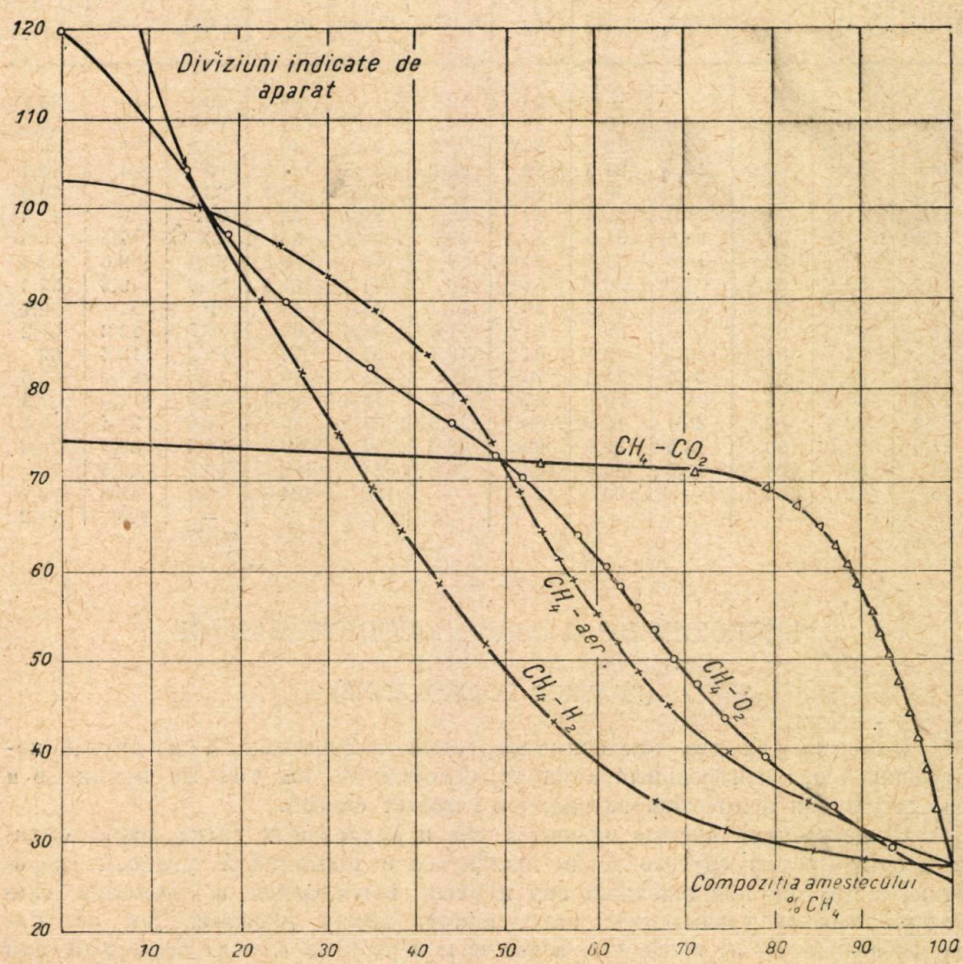


Fig. 3

sensibilitatea reglabilă atingînd o precizie de 1 — 2 %. Aparatul a fost folosit pentru măsurători continui de durată lungă, rezultatele indicate fiind comparate cu cele ale unui aparat de analiza compoziției amestecului bazat pe măsurarea conductibilității termice.

Se vede deci că condițiile cerute au fost îndeplinite. Aparatul realizat prezintă o soluție avantajoasă atît pentru laborator, cît și pentru industrie, acolo unde e nevoie de analize continue de amestecuri binare.

Aparatul se pretează și la înregistrarea automată sau pentru telecomandă.

TABLOU

% CH_4	% H_2	$n_{div.}$	% CH_4	% O_2	$n_{div.}$	% CH_4	% aer	$n_{div.}$	% CH_4	% CO_2	$n_{div.}$
10	—	26	100	—	26	10	—	26	10	—	26
85	15	28,5	93	7	29	4,2	15,8	34	98,5	1,5	33,5
74,4	25,6	31	87	13	33,5	75,1	24,9	40	97,2	2,8	38
66,6	33,4	34,5	78,5	21,5	39,5	68,2	31,8	44,7	96	4	41,1
60,3	39,7	38	74	26	44	65,1	34,9	48,7	95	5	43,9
55,5	44,5	43	71,5	28,5	47	62,5	37,4	52	94	6	47,2
51,5	48,5	48	68,5	31,5	50,5	60,3	39,7	55	92,5	7,5	50,5
48	52	52	66,5	33,5	54	57	43	59,5	91,4	8,6	53,4
44,7	55,3	55,5	64	36	56	56	44	61,5	90,7	9,3	55,3
42,3	57,7	59	62,5	37,5	58	54,4	45,6	64	89	11	59,1
41	59	61	61	39	61	51,8	48,2	69	87,8	12,2	61,2
38	62	65	58	42	64	48,7	51,3	74	86,4	13,6	63
34,9	65,1	69	48,5	51,5	73	45	55	79	84,8	15,2	65,5
31,3	68,7	75	34	66	82,5	41,2	58,2	84,5	82,5	17,5	67,8
27,2	72,8	82	25	75	89	35,5	64,5	89	78,6	21,4	69,1
21,9	78,1	90	18,5	81,5	98,5	26,0	74	95	71,4	28,6	70,8
14	86	104	13,5	86,5	104	16,0	84	100	53,5	46,5	72
10	90	119,5	—	100	120	—	100	104	50,4	45,6	73
									—	100	74,2

ВИСКОЗИМЕТР С ВРАЩАЮЩИМСЯ ДИСКОМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Описываются два вискозиметра, один лабораторный, а другой построенный как контрольный аппарат, основанные на том же принципе и служащие для непрерывного анализа газовых смесей.

Существенной частью являются два параллельных диска, расположенных один против другого. Один вращается с постоянной угловой скоростью, а другой, подвешенный над первым, вовлекается в движение благодаря вязкому трению газа, находящегося между дисками. Для амортизации колебаний от вращения, а также поперечных, служит масляный или воздушный амортизатор. Угол, на который подвешенный диск поворачивается при выходе из неподвижного положения, зависит от вязкости газа и расстояния между дисками. Таким образом, имеется возможность регулировать чувствительность.

Показывается метод работы с аппаратом и приводятся следующие данные эталонирования смесей: $CH_4 - H_2$, $CH_4 - O_2$, $CH_4 - CO_2$, CH_4 — воздух.

Отмечается правильность показаний и независимость дебита.

Проверенная регулируемая чувствительность достигает точности в 1 — 2%.

UN VISCOSIMÈTRE À DISQUE TOURNANT

(RÉSUMÉ)

On décrit deux viscosimètres, l'un pour le laboratoire el l'autre servant d'appareil de tableau. Basés sur le même principe, tous les deux sont employés pour l'analyse continue des mélanges de gaz.

La partie essentielle est formée de deux disques parallèles, l'un en face de l'autre. Le premier tourne à une vitesse angulaire constante, tandis que le second, qui est suspendu librement au-dessus du premier, est entraîné par le frottement visqueux du gaz compris entre les deux disques. L'amortissement des oscillations, de rotation et transversales, s'obtient au moyen d'un amortisseur à huile ou à l'air. La valeur de l'angle de rotation du disque suspendu à partir de sa position de repos dépend de la viscosité du gaz et de la distance entre les disques. On a donc la possibilité de régler la sensibilité de l'appareil.

On présente la méthode de travail ainsi que les données d'étalonnage dans le cas des mélanges : CH_4-H_2, CH_4-O_2, CH_4-CO_2, CH_4—air.

On constate une bonne reproductibilité et indépendance du débit.

La sensibilité réglable à 1... 2% près, a été vérifiée ; elle atteint une précision de 1 à 2% près.

BIBLIOGRAFIE

1. Gilchrist L., Phys. Rev., 1913, t. 1, p. 124.
2. Haringtон A., Phys. Rev., 1916 t. 8, p. 738.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

VARIAȚIA PUNCTELOR CURIE ALE ALIAJELOR Ni-Cu-Sn *)

DE

I. MAXIM, D. AUSLÄNDER şi V. STAN

Măsurătorile ce urmează formează continuarea măsurătorilor întreprinse de noi şi în acelaşi timp constituie o verificare a concluziilor deduse din relația $\theta = \theta_{Ni}\left(1 - \frac{n}{60}\bar{c}\right)$.

Procedeul adoptat este următorul.

Aliajele nichelului cu staniu formează soluții solide la temperatura ordinară, după diagramele de topire, pînă la circa 5% atomice Sn. La temperaturi înalte, acest domeniu este ceva mai larg. După formula de mai sus, dar şi după măsurătorile lui V. Marian, un aliaj de Ni-Sn cu circa 5% Sn are punctul Curie la temperatura ordinară (considerăm Sn tetravalent). Pentru a avea aliaje feromagnetice la tamperatura ordinară, această limită nu se poate depăşi. Iar pentru a avea un aliaj ternar cu acelaşi punct Curie ca şi un aliaj Ni-Sn, un atom de Sn se poate înlocui cu patru atomi monovalenți, sau cu doi atomi bivalenți etc., avînd numai grija ca concentrația electronică în aliajul ternar să rămînă aceeaşi ca şi la aliajul binar.

Am preparat două serii de aliaje de Ni-Cu-Sn. Într-o serie am luat proporția între Cu şi Sn 4: 1, în cealaltă 1: 2. Valența medie a Sn şi Cu în prima serie este $n = 1{,}6$, iar în cea de a doua serie $n = 3$. Punctele Curie ale primei serii trebuie să fie pe dreapta care unește punctul Curie al metalului pur cu concentrația limită $\bar{c}_l = 37{,}5$, iar acelea ale seriei a doua pe dreapta care se termină la concentrația limită $\bar{c}_l = 20$. Cu ajutorul acestor drepte am hotărît concentrațiile convenabile pentru noi. Punctele Curie cad într-adevăr aproximativ în locurile prevăzute de noi. Datele experimentale sînt cuprinse în tabloul următor:

TABLOU

Aliajul	Cu : Sn = 4 : 1			Cu : Sn = 1 : 2	
	I	II	III	IV	V
	% at				
Ni	92	95	97	96	94
Cu	6,4	4	2,4	1,33	2
Sn	1,6	1	0,6	2,67	4
θ°K	518	545	580	509	489

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 20 decembrie 1956.

Rezultatele sînt reprezentate în figură, unde, pentru comparaţie, sînt trasate şi dreptele aliajelor Ni-Cu şi Ni-Sn.

Aliajele Ni şi Sn, mai ales cele mai bogate în Sn, nu prea sînt omogene. Pentru a le omogeneiza prima serie a fost topită de două ori, iar a doua a fost recoaptă timp de 20 de minute la 1000°C şi apoi călită. Punctele sînt

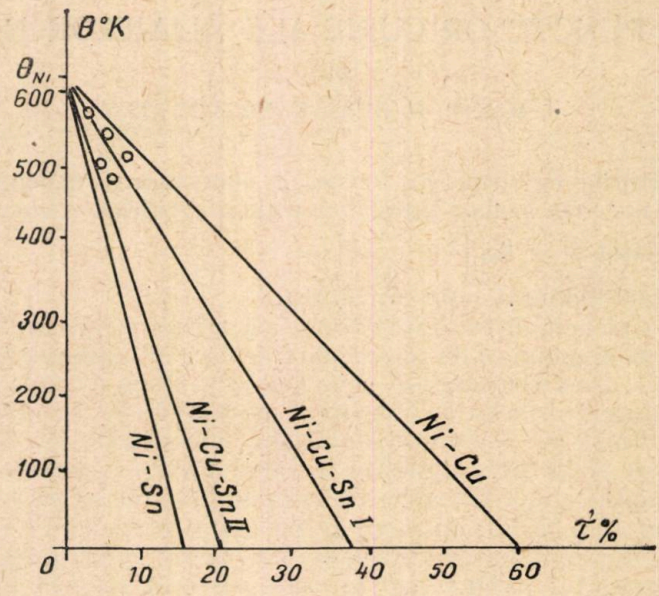


Fig. 1

situate puţin deasupra dreptelor. Una din cauze poate fi că în timpul topirii s-a evaporat puţin Sn, crescînd astfel concentraţia nichelului. Concentraţiile sînt date prin sinteză, analiza ulterioară a probelor nu s-a mai făcut.

ВАРИАЦИЯ ТОЧЕК КЮРИ СПЛАВОВ Ni-Cu-Sn

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Исследуется вариация точек Кюри в зависимости от концентрации немагнитных металлов при двух фиксированных соотношениях концентрации меди и олова, а именно Cu : Sn = 4 и Cu : Sn = 1/2. Найдено, что применение линейное и что наклон прямых зависит от средней валентности немагнитных металлов, а именно : $n = 1{,}6$ соответственно $n = 3$.

VARIATION DES POINTS DE CURIE DES ALLIAGES Ni-Cu-Sn

(RÉSUMÉ)

On étudie la variation des points de Curie des alliages Ni-Cu-Sn qui donnent des solutions solides, en fonction de la concentration des métaux non magnétiques. On prend deux rapports fixes entre la concentration du Cu et du Sn, notamment Cu : Sn = 4 et Cu : Sn = 1/2. On trouve que cette variation est linéaire et que la pente de ces droites dépend de la valence moyenne des métaux non magnétiques $n = 1{,}6$ respectivement $n = 3$.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

LEGEA DE CONCENTRAŢIE ELECTRONICĂ ÎN FEROMAGNETISM LA ALIAJELE DE NICHEL *)

DE

I. MAXIM

Se ştie că punctul Curie al unui aliaj format dintr-un metal feromagnetic cu un metal nemagnetic descreşte regulat cu creşterea concentraţiei metalului nemagnetic cît timp aliajul e soluţie solidă. În cazul soluţiilor binare de Ni punctele Curie sînt situate pe nişte drepte a căror înclinare depinde numai de valenţa metalului nemagnetic dizolvat în Ni [1]. Măsurătorile au fost apoi extinse de colectivul de magnetism de la Universitatea din Cluj şi asupra aliajelor ternare de Ni [2], [3] şi [4]. S-a dovedit că punctele Curie sînt situate şi aici pe nişte drepte al căror coeficient unghiular depinde în acelaşi fel ca şi la aliajele binare numai de valenţa medie a metalelor nemagnetice.

Pa baza materialului existent ne permitem să tragem cîteva concluzii. Rezultatele de pînă acum ne permit mai întîi stabilirea unei relaţii care reprezintă variaţia punctelor Curie cu concentraţia metalelor nemagnetice, şi anume

$$\theta = \theta_{Ni}\left(1 - \frac{n}{60}\,\mathfrak{c}\right),$$

valabilă atît pentru aliajele binare cît şi pentru cele ternare. Aici $\theta_{Ni} = 625°K$ este punctul Curie al metalului pur, $\mathfrak{c}$ este concentraţia în procente atomice a metalelor nemagnetice dizolvate în Ni, iar n este valenţa medie a acestor metale. Dacă notăm cu p procentul atomic al nichelului din aliaj, cu q şi cu n_1 procentul şi valenţa unuia dintre metalele nemagnetice din aliaj, iar cu r şi n_2 procentul şi valenţa celui de al doilea metal, atunci valenţa medie a celor două metale nemagnetice se calculează după

$$n = \frac{q n_1 + r n_2}{q + r},$$

unde avem bineînţeles $p + q + r = 100$ şi $\mathfrak{c} = q + r$.

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 20 decembrie 1956.

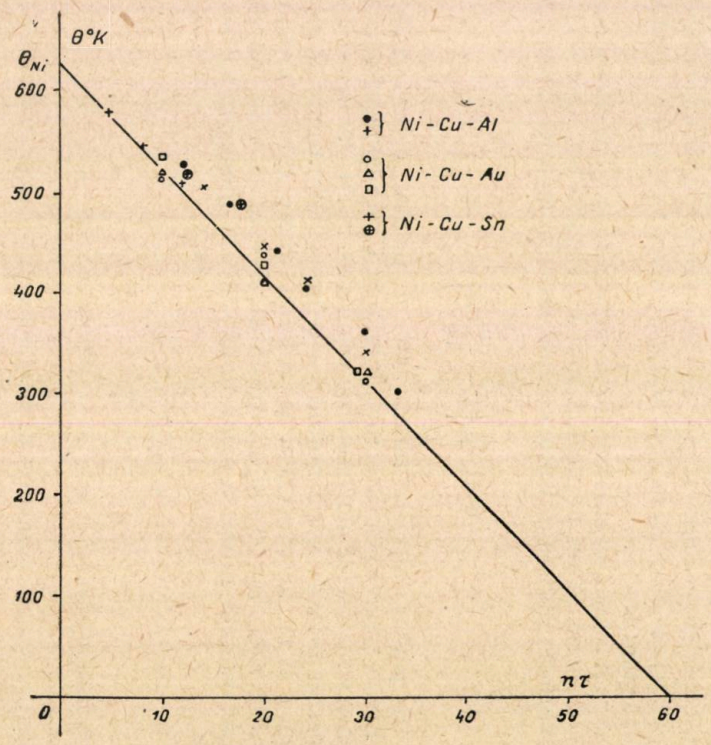

θ°K
θNi
600
500
400
300
200
100
0
10
20
30
40
50
60
nτ
Ni - Cu - Al
Ni - Cu - Au
Ni - Cu - Sn

Fig. 1

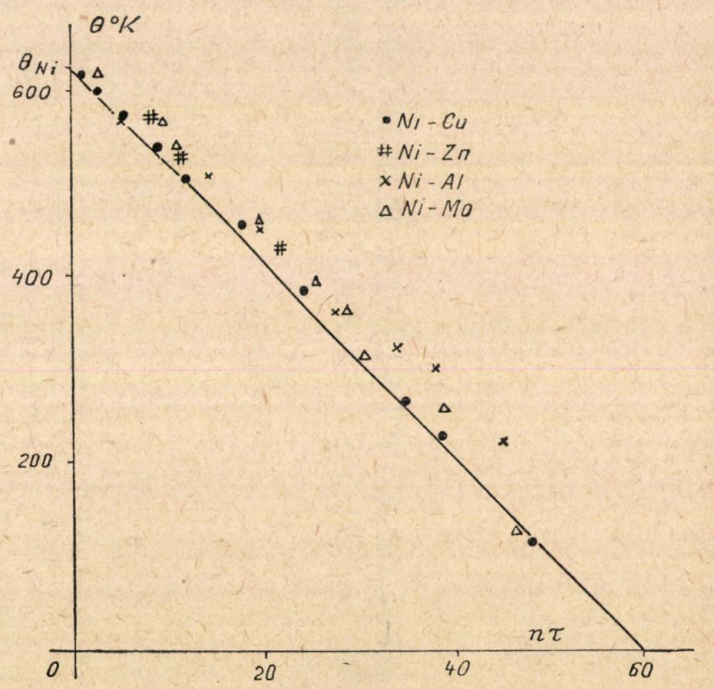

θ°K
θNi
600
400
200
0
20
40
60
nτ
Ni - Cu
Ni - Zn
Ni - Al
Ni - Mo

Fig. 2

În tabloul alăturat sînt cuprinse rezultatele măsurătorilor asupra aliajelor ternare.

TABLOU

Aliaj	n	$\mathfrak{C}$ % at	θ° K	$n\mathfrak{C}$
Ni-Cu-Al				
Cu : Al = 3 : 1	1,5	22	301	33
		20	363	30
		16	405	24
		14	445	21
		11	487	16,50
		8	527	12
Cu : Al = 1 : 1	2	15	341	30
		12	408	24
		10	446	20
		7	506	14
Ni-Cu-Au	1	30	315	30
Cu : Au = 1 : 2		20	440	20
		10	515	10
Cu : Au = 1 : 1		30	323	30
		20	410	20
		10	518	10
Cu : Au = 2 : 1		30	324	30
		20	433	30
		10	535	10
Ni-Cu-Sn	1,6	8	518	12,80
Cu : Sn = 4 : 1		5	545	8
		3	580	4,80
Cu : Sn = 1 : 2	3	6	489	18
		4	509	12

În figura 1 sînt reprezentate punctele Curie ale aliajelor ternare în funcție de concentrația electronică $n\mathfrak{C}$, iar în figura 2 punctele Curie ale aliajelor binare [1]. Se vede că aceste puncte sînt așezate pe dreapta ce trece prin $n\mathfrak{C} = 60$.

Interpretarea teoretică a formulei punctelor Curie este în curs de elaborare. Pentru moment încercăm să tragem cîteva concluzii, din această formulă, care ni se par importante atît din punct de vedere teoretic cît și practic.

Pentru concentrația limită a metalelor nemagnetice, dată de

$$\mathfrak{C}_l = \frac{60}{n}$$

punctul Curie al aliajului devine $\theta = 0$°K. Aliajele cu concentrația $\mathfrak{C} \geqslant \mathfrak{C}_l$ nu mai sînt feromagnetice la nici o temperatură. Verificarea experimetală a acestei concluzii nu se poate face decît în cazul cînd limita solubilității solide se întinde dincolo de concentrația $\mathfrak{C}_l$. La aliajele binare amintite

aici limita solubilității solide este mult inferioară limitei $\mathfrak{C}_l$. Numai în cazul aliajelor Ni-Cu se poate verifica care ne dau soluții solide pentru orice concentrație de Cu.

Formula de mai sus pune în evidență, rolul exclusiv al concentrației electronilor de valență. Concentrația limită $\mathfrak{C}_0$ a electronilor de valență a metalelor nemagnetice, dată de

$$\mathfrak{C}_0 = n\mathfrak{C}_l = 60$$

în cazul aliajelor de Ni studiate de noi este capătul domeniului feromagnetic.

Ca o aplicație practică formula de mai sus ne permite să ne preparăm un aliaj de Ni cu punctul Curie dorit de noi, avînd diferite posibilități la alegerea metalelor nemagnetice.

Hume-Rothery a stabilit o lege, numită legea concentrației electronice, care ne dă limita solubilității solide în Cu și Ag a diferitelor metale. Această limită este atinsă la concentrația electronilor de valență egală cu 140 procente la 100 de atomi de aliaj. Măsurătorile noastre ne permit stabilirea unei legi analoge care fixează limita domeniului de feromagnetism în cazul aliajelor de Ni. Această limită este atinsă la concentrația electronilor de valență a metalelor nemagnetice egală cu 60 procente la 100 de atomi de aliaj.

ЗАКОН ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИ ФЕРРОМАГНЕТИЗМЕ В НИКЕЛЕВЫХ СПЛАВАХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Измерения двойных и тройных сплавов Ni, дающих твердые растворы, показали, что точка Кюри снижается линейно по мере повышения концентрации немагнитных металлов и что наклон этих прямых зависит исключительно от средней валентности немагнитных металлов. Таким образом вариацию точек Кюри можно выразить соотношением $\theta = \theta_{Ni}\left(1 - \frac{n}{60}\mathfrak{C}\right)$, где θ_{Ni} — точка Кюри чистого никеля, n — средняя валентность, $\mathfrak{C}$ — атомная концентрация немагнитных металлов. Это соотношение позволяет сформулировать правило, что область ферромагнетизма никелевых твердых растворов распространяется до концентрации 60 электронов валентности немагнитных металлов на 100 атомов сплава.

LOI DE LA CONCENTRATION ÉLECTRONIQUE EN FERROMAGNÉTISME APPLIQUÉE AUX ALLIAGES DE NICKEL

(RÉSUMÉ)

Les mesures effectuées sur les alliages binaires et ternaires de Ni qui donnent des solutions solides ont montré que leur point de Curie décroît linéairement avec l'augmentation de la concentration des métaux non

magnétiques et que la pente de ces droites dépend exclusivement de la valence moyenne des métaux non magnétiques. Ainsi, la variation des points de Curie peut être représentée par la relation $\theta = \theta_{Ni}\left(1 - \frac{n}{60}\mathfrak{C}\right)$, θ_{Ni} étant le point de Curie du Ni pur, n, la valence moyenne et $\mathfrak{C}$, la concentration atomique des métaux non magnétiques. Cette relation permet d'énoncer la règle suivante : le domaine de ferromagnétisme des solutions solides de Ni s'étend jusqu'à la concentration de 60 électrons de valence de métaux non magnétiques pour 100 atomes d'alliage.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Marian, Ann. de Phys., 1936.
2. V. Marian, I. Maxim și H. Țintea, *Punctele Curie ale soluțiilor solide de Ni-Cu-Al.* Comunicările Acad. R.P.R., t. II, 1952, p. 527.
3. V. Marian, I. Maxim, I. Ursu și V. Cristea, Comunicările Acad. R.P.R., (sub tipar).
4. I. Maxim și V. Stan, Bul. șt. al Univ. Cluj (sub tipar).

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

DESPRE STUDIUL STATISTIC AL CASCADELOR ELECTRONO-FOTONICE *)

DE

E. FRIEDLÄNDER

1. Într-o serie de probleme legate de studiul interacţiunii particulelor de mare energie este necesară cunoaşterea fracţiunii de energie cedată componentei electrono-fotonice în procesul considerat. Exemple tipice în această privinţă sînt procesele mezon $\mu \rightarrow$ electron δ sau nucleon $\rightarrow$ mezon π^0.

Evenimentele izolate observate în camera Wilson sau blocurile de emulsii nucleare pot fi studiate prin urmărirea directă a cascadei şi numărarea electronilor din jerbă. Pe această cale este însă greu de obţinut o statistică suficientă. Interpretarea datelor statistice obţinute cu camere de ionizare sau contori de scintilaţie nu este însă univocă, din cauza particulelor puternic ionizante care însoţesc deseori componenţa electrono-fotonică generată în procesul considerat.

Metoda statistică propusă în nota de faţă nu mai prezintă acest inconvenient şi se bazează pe înregistrarea simultană a cascadei electrono-fotonice în diferite etape ale dezvoltării ei.

2. Să considerăm pentru simplificare două grupe de contori A şi B dispuse sub straturile de plumb Σ_A şi Σ_B de grosimi t_A şi t_B măsurate în unităţi de radiaţie. Fie σ suprafaţa activă a unui contor, ρ_A şi ρ_B densităţile de particule respectiv sub Σ_A şi Σ_B. Vom pretinde coincidenţa a ν contori în A, μ contori în B şi anticoincidenţa a m-μ contori în B (m fiind numărul total de contori în B).

Dacă jerba a trecut la t_A dincolo de maximul dezvoltării ei, atunci

$$\rho_B = k\rho_A, \tag{1}$$

unde [1]

$$k = e^{-0{,}3 t_B}. \tag{2}$$

Dacă t_B este suficient de mare pentru ca distribuţia fluctuaţiilor de densitate să fie dată atît sub Σ_A cît şi sub Σ_B de legea Poisson, atunci probabilitatea de înregistrare a unei jerbe cu densitatea ρ_A este

$$W(\rho_A) = (1 - e^{-\rho_A \sigma})^{\nu} (1 - e^{-k\rho_A \sigma})^{\mu} e^{-k\rho_A (m-\mu)\rho}. \tag{3}$$

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 18 ianuarie 1957.

În cazul cînd spectrul de densitate sub σ_A este dat de o lege de putere

$$f(\rho_A)\, d\rho_A \sim \rho_A^{-(1+\alpha)}\, d\rho_A, \tag{4}$$

numărul de coincidențe $C_{\nu\mu}$ înregistrate în unitatea de timp va fi

$$C_{\nu\mu} \sim \int_0^\infty f(\rho_A)\, d\rho_A \cdot W(\rho_A, \sigma). \tag{5}$$

Vom nota prin x numărul mediu de particule care lovește suprafața activă a unui contor din A;

$$x \equiv \rho_A \sigma. \tag{6}$$

Comportarea lui x poate fi studiată cel mai ușor cu ajutorul funcției generatoare

$$G_\mu(u, \alpha) \equiv \int_0^\infty e^{ux}\, W(x)\, f(x)\, dx =$$

$$= \int_0^\infty x^{-(1+\alpha)} (1 - e^{-x})^\nu (1 - e^{-kx})^\mu\, e^{-[k(m-\mu)-u]x}\, dx. \tag{7}$$

Integralele de acest tip pot fi ușor calculate pe o cale indicată de L. Jánossy [2]. Pentru cazurile practic interesante și anume $\mu = 0$ și $\mu = 1$, ele au forma,

$$G_0(u, \alpha) = \frac{\Gamma(2-\alpha)}{\alpha(\alpha-1)} \sum_{r=0}^{r=\nu} (-1)^r \binom{\nu}{r} (r + mk - u)^\alpha \equiv \frac{\Gamma(2-\alpha)}{\alpha(\alpha-1)} F_0(u, \alpha), \tag{8}$$

$$G_1(u, \alpha) = \frac{\Gamma(2-\alpha)}{\alpha(\alpha-1)} \sum_{r=0}^{r=\nu} (-1)^r \binom{\nu}{r} [(r + mk - u)^\alpha - (r + (m-1)\ k - u)^\alpha] \equiv$$

$$\equiv \frac{\Gamma(2-\alpha)}{\alpha(\alpha-1)} \cdot F_1(u, \alpha). \tag{9}$$

Folosind proprietățile cunoscute ale funcției generatoare, obținem ușor din (8) și (9) speranța matematică a mărimii x,

$$\langle x \rangle = -\alpha \frac{F_\mu(0, \alpha - 1)}{F_\mu(0, \alpha)}, \tag{10}$$

și dispersia ei,

$$\langle \sigma_x^2 \rangle = \alpha(\alpha - 1) \frac{F_\mu(0, \alpha - 2)}{F_\mu(0, \alpha)} - (\langle x \rangle)^2. \tag{11}$$

Dispersia definită prin ecuația (11) delimitează intervalul energetic analizat cu limite de confidență comparabile cu ale unei distribuții gaussiene cu aceeași dispersie.

3. Pentru studiul posibilităților acestei metode a fost realizată în laboratorul nostru o instalație de contori, reprezentată schematic în figura 1. Contorii sînt cu catod intern, cu suprafața activă de 15 cm^2. Coincidențele de tip A_ν și B_μ sînt selectate de circuitele de sumare S_A și S_B și analizate de discriminatorii D_A și D_{B^+}, D_{B^-}.

D_A este un discriminator integral, în timp ce D_{B^+} și D_{B^-} constituie un discriminator diferențial. După formarea pulsurilor la 15 μs (F),

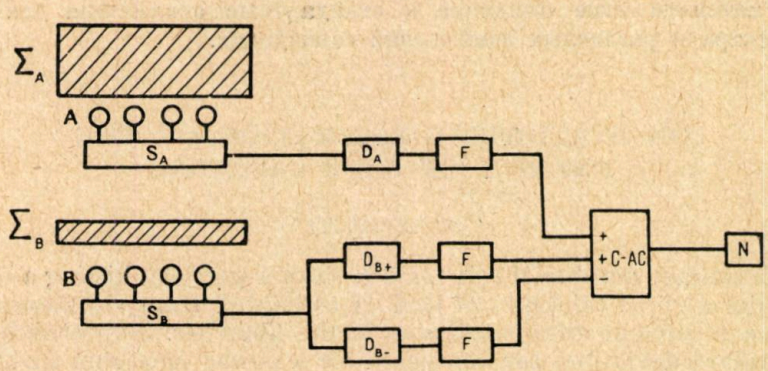


Fig. 1

se selectează coincidențe — anticoincidențe $A \geqslant \nu$, $\mu < B < m - \mu$ în circuitul cu diode $C - AC$.

Evenimentele sînt numărate de etajul final N.

În tablou sînt strînse cîteva date caracteristice ale dispozitivului pentru $\alpha = 1{,}5$.

TABLOU

$m = 4$	t_B	K	$\langle x \rangle$
$\mu = 1$	10,0	0.05	1.37
$\nu = 3$	7,7	0.10	1.12
	4,6	0.25	0.67
	2,3	0.50	0.44

Dispersia $\sqrt{\langle \sigma_x^2 \rangle}$ este de ordinul unității. În prezent sînt în curs măsurători asupra transferului de energie în procese δ. Dispozitivul urmează a fi extins pentru lărgirea gamei parametrilor.

În cursul elaborării acestei metode am avut avantajul unor discuții fructuoase cu prof. L. J á n o s s y și dr. E. F e n y v e s de la Institutul central de cercetări de fizică din Budapesta. Un ajutor prețios mi-au dat ing. M. B i r n b a u m și I. F e l e a din colectivul de electronică IFA, punîndu-mi la dispoziție înainte de publicare elemente de schemă elaborate de ei. Partea mecanică a instalației a fost realizată în atelierul secției condus de I. B î r s a n.

К СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКЕ ЭНЕРГИИ МЯГКИХ КАСКАДОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Среднее число ливневых частиц из мягких каскадов, попадающих на ряд счетчиков под данным свинцовым поглотителем, можно вычислить из одновременных совпадений на различных глубинах в поглотителе. Вычисляются математическое ожидание и стандартные отклонения для степенного спектра и различных комбинаций совпадения.

ON STATISTICAL ESTIMATION OF THE ENERGY OF SOFT CASCADES

(ABSTRACT)

The average number of soft cascade shower particles hitting a counter-tray under a given thickness of lead is estimated from simultaneous coincidence records at different depths in the absorber. Expectance values and standard deviations are computed for a power spectrum and various coincidence arrangements.

BIBLIOGRAFIE

1. N. Dobrotin, *Kosmiceskie Luci*, Moscova, 1954, p. 55.
2. D. Broadbent, L. Jánossy, Proc. Roy. Soc., 1947, A, 190, 497,

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

COEFICIENTUL TERMIC AL REZISTIVITĂȚII PĂTURILOR SUBȚIRI DE STANIU *)

DE

MIRCEA ONCESCU

1. Introducere

Rezistivitatea metalelor în pătură subțire depinde foarte mult de grosimea păturii (în special la pături foarte subțiri), variind cu 5—6 ordine de mărime de la limita inferioară a conductibilității pînă la conductibilitatea metalului masiv. Această variație a rezistivității se datorește modificărilor de structură care se produc în pătura subțire la închegarea ei din atomii izolați ai metalului respectiv. Studiul variației rezistivității păturilor subțiri poate furniza informații asupra fazelor intermediare care apar în timpul „sintezei" metalului.

Studiul variației rezistivității metalului în pătură subțire se poate face pe două căi. Prima cale constă în determinarea curbei $\rho(x)$ pentru diferite temperaturi ale suportului pe care se face condensarea păturii subțiri. Din mersul acestei curbe se deduc indicații asupra structurii probabile a păturii subțiri [1]. A doua cale, folosită în ultimul timp [2], constă în determinarea coeficientului termic al rezistivității păturii subțiri. Variația foarte puternică a rezistivității păturii subțiri cu temperatura se datorește acțiunii temperaturii asupra structurii. Într-adevăr ridicarea temperaturii (în special la păturile subțiri condensate la temperatură joasă) are ca efect intensificarea mișcării de agitație termică a atomilor, ceea ce favorizează formarea rețelei cristaline și deci micșorarea rezistivității. Pe de altă parte variația rezistivității cu temperatura se datorește difuziei undelor electronice în rețeaua cristalină conform teoriei electronice a conductibilității metalelor.

Pentru a pune în evidență dependența rezistivității de structură și de temperatură se generalizează regula lui Matthiessen, folosită în cazul aliajelor și semiconductorilor și se aplică metalelor pure aflate în pătură subțire. În acest caz scriem rezistivitatea sub forma

$$\rho = \rho_n + \rho_\theta , \qquad (1)$$

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 15 decembrie 1956.

unde termenul ρ_n, independent de temperatură, depinde numai de structura păturii subțiri (amorfă, granulară, cristalite într-o fază amorfă), iar ρ_θ depinde numai de temperatură. Se face ipoteza ρ_θ că nu depinde de grosimea păturii subțiri.

În domeniul de temperaturi în care rezistența păturii subțiri prezintă transformări reversibile, (ρ_n variază reversibil cu temperatura) se poate calcula un coeficient termic al rezistivității

$$\alpha \equiv \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{1}{\rho_n + \rho_\theta}\left(\frac{d\rho_n}{d\theta} + \frac{d\rho_\theta}{d\theta}\right). \tag{2}$$

În domeniul de temperaturi în care au loc transformări ireversibile ale rezistenței este lipsit de sens definirea unui coeficient termic al rezistivității.

Prin urmare se vor considera stabile păturile subțiri care prezintă transformări reversibile ale rezistenței. Evident, această stabilitate este relativă deoarece reversibilitatea are loc numai într-un anumit domeniu de temperatură. Se poate întîmpla ca prin ridicarea temperaturii, adică într-un domeniu mai mare al temperaturii, reversibilitatea să nu mai aibă loc. De asemenea, timpul poate distruge reversibilitatea, deoarece datorită unei agitații termice reduse a atomilor în pătura subțire, temperatura scoborîtă într-un timp lung are același efect ca și temperatura ridicată într-un timp scurt.

Pentru metalul masiv reversibilitatea are loc pentru orice domeniu de temperatură al stării solide și deci

$$\alpha_{masiv} = \frac{1}{\rho_\theta}\frac{d\rho_\theta}{d\theta}. \tag{3}$$

Coeficientul termic al rezistivității poate fi o măsură a gradului de dezordine al rețelei cristaline în pătura subțire. Cu cît coeficientul termic al rezistivității are o valoare mai diferită de aceea a metalului masiv cu atît structura metalului în pătura subțire este mai depărtată de aceea a metalului masiv.

În literatură păturile subțiri sînt studiate fie prin urmărirea variației rezistenței cu grosimea [3], fie röntgenografic [4] sau electronografic [5]. A fost făcută și urmărirea continuă a modificărilor de structură în timpul depunerii în microscopul electronic [6].

Scopul lucrării de față este măsurarea coeficientului termic al rezistivității păturilor subțiri de staniu de diferite grosimi pentru două temperaturi ale suportului (77°K și 293°K).

Pe de altă parte ne-am propus să vedem dacă se obțin pături subțiri de staniu stabile cu un coeficient termic al rezistivității negativ.

Pentru a înlătura efectele datorite gazelor adsorbite în pătura subțire ne-am propus să lucrăm la o presiune foarte scăzută ($5 \cdot 10^{-8} - 10^{-7}$ tori) într-o instalație complet degazabilă și pe suporturi foarte curate.

2. Tehnica experimentală

S-a folosit un același tip de tub ca acela utilizat într-o lucrare anterioară [1]. Eprubeta-suport pe care s-au depus păturile subțiri prezenta o față plană pe care se aplicau doi electrozi de platină între care se depuneau păturile de staniu și cu ajutorul cărora se măsura rezistența electrică a acestora (electrozii de platină aderenți la sticlă se obțin prin reducerea în foc a unui amestec de acid cloroplatinic și glicerină cu care se unge sticla). De porțiunile platinate erau lipite fire de platină, sudate la rîndul lor de sîrme de molibden ce constituiau trecerile metalice prin tubul de sticlă (alte amănunte sînt date în [1]). În felul acesta s-au putut măsura și rezistențe foarte mici deoarece rezistența electrică a contactelor nu depășea 0,1 Ω.

Tubul și instalația erau complet degazabile astfel încît după încălzire îndelungată (20—25 ore) într-un cuptor electric, la aproximativ 450°C și degazare cu curenți de înaltă frecvență a pieselor metalice din tub, presiunea era $5 \cdot 10^{-8}$ tori. Pentru a se putea studia și pături subțiri de grosimi reduse s-a lucrat cu viteze de evaporare foarte mici a căror tehnică a fost descrisă în altă lucrare [7].

Rezistența electrică a păturii subțiri s-a măsurat prin metoda volt-ampermetru cu un ohmmetru electronic tip Orivohm, care permitea citirea directă a rezistențelor între 10^9 și 0,1 Ω cu o eroare de 1,5%.

Temperatura suportului păturii subțiri era măsurată cu ajutorul unui termocuplu cupru-constantan introdus în eprubeta suport. Sudura termocuplului se sprijinea pe fundul eprubetei chiar în dreptul fîșiei libere între cei doi electrozi. Drept puncte fixe pentru etalonare s-au luat temperatura de topire a gheții și temperatura de fierbere a azotului lichid.

S-a indicat mai jos și grosimea aparentă x a păturilor metalice respective, definită ca raportul între cantitatea de metal din pătură și aria acesteia. Cantitatea de metal este determinată din datele teoriei cinetice [8],așa cum s-a arătat în lucrările anterioare [1] și [9].

3. Rezultatele experimentale

a) Păturile subțiri de staniu depuse pe un suport menținut la temperatura de fierbere a azotului lichid, $T_d = 77°K$, prezintă o variație a rezistenței electrice cu temperatura așa cum este arătată în figura 1. La început, pe măsură ce temperatura crește rezistența păturii subțiri scade atingînd un minim. După acest minim rezistența crește cu temperatura și anume din ce în ce mai repede pe măsură ce temperatura crește. Pe măsură ce pătura subțire are o rezistență inițială mai mică (grosime aparentă mai mare) minimul rezistenței electrice este mai puțin accentuat.

În timp și rezistența electrică a păturilor de rezistențe inițiale de 10^3 Ω și 10Ω tinde spre infinit.

Deci păturile subțiri de staniu depuse la 77°K nu prezintă reversibilitate în domeniul de temperaturi considerat și prin urmare nu li se poate calcula un coeficient termic al rezistivității.

Trebuie spus că păturile subțiri, depuse la temperatura $T_d = 77°K$, foarte groase, avînd $R_i = 1\ \Omega$, prezintă stabilitate.

Prin încălzire rezistența scade foarte încet și continuă apoi să scadă pînă la scoborîrea temperaturii păturii. Pătura de staniu rămîne astfel

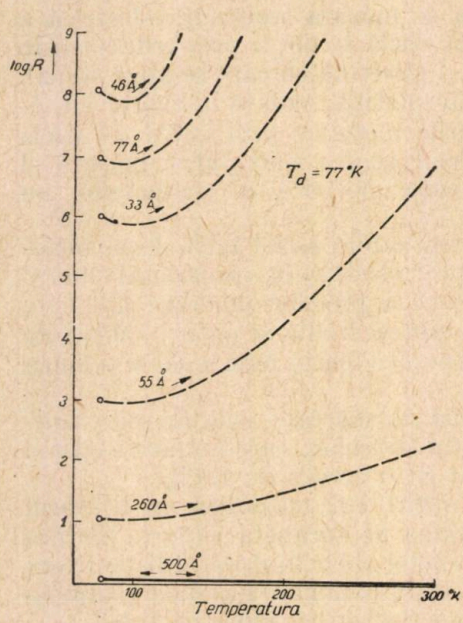


Fig. 1

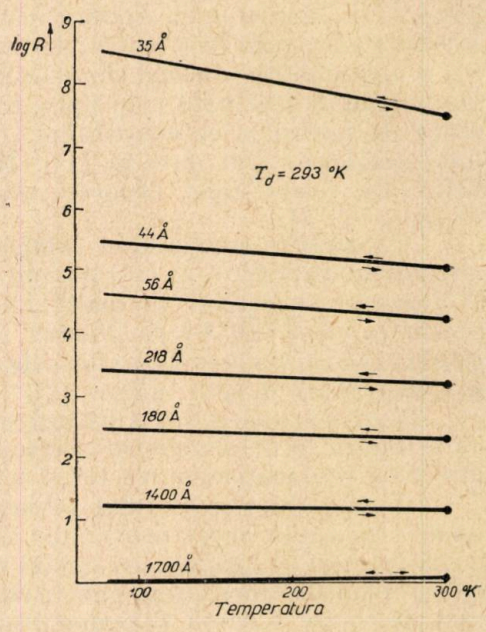


Fig. 2

stabilă prezentînd un coeficient termic $\alpha = 0{,}003\ \text{grad}^{-1}$, adică foarte apropiat de acela al stării metalice.

b) Păturile subțiri de staniu depuse pe un suport menținut la temperatura camerei, $T_d = 293°K$, prezintă o stabilitate mai mare decît păturile depuse la temperatura $T_d = 77°K$. Prin scoborîrea temperaturii rezistența acestora crește, așa cum este arătat în figura 2. În acest domeniu de temperaturi reversibilitatea este cu atît mai bună cu cît rezistența electrică inițială R_i este mai mică, adică cu cît grosimea aparentă este mai mare. Pentru primele pături subțiri, curba din figura 2 este parcursă o singură dată, dus și întors, apoi curba se deplasează încet spre rezistențe din ce în ce mai mari.

Pentru păturile subțiri cu $R_i \leqslant 10^5\ \Omega$, reversibilitatea este mai bună. Se poate ridica și scoborî temperatura păturii de 3—5 ori fără ca rezistența ei — la cele două temperaturi extreme — să se modifice. Pentru aceste pături se poate calcula un coeficient termic al rezistivității a cărui valori sînt date în tabloul ce urmează.

S-a urmărit stabilitatea păturilor subțiri de staniu cu $R_i < 10^6\ \Omega$ în timp și s-a găsit că ele își păstrează valorile rezistenței și ale coeficientului

termic 4—6 ore. Lăsate însă de la o zi la alta, rezistența lor scade în general cu un ordin de mărime, probabil din cauza vaporilor de mercur care intră din pompa de difuzie, iar coeficientul termic al rezistivității devine pozitiv și cu atît mai apropiat de valoarea α_{masiv} cu cît pătura de staniu este mai groasă. Instalația de care dispunem nu ne-a permis să urmărim variația rezistenței electrice și a coeficientului termic pe un timp mai mare la o presiune scăzută (circa 10^{-7} tori).

Valorile coeficientului termic pentru toate păturile subțiri stabile sînt strînse în tabloul alăturat.

TABLOU

Rezistența inițială Ω	2.10^8	$2{,}8.10^5$	$3{,}8.10^4$	$1{,}9.10^3$	$2{,}5.10^2$	1,5.10	1
Grosimea aparentă Å	35	44	56	218	180	1400	1700
Coeficientul termic α	− 0,021	−0,008	−0,0025	−0,0013	−0,00054	−0,00009	+0,004

4. Discutarea rezultatelor

Rezultatele experimentale permit să se obțină cîteva informații asupra structurii probabile a păturilor subțiri de staniu și a modificării acestei structuri în domeniile de temperaturi studiate.

În cazul păturilor subțiri depuse la temperatura 77°K, din cauza mobilității reduse a atomilor la suprafața suportului, se formează un strat amorf (atomii de staniu nu au energie suficientă pentru a se închega într-o rețea cristalină). Imediat ce temperatura crește, atomii tind să se granuleze [1], ceea ce duce în cele din urmă la o rezistență infinită. Această modificare structurală a păturii stă la baza ireversibilității rezistenței electrice.

Dacă pătura metalică este suficient de groasă (rezistența inițială este de 1 Ω) prin ridicarea temperaturii are loc formarea de cristalite, dar cantitatea de metal este atît de mare încît granulele care s-ar forma rămîn legate între ele. Valoarea pozitivă a coeficientului termic indică, că gradul de ordonare al atomilor în rețea este foarte ridicat.

În cazul păturilor subțiri de staniu depuse la temperatura 293°K, la aceeași rezistență electrică inițială corespunde o cantitate de metal mai mare (adică o grosime mai mare), așa cum s-a arătat în lucrarea [1]. Datorită temperaturii mai mari a suportului, atomii au o energie cinetică mai mare ceea ce favorizează formarea cristalitelor (izolate). Această structură este caracterizată printr-un coeficient termic negativ care se datorește valorii negative a derivatei $\frac{d\rho_n}{d\theta}$ din expresia (2). S-ar putea explica — probabil — această variație a rezistivității cu temperatura prin existența unor defecte spontane în rețea care ar duce la apariția unor nivele locale (de acest efect nu se ține seama la metalele masive).

Faptul că aceste pături subțiri nu sînt complet stabile în timp s-ar putea datori creșterii cristalitelor pe socoteala fazei amorfe în care acestea ar fi incrustate. Variația coeficientului termic cu grosimea păturii indică un grad de ordonare mai mare la păturile mai groase.

ТЕРМИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТОНКИХ СЛОЕВ ОЛОВА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Были изучены изменения сопротивления тонких слоев олова при разных температурах. С этой целью были изучены тонкие слои различной толщины, полученные при испарении металла в вакууме и конденсации металлических паров на подставке.

В таблице представлены значения термических коэффициентов сопротивления тонких слоев олова.

LE COEFFICIENT THERMIQUE DE LA RÉSISTIVITÉ DES COUCHES MINCES D'ÉTAIN

(RÉSUMÉ)

On a examiné les variations avec la température de la résistivité des couches minces d'étain. Dans ce but, on a étudié des cochues minces de diverses épaisseurs, obtenues par évaporation du métal dans le vide et condensation des vapeurs métalliques sur un support.

Le tableau donne les valeurs des coefficients thermiques de la résistivité des couches minces d'étain.

BIBLIOGRAFIE

1. F. Ciorăscu, M. Nachman şi M. Oncescu, Studii şi cercetări de fizică, t. 6, 1955, p. 481.
2. S. Tunakan, Rev. Fac. Sc. Univ. Istambul, 1954, t. 19, p. 228.
3. T. Niebuhr, Zeits. f. Phys, 1952, t. 132, p. 468.
4. W. Rühl, Zeits. f. Phys, 1954, t. 138, p. 121.
5. W. Buckel, Zeits. f. Phys, 1954, t. 138, p. 136.
6. T. A. Mc Lauchlan, R. S. Seunett a. G. D. Scott, Can. Journ. Res., 1950, t. 28, p. 530.
7. M. Nachman şi M. Oncescu, Studii şi cercetări de fizică, t. 6, 1955, p. 376.
8. S. Mettfessel, *Dünne Schichten*, W. Knapp, Halle, 1953.
9. F. Ciorăscu, A. Deveny, M. Nachman şi M. Oncescu, Studii şi cercetări de fizică, t. 7, 1956, p. 25.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 2, 1957

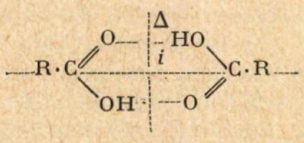
ASUPRA CURBELOR DE ENERGIE POTENŢIALĂ ALE ACIZILOR CARBOXILICI *)

DE

I. CUCUREZEANU

Există mai multe lucrări în care a fost abordată (în mod special sau în legătură cu alte consideraţii) problema poziţiilor de echilibru (şi deci problema formei curbei de energie potenţială) ale atomului de hidrogen inclus în legătura de hidrogen (gruparea A—H . . . B **) prezentă în moleculele asociate şi în particular în dimerii acizilor carboxilici). Astfel, N. D. Sokolov [1], [2] şi [3], elaborînd aşa-numita teorie de rezonanţă a legăturii de hidrogen, presupune mişcarea atomului de hidrogen în gruparea A — H . . . B în jurul unei singure poziţii de echilibru şi deci în cîmpul potenţial reprezentat printr-o curbă cu un singur minim. B. I. Stepanov [4] în teoria predisociaţiei a legăturii de hidrogen consideră, deasemenea, curbe cu un singur minim de potenţial, iar M. I. Batuev [5], elaborînd aşa-numita teorie a modulaţiei de frecvenţă a legăturii de hidrogen, menţionează existenţa unei singure distanţe de echilibru r_0 a atomului de hidrogen şi deci mişcarea acestuia se face într-un cîmp potenţial reprezentat printr-o curbă cu un singur minim.

Însă, mai tîrziu, M. I. Batuev [6], M. A. Kovner şi V. A. Cinenkov [7] presupun existenţa unor curbe de energie potenţială cu două minime (fig. 1), adică existenţa a două poziţii de echilibru diferite pentru atomul de hidrogen în sistemul O — H . . . O prezent în configuraţia dimerilor ciclici ai acizilor carboxilici :



(în fig. 1, z reprezintă distanţa atomilor de hidrogen faţă de planul mediu Δ).

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 2 februarie 1957.

**) A, B reprezintă atomi de N, O, F (în cazul acizilor carboxilici A, B reprezintă atomul de oxigen).

Din cauza interacțiunii de rezonanță, condiționată de prezența perturbației dintre nivelele de vibrație ale celor două curbe, fiecare din nivelele de vibrație ale grupului O—H inclus în legătura de hidrogen se dedublează.

Grupul oxidril trebuie să se manifeste în spectru sub forma unui dublet, așa cum indică schema tranzițiilor reprezentată în figura 2.

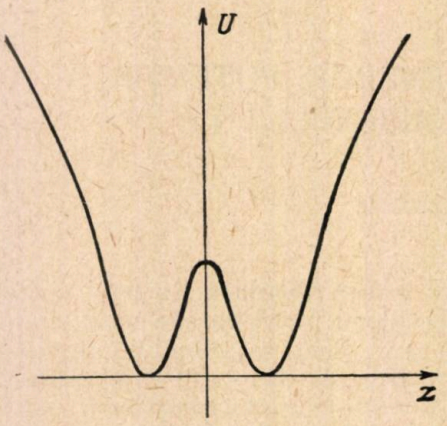


Fig. 1

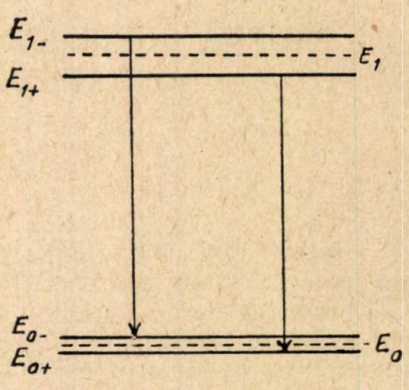


Fig. 2

M. A. Kovner și V. A. Cinenkov pun această ipoteză în legătură cu aplicabilitatea teoriei de inversiune dată de G. Herzberg [8] și în cazul acizilor carboxilici și caută explicarea apariției dubleților de frecvență 2942, 2956 cm^{-1} pentru acidul formic, 2990, 3020 cm^{-1} pentru acidul acetic și 3120, 3185 cm^{-1} pentru acidul izovalerianic, atribuiți de M. I. Batuev [9], grupului O—H al dimerilor ciclici ai acestor acizi.

Să ne oprim în primul rînd asupra aplicabilității teoriei dedublării de inversiune în cazul dimerilor ciclici ai acizilor carboxilici și apoi asupra interpretării dubleților indicați și asupra manifestărilor spectroscopice ale grupului O—H inclus în legătura de hidrogen.

Pentru stabilirea aplicabilității teoriei dedublării de inversiune în cazul dimerilor ciclici ai acizilor carboxilici, vom reproduce regulile date de Herzberg, ce stabilesc tipurile de molecule pentru care teoria amintită este aplicabilă: „1) toate moleculele neplane, atît care conțin cît și care nu conțin atomi identici, au două minime de potențial identice, corespunzătoare la două poziții de echilibru ale nucleelor. Una din ele se obține din celaltă prin inversia tuturor nucleelor față de centrul lor de greutate. Aceste configurații nu pot fi transformate una în alta prin simpla rotație a moleculei ca întreg; 2) moleculele care conțin atomi identici au două sau cîteva minime de potențial identice dacă există permutarea acestor atomi identici, care nu poate fi atinsă prin rotația moleculei ca întreg, prin inversie sau prin ambele operații".

Legătura de hidrogen fiind foarte puternică (aproximativ 16 kcal [10], în cazul dimerilor ciclici ai acizilor carboxilici, acești dimeri pot fi studiați ca molecule suficient de stabile, cu proprietăți corespunzătoare celor moleculare (rotații, vibrații, proprietăți de simetrie etc.). În acest caz „molecula dimer" ciclic aparține grupului de simetrie C_{2h} cînd planul de simetrie al radicalului R coincide cu planul ciclului $(COOH)_2$ (exemplu, molecula de acid formic — HCOOH) și grupului C_i pentru substituenți R cu simetrie mai joasă (exemple, acizii acetic și tricloracetic — CH_3COOH și CCl_3COOH *).

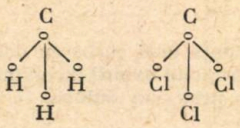
Rezultă atunci că „molecula dimer" de acid formic, fiind plană, nu face parte din categoria delimitată de prima regulă dată de Herzberg. S-ar părea că „moleculele dimeri" de acid acetic și acid tricloracetic, fiind neplane, fac parte din această categorie și deci cu două minime de potențial identice. Însă, în aceste cazuri, ca și în cazul acidului formic, configurația obținută prin inversia atomilor față de centrul de greutate se poate obține prin rotația moleculei ca întreg în jurul axei de rotație de ordinul doi (C_2) perpendiculară pe planul ciclului și trecînd prin centrul de greutate *i* (care este și centrul de simetrie în cazul de față), ceea ce contrazice regula amintită.

Dimerilor acizilor carboxilici de care ne ocupăm, fiind constituiți din molecule cu atomi identici, li s-ar putea aplica cea de-a doua regulă a teoriei dedublării de inversiune, care se referă în special la astfel de molecule. Însă, prin permutarea atomilor identici, în toate cazurile studiate (acid formic, acetic și tricloracetic) se obțin configurații ce se pot reproduce întocmai fie prin rotația în jurul axei C_2, fie prin inversia față de centrul de simetrie *i*, ceea ce contrazice și această regulă.

Pe de altă parte, M. A. Kovner și V. A. Cinenkov aplică teoria dedublării de inversiune în cazul acizilor carboxilici în mod analog cu aplicarea acestei teorii moleculei de amoniac (NH_3). Or, nu se poate face o analogie între comportarea atomului de azot din molecula de amoniac, care are o configurație piramidală (fig. 3) și atomul de hidrogen inclus în legătura de hidrogen în dimerii acizilor carboxilici, prin aplicarea teoriei dedublării de inversiune datorită faptului că, în primul caz, prin inversie se obține în adevăr o configurație diferită de prima (atomul de azot trece de cealaltă parte a planului H_3 — figura 3 punctat), configurație care nu poate fi obținută prin rotația moleculei ca întreg, pe cînd în cazul acizilor carboxilici inversia conduce la o configurație ce se poate obține prin permutarea atomilor de hidrogen sau prin rotația moleculei ca întreg în jurul axei C_2.

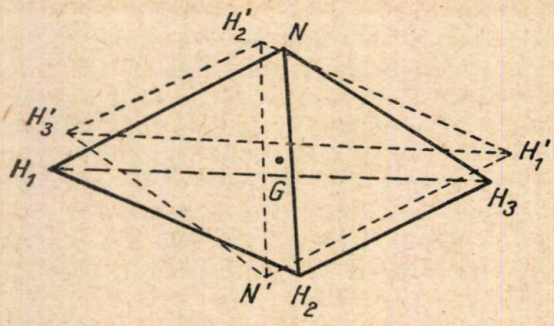
Din raționamentele precedente urmează că teoria dedublării de inversiune nu este aplicabilă dimerilor ciclici ai acizilor carboxilici și deci

*) Radicalii CH_3 și CCl_3 au formă piramidală:



acestor dimeri nu le sînt proprii curbe cu două sau mai multe minime de potențial obținute conform acestei teorii.

S-ar putea presupune existența unei curbe cu două minime de potențial care să indice două poziții de echilibru ale atomului de hidrogen între cei doi atomi de oxigen în sistemul O—H...O. Atomul de hidrogen, trecînd prin bariera de potențial, s-ar putea afla în echilibru fie în vecinătatea atomului „său" de oxigen cu care formează legătura de valență, fie în vecinătatea celuilalt atom de oxigen, cu care el formează legătura de hidrogen. Dar această ipoteză nu are nimic comun cu teoria dedublării de inversiune. Vorbind în limbajul acestei teorii, cele două poziții de echilibru ale atomului de hidrogen s-ar putea obține una din cealaltă nu prin inversie față de centrul de greutate (conform primei reguli din teoria dedublării de inversiune) sau prin permutare de atomi (conform celei de a doua reguli), ci prin reflexie la planul mediu Δ, perpendicular pe planul ciclului.



Fig, 3

Însă în literatură nu există rezultate experimentale care să confirme această ipoteză, ci dimpotrivă. M. A. Kovner și V. A. Cinenkov [7] folosesc această ipoteză pentru explicarea dubleților *) acizilor carboxilici menționați la pagina 164, atribuiți de M. I. Batuev [9] grupului O—H al dimerilor ciclici. Utilizînd apoi frecvențele acestor dubleți, acești autori calculează mărimea barierei de potențial.

Într-o lucrare precedentă [11] am dovedit că acești dubleți nu aparțin grupului O—H al dimerilor ciclici de acid acetic, ci grupului radical CH_3. Ei lipsesc din spectrele acizilor formic și tricloracetic, din compoziția cărora lipsește radicalul CH_3. Tot în această lucrare am arătat că există o serie de lucrări, precum și cercetările noastre, care dovedesc că manifestările spectroscopice ale grupului oxidril inclus în legătura de hidrogen, constau nu în apariția în spectru a unei singure frecvențe deplasate sub influența legăturii de hidrogen (sau dublet, conform interpretării lui Batuev), ci în apariția unui colectiv de frecvențe, discrete sau formînd o bandă continuă pe un domeniu destul de larg ($\sim 2\,700 \div 3\,500$ cm^{-1}), după cum substanța este studiată în stare solidă sau lichidă. Cercetări cu aparate cu dispersie mare în domeniul infraroșu, efectuate de cercetători ca V. M. Ciulanovski și P. D. Simova [12], F. Nelson și M. L. Josien [13], M. Davies și C. Evans [14]

*) Am arătat (p. 164) că existența unei curbe cu două minime de potențial conduce la dedublarea nivelelor de vibrație ale grupului oxidril inclus în legătură de hidrogen și deci la manifestarea în spectru a acestui grup printr-un dublet.

și alții, au indicat prezența mai multor maxime de absorbție în această bandă, dispuse în mod destul de regulat.

Toate aceste rezultate conduc la concluzia că, în cazul acizilor carboxilici, atomul de hidrogen inclus în legătura de hidrogen (în gruparea O—H...O) nu se mișcă într-un cîmp potențial reprezentat printr-o curbă cu două minime și deci acest atom de hidrogen nu are două poziții de echilibru echivalente.

Se pune atunci, în mod natural, următoarea problemă : cîte poziții de echilibru are atomul de hidrogen inclus în legătura de hidrogen în cazul acizilor carboxilici *)? Răspunsul la această întrebare este strîns legat de existența unei teorii unitare care să explice natura legăturii de hidrogen pe baza manifestărilor spectroscopice ale acesteia.

La începutul acestei lucrări am enumerat cele cîteva teorii existente cu privire la natura legăturii de hidrogen. Astfel, în teoria de rezonanță a legăturii de hidrogen, N. D. Sokolov [1], [2], [3] încearcă să explice natura legăturii de hidrogen prin introducerea rezonanței diferitelor structuri sau—cum se exprimă autorul—a forțelor de schimb care să compenseze forțele de respingere ce se creează prin apropierea celor două molecule care se asociază. El arată că banda largă caracteristică pentru spectrul grupului O — H în sistemul O — H... O este condiționată, în cea mai mare măsură, de excitarea vibrațiilor de deformație ale acestui grup. B. I. Stepanov [4] explică întinderea în bandă largă a frecvenței grupului O — H, deplasate sub influența legăturii de hidrogen, prin fenomenul de predisociere a legăturii de hidrogen sub acțiunea luminii excitatoare, de unde denumirea de teoria de predisociație a legăturii de hidrogen.

O altă teorie pentru explicarea acestui fenomen a fost elaborată de M. I. Batuev [5], [6]. Cunoscută sub numele de teoria modulației de frecvență a legăturii de hidrogen, teoria sa explică manifestările spectroscopice ale grupului O—H inclus în legătura de hidrogen ca un rezultat al modulării frecvenței deplasate a grupului O—H de către frecvența legăturii de hidrogen (frecvența legăturii H...O) pînă la interacțiunea luminii cu substanța.

Mai tîrziu, și anume prin anii 1952 și 1953, Nelson și Josien [13] au emis o altă ipoteză asupra naturii acestor manifestări spectroscopice. Apariția sistemului de maxime de absorbție ale grupului O—H inclus în legătura de hidrogen este pusă de ei în legătură cu existența mai multor poziții de echilibru ale atomului de hidrogen între atomii de oxigen în gruparea O—H...O, fiecărei poziții corespunzîndu-i un anumit nivel de energie cuantificat în starea fundamentală.

În acest caz nu este vorba de existența mai multor poziții de echilibru obținute prin permutarea atomilor identici conform celei de a doua reguli din teoria dedublării de inversiune. Cele cîteva poziții de echilibru ale atomului de hidrogen trebuie privite în mod statistic : există probabilitatea ca atomul de hidrogen să se găsească în fiecare din aceste poziții.

*) Este evident că problema pusă în cazul de față se pune în același mod pentru toate substanțele asociate prin intermediul legăturii de hidrogen.

În acest mod, unul din maximele de absorbție ale bandei O—H va putea fi asociat cu absorbția energiei luminoase prin trecerea sistemului dintr-o anumită stare fundamentală în prima stare excitată.

Curba de energie potențială va avea, în acest caz, nu unul sau două, ci cîteva minime de potențial; prezența, în starea fundamentală, a unor nivele de energii diferite pentru diferitele poziții de echilibru ne-a condus la presupunerea existenței unei curbe potențiale cu cîteva minime neidentice și de diferite adîncimi.

După cum se vede, nu există o teorie unitară, care să explice natura legăturii de hidrogen și a manifestărilor spectroscopice ale acesteia și deci nici o precizare asupra numărului pozițiilor de echilibru ale atomului de hidrogen în gruparea A—H...B și de asemenea asupra formei curbei de energie potențială a complecșilor respectivi, conținînd această grupare.

Dintre toate teoriile și ipotezele existente descrise pe scurt, ultima ni se pare cea mai plauzibilă. Ea poate servi ca punct de plecare pentru dezvoltarea unei teorii cuantice a naturii legăturii de hidrogen.

О КРИВЫХ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ КАРБОКСИЛОВЫХ КИСЛОТ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор доказывает, что теория обратного раздвоения не применима к циклическим димерам карбоксиловых кислот. Следовательно, эти димеры не имеют кривых с двумя минимумами потенциала, получаемыми согласно этой теории.

На основании интерпретации, данной автором в более ранней работе [11], дублету частот 2 990, 3 020 $см^{-1}$, как принадлежащему группе CH_3, а не группе O H уксусной кислоты, и на основании спектроскопических проявлений группы O—H, в виде структурной широкой полосы, включенной в связь водорода, автор показывает, что димерам карбоксиловых кислот не присущи кривые с двумя потенциальными минимумами, и следовательно атом водорода, включенный в группу O—H... O этих димеров, не имеет двух положений равновесия.

Автор принимает гипотезу Нельсона и Жосиена [13] относительно существования нескольких положений равновесия атома водорода и допускает на основании этого существование кривой потенциальной энергии с несколькими неидентичными и различной глубины минимумами.

SUR LES COURBES D'ÉNERGIE POTENTIELLE DES ACIDES CARBOXYLIQUES

(RÉSUMÉ)

L'auteur démontre d'abord que la théorie du dédoublement de l'inversion ne s'applique pas aux dimères cycliques des acides carboxyliques, et que leurs courbes d'énergie potentielle ne présentent pas les deux minima de potentiel indiqués par cette théorie.

En raison de l'interprétation qu'il avait donnée dans un travail précédent [11] selon laquelle le doublet de fréquences 2 990, 3 020 cm^{-1} doit appartenir au groupe CH_3 et non pas au groupe O—H de l'acide acétique, et en raison des manifestations spectroscopiques, du groupe O—H, inclus dans la liaison d'hydrogène, sous la forme de large bande structurelle, l'auteur montre que les dimères des acides carboxyliques ne possèdent pas de courbes ayant deux minima de potentiel et que, par conséquent, l'atome d'hydrogène, inclus dans le groupement O—H...O de ces dimères, ne possède pas deux positions d'équilibre.

Pour finir, l'auteur déclare être d'accord avec l'hypothèse émise par Nelson et Josien [13], sur l'existence de plusieurs positions d'équilibre de l'atome d'hydrogène et, par voie de conséquence, admet l'existence d'une courbe d'énergie potentielle à plusieurs minima non identiques et à profondeurs différentes.

BIBLIOGRAFIE

1. N. D. Sokolov, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 1947, t. 58, p. 611.
2. — Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 1948. t. 60, p 852.
3. — Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 1952, t. 82, p. 369.
4. B. I. Stepanov, Jurn. Fiz. Himii, 1949, t. 19, p. 507.
5. M. I. Batuev, Jurn. Fiz. Himii, 1949, t. 23. p. 1 399.
6. — Jurn. Fiz. Himii, 1949, t. 23, p. 1 405.
7. M. A. Kovner şi V. A. Cinenkov, Izv. Akad. Nauk. SSSR, Seria fizică, 1950, t. 14, p. 435; Jurn. Fiz. Himii, 1951, t. 25, p. 662.
8. G. Herzberg, *Infrared and Raman Spectra of Polyatomic Molecules*. New York, 1945, p. 220.
9. M. I. Batuev, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 1948, t. 59, p. 1117.
10. E. S. Fénéant, *Sur l'état moléculaire de l'acide acétique pur et en solution*. Teză de doctorat, Paris, 1953.
11. I. Cucurezeanu, Bul. ştiinţ. Acad. R.P.R., Seria matematică-fizică, nr. 1, 1957, p. 187.
12. V. M. Ciulanovski şi P. D. Simova, Dokl. Akad. Nauk, SSSR, 1949, t. 68, p. 1033.
13. F. Nelson et M. L. Josien, C. R. Acad. Sci. Paris, 1952, t. 235, p. 1025; Journ. Opt. Soc. America, 1953, nr. 12, p. 1102.
14. M. Davies a. C. Evans, Journ. Chem. Phys., 1952, t. 20, p. 342.

TEORIA REZONANȚEI MAGNETICE NUCLEARE

DE

MIOARA MUGUR

A. INTRODUCERE

De cînd s-a postulat existența unui moment magnetic nuclear pentru a explica structura hiperfină a liniilor spectrale, a apărut și problema comportării nucleilor în cîmpuri magnetice. Studiul teoretic al acestei comportări a condus la stabilirea unor relații între cîmpuri magnetice exterioare, momentele magnetice nucleare și alte mărimi caracteristice microstructurii substanței considerate. Unele dintre aceste relații teoretice exprimă existența unor efecte globale de absorbție de energie, care au caracter de rezonanță. Aceste fenomene de absorbție de rezonanță magnetică nucleară au fost apoi detectate și urmărite experimental de diferite grupuri de cercetători, prin metode diferite, acomodate fiecare unui scop particular de investigare.

Practicarea metodelor de rezonanță magnetică nucleară se dovedește extrem de fertilă. Ea permite măsurări de înaltă precizie a momentelor magnetice nucleare și a spinilor nucleari, detectarea momentelor nucleare electrice cuadrupolare, studiul deviațiilor factorilor lui Landé de la valorile lor teoretice, studiul structurilor hiperfine în spectrele de hidrogen, deuteriu, și în cele ale altor izotopi, studiul microinteracțiunilor magnetice în lichide și solide, studiul structurilor cristaline, al tranzițiilor de fază și al mișcărilor interne în solide, al stabilirii echilibrului termic în cîmpuri magnetice etc.

Se poate spera de aceea că valorificarea experimentală a teoriei fenomenelor de rezonanță magnetică nucleară va conduce la obținerea unor informații noi despre structura materiei, de o bogăție și de o importanță comparabilă cu aceea a datelor stabilite prin vechile metode spectroscopice.

Fenomenele de rezonanță magnetică nucleară constituie un caz particular într-o categorie mult mai generală de fenomene de același tip.

Orice fel de microsistem cu moment magnetic rezultant permanent, și orice ansamblu de asemenea microsisteme, identice sau nu, prezintă efecte de rezonanță magnetică în cîmpuri magnetice exterioare convenabil alese ; și aceasta indiferent dacă momentul magnetic permanent respectiv este de proveniență nucleară sau electronică, sau mixt și indiferent dacă se datorește unor mișcări de spin, sau orbitale, sau unor grade de libertate

rotaționale ale unui microsistem cu sarcină electrică, sau unei combinații de asemenea cazuri. În interiorul acestei categorii vaste de fenomene de rezonanță magnetică, se pot desigur face clasificări. În clasificarea uzuală, caracteristicile specifice ale diferitelor tipuri de rezonanță magnetică constau de obicei în modul particular cum se petrec în acel caz interacțiunile între microsisteme și în ordinul de mărime pe care trebuie să-l aibă cîmpurile magnetice și frecvențele lor (iar uneori și temperatura), pentru ca să se producă rezonanța de tipul respectiv.

În raport cu aceste criterii de clasificare există, în afară de rezonanța magnetică (mai exact paramagnetică) nucleară și rezonanța paramagnetică electronică a atomilor, rezonanța feromagnetică și antiferomagnetică, și rezonanța magnetică moleculară de diferite tipuri.

Ar fi fost fără îndoială interesant de încercat întîi o expunere referitoare la fenomenele de rezonanță magnetică în general, spre a trece apoi, prin particularizări și detalieri, la caracterizarea diferitelor tipuri de rezonanță magnetică și, în special, la studiul rezonanței magnetice nucleare. În acest fel aceasta din urmă ar fi fost plasată în cadrul ei natural și ar fi putut fi comparată cu celelalte fenomene de aceeași natură. O asemenea prezentare completă ar fi fost însă impracticabilă în spațiul restrîns de care dispunem. De aceea am adoptat pentru acest studiu următorul plan :

Se începe cu analiza microscopică a comportării unui ansamblu de nuclei în cîmpuri magnetice exterioare. În cursul acestei analize apare în mod natural problema la care se referă teoria lui Van Vleck, și se definesc condițiile în care se produce fenomenul de absorbție de rezonanță magnetică nucleară. Acesta este conținutul secțiunii B.

Se face apoi o expunere a teoriei fenomenologice a lui Bloch. Pe baza datelor acumulate în secțiunea B, se poate asocia rezultatelor acestei teorii sensul lor microscopic, ceea ce permite o înțelegere de fond, neformală, a rezultatelor ei. Acesta este conținutul secțiunii C. Se prezintă apoi teoria statistică cuantică a lui Wangsness și Bloch. Această teorie nu constituie de loc o reluare a chestiunilor discutate în secțiunea B, căci neglijează categoria extrem de importantă de interacțiuni discutată de Van Vleck ; în afară de aceasta formularea ei este prea abstractă pentru a permite, ca discuțiile din secțiunea B, o înțelegere mai intuitivă a fenomenelor. Acesta este conținutul secțiunii D.

Modul de prezentare practicat în decursul acestui studiu nu este euristic, ci logic. Se încearcă în mod constant a se specifica cît mai complet și mai explicit condițiile de valabilitate ale diferitelor afirmații.

B. ANALIZA MICROSCOPICĂ SEMICANTITATIVĂ A FENOMENELOR DE REZONANȚĂ MAGNETICĂ NUCLEARĂ

1. Date preliminare

După cum se știe, structura hiperfină a liniilor spectrale a condus la postularea existenței, în general, a unui moment magnetic nuclear, pe care-l vom nota cu $\vec{\mu}$ și care este proporțional cu spinul $\vec{I}$ al nucleului

măsurat în unități $\hbar$. Vom exprima ca de obicei această proporționalitate scriind

$$\vec{\mu} = g\mu_0 \vec{I}, \tag{B.1}$$

unde μ_0 este magnetonul nuclear, iar g este factorul giromagnetic al speciei nucleare considerate. Pe baza acestei proporționalități vom vorbi deseori — cum se obișnuiește — despre spini, subînțelegînd prezența dipolilor magnetici.

Să considerăm un nucleu introdus într-un cîmp magnetic $\vec{H}$. În această situație nucleul are, în general, $2I+1$ stări Zeeman energetice posibile, corespunzătoare valorilor permise ale numărului cuantic magnetic m; în oricare din aceste stări, energia lui potențială rezultată din interacția cu $\vec{H}$ este

$$u(m) = -(\vec{\mu} \cdot \vec{H}) = -g\mu_0 mH. \tag{B.2}$$

Probabilitatea ca un nucleu aflat de mult în cîmpul $\vec{H}$ să fie într-o anumită stare energetică este cu atît mai mare cu cît energia caracteristică stării respective este mai mică. Aceasta exprimă faptul că emisiile sînt mai probabile decît absorbțiile.

În afară de acest efect, am putea spune static, pe care îl are cîmpul magnetic $\vec{H}$ asupra nucleului, el mai exercită asupra lui și efectul dinamic Larmor. Solidul în rotație în jurul axei lui proprii, constituit de nucleul de spin $\vec{I}$, oferă priză cîmpului $\vec{H}$ prin intermediul momentului magnetic nuclear $\vec{\mu}$. Această priză se traduce prin existența unui cuplu

$$\vec{L} = \vec{\mu} \times \vec{H}, \tag{B.3}$$

care modifică momentul cinetic intrinsec

$$\vec{p} = \vec{I}\hbar, \tag{B.4}$$

al nucleului, după ecuația lui Newton

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{H}. \tag{B.5}$$

Deoarece conform relațiilor (B.1) și (B.4)

$$\vec{\mu} = g\mu_0/\hbar \vec{p} = \gamma \vec{p}, \tag{B.6}$$

unde γ este raportul giromagnetic, (B.5) se scrie

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma(\vec{\mu} \times \vec{H}). \tag{B.7}$$

Această ecuație exprimă faptul că momentul magnetic $\vec{\mu}$ al unui nucleu introdus în cîmpul magnetic $\vec{H}$ execută o precesie cu frecvența instantanee Larmor

$$\omega = \gamma H. \tag{B.8}$$

Deci momentul magnetic al unui nucleu într-un cîmp magnetic are o componentă statică paralelă cîmpului și una rotitoare perpendiculară lui.

Deoarece diferența dintre energiile a două stări între care regulile de selecție ($\Delta m = \pm 1$) permit o tranziție, este, conform (B.2), $\hbar\omega$, un nucleu introdus în cîmpul magnetic $\vec{H}$ poate emite sau absorbi energie de frecvența Larmor corespunzătoare lui $\vec{H}$ și propriei lui specii.

Să presupunem acum că un nucleu se află într-un cîmp magnetic constant $\vec{H}_0$, căruia i se adaugă un cîmp oscilant perpendicular pe el $\vec{H}_1 \cos\omega t$. Acest din urmă cîmp oscilant poate fi privit ca suprapunerea a două cîmpuri rotitoare în sensuri inverse cu frecvența ω, și polarizate în planul perpendicular pe $\vec{H}_0$. Dacă ω are o valoare apropiată de frecvența ω_0, corespunzătoare lui $\vec{H}_0$, componenta rotitoare în sensul precesiei Larmor a nucleului reprezintă pentru starea acestuia o perturbație dependentă de timp, ce induce tranziții cu o probabilitate ce este funcție, într-un $\vec{H}_0$ dat, de frecvența ω a cîmpului oscilant și de amplitudinea lui, $\vec{H}_1$. Componenta rotitoare în sensul invers este practic ineficace, căci ea nu este în fază cu $\vec{\mu}$ decît în intervale de timp practic nule.

Formulele standard pentru tranzițiile dipolare induse de un cîmp radiant furnizează pentru probabilitatea unei tranziții induse expresia

$$W_{(m \to m')} = 8\pi^3/_3 h^2 |(m|\mu|m')|^2 \rho_{\nu_0}, \tag{B.9}$$

unde m, m' sînt numere cuantice magnetice, μ este operatorul momentului magnetic, iar ρ_{ν_0} este densitatea de energie în unitatea de interval de frecvență centrat pe $\nu_0 = \omega_0/2\pi$ în cîmpul radiant izotrop nepolarizat. Deoarece cîmpul radiant $\vec{H}_1 \cos\omega t$ considerat aici este un cîmp oscilant cu o polarizare simplă, (numai una dintre componentele rotitoare este efectivă) trebuie introdusă în (B.9), pentru ρ_{ν_0}, o densitate de radiație izotropă nepolarizată, echivalentă cu densitatea polarizată a cîmpului oscilant.

Majorana [1] a calculat probabilitatea totală $C_{(m \to m')}$ ca un nucleu de spin I, pus în condițiile de mai sus și care se află la un moment inițial în starea m, să fie găsit la un moment ulterior t în starea m'.

Pentru cazul particular al unui nucleu de spin $I = 1/2$, Rabi [2] și Schwinger [3] au dedus probabilitatea de tranziție direct din ecuația lui Schrödinger conținînd timpul, fără a mai recurge la teoria perturbațiilor și admițînd pentru H_1 o valoare arbitrară în raport cu H_0.

Pentru probabilitatea $C_{(\frac{1}{2}\to-\frac{1}{2})}$ ca un nucleu aflat inițial în starea $m = 1/2$, să fie la un moment dat ulterior t în starea $m = -1/2$. Ei au obținut expresia

$$C_{(\frac{1}{2}\to-\frac{1}{2})} = \frac{\sin^2\theta}{1+\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2-2\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)\cos\theta} \times$$

$$\times \sin^2\left\{\frac{\omega t}{2}\left[1+\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2-2\frac{\omega_0}{\omega}\cos\theta\right]^{\frac{1}{2}}\right\}, \qquad \text{(B.10)}$$

unde $\operatorname{tg}\theta = H_1/H_0$. Repetăm că aceasta nu este probabilitatea pe unitatea de timp, ci o probabilitate totală la un moment arbitrar t.

Dacă $H_1 \ll H_0$, cum am presupus inițial, ecuația (B.10) devine

$$C_{(\frac{1}{2}\to-\frac{1}{2})} = \frac{\theta^2}{\left[1-\frac{\omega_0}{\omega}\right]^2+\frac{\omega_0}{\omega}\theta^2} \times$$

$$\times \sin^2\left\{\frac{\omega t}{2}\left[\left(1-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2+\frac{\omega_0}{\omega}\theta^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}. \qquad \text{(B.11)}$$

Probabilitatea (B.10) este o funcție periodică de timp, ceea ce sugerează ideea că, în general

$$C_{(m\to m')} = C_{(m'\to m)}$$

și (B.12)

$$W_{(m\to m')} = W_{(m'\to m)}.$$

Acest rezultat a fost de altfel obținut în mod explicit de **Rabi** pentru cazul său particular, printr-o metodă de perturbație.

În virtutea expresiilor (B.12) absorbția medie în timp a nucleului în situația considerată este nulă.

Forma dependenței de ω_0 și ω a probabilității (B.10) exprimă o comportare de rezonanță a nucleului în cîmpul oscilant căci pentru $\omega = \omega_0$ această probabilitate variază periodic între 0 și 1 (indiferent de valoarea raportului $\frac{H_1}{H_0}$, dar cu o rapiditate ce depinde de acest raport), adică se pot găsi valori ale lui t pentru care $C_{(1/2\to-1/2)}$ este oricît de apropiată de unitate vrem; dar pentru $\omega \neq \omega_0$ amplitudinea probabilității este, în vecinătatea punctului $\omega = \omega_0$, o funcție foarte repede descrescătoare de $|\omega_0-\omega|$, așa încît la o foarte mică distanță de frecvență de ω_0 ea este deja practic nulă (jumătatea lărgimii la jumătatea amplitudinii maxime este $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cong \frac{H_1}{H_0}$, iar H_0 este de obicei de ordinul miilor de gauși, pe cînd H_1 se ia, în practică de ordinul 0,1 gauși). Totuși, faptul că această funcție nu este riguros nulă pentru orice $\omega \neq \omega_0$, indică o capacitate principială a nucleului de a interacționa cu cîmpuri de alte frecvențe decît ω_0

ceea ce conferă o valoare finită energiei care poate fi absorbită în unitatea de timp. Se spune de aceea că există o *lărgime naturală a curbei de absorbție a nucleului perturbat de un cîmp oscilant.* Pentru nuclei puși în cîmpuri $\vec{H}_0$ curente, de ordinul miilor de gauși, frecvența de rezonanță ω_0 este o radiofrecvență.

2. Punerea problemei

Acum, după ce s-au amintit aceste date elementare despre comportarea unui nucleu individual în cîmpuri magnetice, să trecem la examinarea ansamblurilor statistice de nuclei.

Vom folosi terminologia uzuală, numind un ansamblu statistic de nuclei *rețea de spini* și spunînd că el este scufundat în totalitatea celorlalte grade de libertate ale substanței ce-l conține, numită *rețea* fără nici un alt calificativ. Substanța este astfel concepută a consta din două rețele.

Fenomenele ce apar într-o substanță cînd se instituie din exterior un cîmp magnetic constant sînt foarte complexe. Nucleii ce constituie rețeaua de spini interacționează între ei, și totodată interacționează cu rețeaua, datorită mișcărilor termice. Aceste interacțiuni au, în esență, două categorii de rezultate:

a) În locul unei singure frecvențe Larmor, riguros corespunzătoare cîmpului extern, apare în rețea un *spectru* de frecvențe Larmor, distribuite într-un mod specific microstructurii substanței considerate.

b) Se produce un proces de relaxare al spinilor în cîmpul magnetic extern, în decursul căruia spinii din rețeaua de spini tind să se distribuie Boltzmann între diferitele nivele de energie și să realizeze astfel un echilibru cu rețeaua.

Dacă pe lîngă cîmpul magnetic extern constant se produce și un slab cîmp oscilant, atunci comportarea într-o asemenea situație a nucleilor individuali, descrisă la punctul 1, va compune un efect global ce depinde, pentru un cîmp constant dat, de doi factori:

— de raportul dintre frecvența ω a cîmpului oscilant și frecvența Larmor ω_0 corespunzătoare cîmpului constant și speciei nucleare, și

— de depărtarea distribuției spinilor de la distribuția de echilibru cu rețeaua.

Dacă, de exemplu, frecvența ω a cîmpului oscilant este cuprinsă în intervalul de frecvențe în care sînt dispersate frecvențele Larmor ale spinilor din rețea, atunci cîmpul oscilant va induce tranziții de rezonanță, conform unei probabilități tip (B.10), la acei nuclei din rețeaua de spini care au frecvența Larmor egală cu ω, sau extrem de apropiată de ω. Pentru un nucleu individual numărul tranzițiilor de absorbție este egal cu al celor de emisie indusă și deci nu există un efect net, observabil experimental. Dacă însă, cînd se aplică cîmpul oscilant, distribuția Boltzmann este deja practic realizată și deci, există un surplus de populație pe nivelele de energie mică, atunci numărul nucleilor în care se induc concomitent absorbții este mai mare decît numărul nucleilor în care se induc emisii și apare o absorbție netă ce poate fi înregistrată experimental.

Aceasta este absorbția de rezonanță magnetică nucleară.

Variația intensității absorbției de rezonanță în funcție de frecvența cîmpului oscilant, exprimă, evident, spectrul și distribuția frecvențelor Larmor ale spinilor și, implicit, valoarea momentelor magnetice nucleare și natura interacțiunilor din rețeaua de spini, deci caracteristicile de microstructură ale acesteia.

Pe de altă parte, viteza de variație a absorbției de rezonanță magnetică nucleară, sau menținerea ei la un nivel dat, depinde de raportul dintre intensitatea interacțiunii spini-cîmp-oscilant, care degradează distribuția Boltzmann a spinilor, și intensitatea interacțiunii dintre rețeaua de spini și rețea, care reface distribuția de echilibru. Așadar variația în timp a formei curbei de rezonanță, care exprimă mersul competiției dintre aceste două interacțiuni, permite totodată deducerea anumitor caracteristici ale procesului de interacțiune dintre rețeaua de spini și rețea.

Astfel, prin intermediul fenomenului de absorbție de rezonanță magnetică nucleară se pot transpune în domeniul observabilului microstructura unei substanțe și microinteracțiunile din interiorul ei. Interpretarea datelor observate se face desigur pe baza unei teorii ce corelează mărimile microscopice și cele experimentale.

În paragrafele următoare ale acestei secțiuni se va stabili întîi, prin aproximări succesive, cum se comportă într-un cîmp magnetic constant o rețea de spini scufundată într-o rețea; apoi se va analiza calitativ cum, cunoscînd această comportare de fond, și urmărind reacțiile de rezonanță magnetică față de un cîmp oscilant adăugat celui constant, se pot deduce valori caracteristice de microstructură și se pot studia procesele de relaxare.

3. Rețea rigidă de spini izolați reciproc și de rețea în cîmp magnetic constant

Fie, într-un cîmp magnetic constant $\vec{H}_0$, o rețea de N spini nucleari. Să admitem că spinii rețelei sînt izolați unii de alții, că rețeaua de spini este rigidă (spinii sînt ficși) și că nu interacționează cu rețeaua.

Starea rețelei de spini supusă acestor restricții poate fi descrisă cu ajutorul numerelor cuantice magnetice $m_1 \ldots m_i \ldots m_N$, unde $(-I \ll m_i \ll I)$, și se referă la spinul de indice i.

Fiecare spin al rețelei stă, riguros, în cîmpul $\vec{H}_0$, cu care interacționează în mod exclusiv, avînd o energie potențială $u_i = \vec{\mu}_i \cdot \vec{H}_0 = g \mu_0 m_i H_0$. Energia potențială totală apărută în rețeaua de spini prin interacțiunile individuale ale dipolilor magnetici cu cîmpul $\vec{H}_0$ va fi reprezentată, evident, prin hamiltonianul

$$\mathcal{H} = \sum_{i=1}^{N} u_i, \tag{B.13}$$

și va depinde de distribuția nucleilor între cele $2I+1$ stări Zeemann posibile. Existența acestei energii se indică uneori vorbind despre o „temperatură" a sistemului de spini. Prin această mărime se descrie de fapt

gradul de relaxare al ansamblului de spini în $\vec{H}_0$, căci se consideră că atunci cînd dezordinea repartiției spinilor pe nivelele Zeemann este perfectă, temperatura lor este infinită, iar atunci cînd sînt toți în starea de energie minimă, au o temperatură nulă. Deși conceptul de temperatură a spinilor nu poate fi definit decît în anumite condiții particulare, pe care le vom preciza mai tîrziu, noi vom folosi totuși deocamdată fără precauții limbajul temperaturii, deoarece este sugestiv [4].

Vom spune așadar că, prin interacțiune cu exteriorul, temperatura spinilor se poate modifica. Imediat după instituirea lui $\vec{H}_0$ ea este infinită; spinii mai sînt repartizați practic egal între cele $2I + 1$ stări energetice posibile, și deci momentul lor magnetic rezultant $M_0 = \Sigma m_i$ este nul. Cu timpul însă, prin interacțiune cu exteriorul, sistemul de spini se „răcește" treptat, și apare un moment magnetic rezultant. Acest efect global provine din tranziții individuale Δm_i, care se traduc pe plan statistic prin depopularea nivelelor de energie mare în favoarea acelora de energie mică, și deci printr-o ordonare a spinilor.

În cazul particular al sistemului de spini izolați reciproc și de rețea, considerat mai sus, singurul mecanism de relaxare care este compatibil cu condiția de izolare impusă, este emisia spontană a nucleilor (întotdeauna $\Delta m_i = +1$), căci aceasta constituie o interacțiune numai cu cîmpul de radiație termică. Acest mecanism ar produce o relaxare care nu ar avea numai teoretic o durată infinită, ca orice relaxare, ci ar fi chiar practic extrem de lentă, căci probabilitatea de emisie spontană, pentru o tranziție de dipol magnetic nuclear, la frecvențele interesante, este de ordinul a 10^{-22} s^{-1}. Însă o asemenea, relaxare, datorită exclusiv emisiilor spontane, deși foarte lentă, ar duce totuși, la limită, la o situație de echilibru caracterizată printr-o ordonare *totală* a dipolilor magnetici, și deci la un moment magnetic rezultant de echilibru cu valoarea maximă

$$M_0 = \sum_{i=1}^{N} m_{i\,\max}, \tag{B.14}$$

unde, $m_{i\,\max}$ este valoarea maximă a lui m_i. Așadar, prin interacțiune exclusivă cu cîmpul de radiație termică, sistemul de spini se răcește foarte îndelung, dar la maximum.

4. Rețea rigidă de spini în interacțiune, dar izolați de rețea, în cîmp magnetic constant

Este evident că modelul spinilor izolați și ficși descris mai sus, este foarte incomplet. Între spini există în mod necesar interacțiuni magnetice datorite momentelor magnetice asociate lor. De asemenea pot exista și interacțiuni magnetice cu surse exterioare sistemului de spini, adică cu elemente din rețea (de ex. stări electronice de moment magnetic nenul), sau chiar interacțiuni electrice, legate de existența unui moment electric nuclear de cuadrupol.

Forma și valoarea obținute prin calcul pentru aceste interacțiuni în ipoteza că spinii constituie un sistem rigid, se modifică dacă se ia în considerare și faptul că coordonatele lor de poziție pot varia.

Așadar, ridicînd succesiv restricția de izolare și apoi pe cea de fixitate a spinilor, vom obține două aproximări superioare ale realității.

Să începem deci prin a considera tot o rețea rigidă de spini, ca înainte, dar de spini neizolați reciproc și nici de rețea.

Să caracterizăm întîi sumar diferitele tipuri de interacțiuni posibile și să evaluăm aproximativ eficacitățile lor respective.

Spinii nucleari pot fi perturbați de forțe electrice numai prin intermediul unei variații a gradientului cîmpului electric în dreptul nucleului și aceasta, evident, numai dacă nucleul are moment electric de cuadrupol. Există cazuri în care asemenea interacțiuni electrice sînt importante. De cele mai multe ori, însă, ele joacă un rol minor în fenomenele de absorbție magnetică nucleară (în contrast cu ceea ce se întîmplă în spectroscopia atomică și moleculară), sau sînt total absente, cînd nucleii nu au moment de cuadrupol. De aceea nu le vom lua aici în considerare.

Interacțiunile magnetice se pot petrece fie între dipolii magnetici nucleari, fie între aceștia și momente magnetice asociate cu stări electronice. Interacțiunile din ultima categorie sînt de obicei neînsemnate în raport cu cele din prima și de aceea le vom neglija deocamdată, urmînd să revenim în treacăt la discutarea lor.

Rămîne așadar de examinat efectul interacțiunilor între dipoli magnetici nucleari, sau, altfel spus, al interacțiunii *spin-spin*.

Remarcăm că deoarece interacțiunile spin-spin se petrec numai în interiorul rețelei de spini, considerarea lor exclusivă echivalează cu o o revenire momentană la aproximația în care rețeaua de spini este izolată de rețea.

Fie o rețea rigidă de spini nucleari, plasată în cîmpul magnetic constant $\vec{H}_0$. Doi dipoli magnetici nucleari $\vec{\mu}_i$ și $\vec{\mu}_j$ ai rețelei au o energie mutuală.

$$u_{ij} = g^2 \mu_0^2 [r_{ji}^{-3} (\vec{I}_j \vec{I}_i) - 3 \gamma_{ji}^{-5} (\gamma_{ji} \vec{I}_j) (\gamma_{ji} \vec{I}_i)]. \tag{B.15}$$

Așadar dipolul $\vec{\mu}_i$ are în rețea o energie efectivă u_{efi} ce rezultă din adunarea la energia lui potențială u_i în $\vec{H}_0$ a unei energii locale $u_{\text{loc.}i}$, la care fiecare dipol $j \neq i$ contribuie conform (B.15). Aceasta revine la adunarea în hamiltonianul (B.13) al rețelei de spini izolați, a unui termen de interacțiune

$$u = \sum_i \sum_{j>i} u_{ij} = \sum_i \vec{\mu}_i \sum_j \left(\frac{\vec{\mu}_i}{r_{ij}^3} - 3 \frac{\vec{r}_{ij} (\vec{r}_{ij} \vec{\mu}_j)}{r_{ij}^5} \right). \tag{B.16}$$

Vom detalia întîi cvasi cantitativ substratul fizic al existenței acestei energii de interacțiuni și vom sintetiza apoi observațiile făcute într-o formulare matematică.

Fiecare dipol magnetic nuclear $\vec{\mu}_i$ din rețeaua rigidă considerată are o componentă constantă μ_{i_z} pe direcția $\vec{H}_0$ și o componentă rotitoare $\mu_{i_{xy}}$ în planul perpendicular pe $\vec{H}_0$.

Să ne ocupăm întîi de componentele μ_{i_z}.

Componenta constantă μ_{j_z} asociată nucleului j, creează în dreptul nucleului i, așezat la distanța r_{ji} de el, un cîmp magnetic

$$H_{ji} = r_{ij}^{-3} \ (\mu_{j_z}) - 3 r_{ji}^{-5} \left(\mu_{j_z} \cdot r_{ij_z}\right). \qquad \text{(B.17)}$$

Într-un limbaj oarecum naiv, dar util în anumite limite, putem spune deci că nucleul i nu stă riguros în cîmpul $\vec{H}_0$, ci într-un cîmp efectiv H_{efi}, rezultat din adunarea la $\vec{H}_0$ a unui cîmp local $\vec{H}_{\text{loc.}\,i}$. Fiecare nucleu $j \neq i$ din rețea contribuie la crearea lui $\vec{H}_{\text{loc.}\,i}$ prin intermediul ambelor componente ale momentului lui magnetic, atît cea rotitoare, cît și cea constantă. Contribuția H_{ji} datorită componentei constante μ_{j_z} este de ordinul de mărime $\mu_0 r_{ji}^{-3}$. Vom nota cu $H_{\text{loc.}\,i_z} = \sum_{j=1}^{N} H_{ji}$ contribuția totală adusă la valoarea lui $H_{\text{loc.}\,i}$ de componentele constante ale tuturor momentelor magnetice nucleare din rețeaua de spini. Din cauza existenței lui $H_{\text{loc.}\,i_z}$ dipolul magnetic al nucleului i va avea o frecvență Larmor $\omega_0 + \Delta\omega$, slab diferită de frecvența ω_0 corespunzătoare cîmpului exterior $\vec{H}_0$ (pentru a aprecia mărimea acestui efect remarcăm că un dipol magnetic nuclear produce, la o distanță de un Angström aproximativ, un cîmp de ordinul a cîțiva gauși, iar $\Delta\omega \sim \gamma H_{\text{loc.}\,i_z} \sim 10^4\,\text{s}^{-1}$). Acest fapt se poate exprima și spunînd că, dacă la momentul $t = 0$ doi dipoli magnetici nucleari au precesii în fază, datorită lui $H_{\text{loc.}\,i_z}$ ei își vor fi pierdut concordanța de fază după un timp de ordinul a $\dfrac{1}{\Delta\omega} \sim 10^{-4}$ s.

Cîmpul local $H_{\text{loc.}\,i_z}$ variază de la nucleu la nucleu, schimbînd slab dar diferit frecvența Larmor a fiecăruia. Să presupunem de exemplu că spinul i este înconjurat de un număr de vecini, despre care să admitem, pentru simplitate, că sînt de spin $I = 1/2$. Fiecare dintre acești vecini poate fi paralel sau antiparalel lui $\vec{H}_0$, și fiecare dintre distribuțiile posibile ale vecinilor între aceste două situații conduce la o anumită valoare posibilă a lui $H_{\text{loc.}\,i_z}$, căreia îi corespunde o anumită probabilitate.

Dacă se iau în considerare numai vecinii imediați, se obține de obicei un spectru discret de valori posibile pentru $H_{\text{loc.}\,i_z}$. Fiecare dintre aceste valori va da ramificații dacă se ține seama și de vecinii următori, și așa mai departe. Rezultatul final va fi un spectru continuu de valori posibile pentru $H_{\text{loc.}\,i_z}$, centrat pe valoarea H_0 și caracterizat printr-o distribuție a probabilității a cărei formă depinde de configurația spațială particulară a rețelei de spini considerată și de direcția lui $\vec{H}_0$.

Existența unei distribuții continue de probabilități pentru valoarea lui $H_{\text{loc.}i_z}$ corespunzătoare unui anumit spin determinat i se traduce, pe plan statistic, prin existența efectivă în ansamblul de spini a unor cîmpuri locale ale căror valori sînt repartizate conform acestei distribuții între toate valorile posibile.

Așadar, din luarea în considerare a acelei părți din interacțiunile spin-spin ce se datorește componentelor constante μ_{i_z} ale dipolilor magnetici nucleari, decurge existența unor cîmpuri locale constante $H_{\text{loc.}i_z}$ cu o distribuție de valori specifică rețelei rigide de spini considerate. Este evident că aceste cîmpuri locale modifică energia potențială a dipolilor magnetici nucleari, explicînd în parte provenienta energiei de interacție (B.16).

Să examinăm acum efectul componentelor rotitoare $\mu_{i_{xy}}$.

Componenta rotitoare a dipolului magnetic nuclear μ_j al nucleului oarecare j, creează în dreptul nucleului i, un cîmp rotitor cu o frecvență foarte apropiată de frecvența Larmor a acestuia, și viceversa. De aceea cîmpul local al nucleului i, $\vec{H}_{\text{loc.}i}$, are, pe lîngă componenta constantă $H_{\text{loc.}i_z}$, și o componentă rotitoare $H_{\text{loc.}i_{xy}}$, provenită din totalitatea interacțiunilor de acest tip. Dacă spinii j și i sînt antiparaleli, aceste componente rotitoare induc, cu probabilitatea (B.10), o tranziție simultană a lor ($\Delta m_i = +1$, $\Delta m_j = -1$, sau invers). O asemenea tranziție simultană care interschimbă stările a doi spini, se numește o „ciocnire spin-spin", și este, în fond, o interacțiune de schimb. Ciocnirile spin-spin sînt compatibile din punct de vedere energetic cu aproximația în care ne aflăm deocamdată (în care rețeaua de spini este izolată de rețea), căci, ca orice interacțiune de schimb, ele nu alterează energia totală a rețelei de spini. Tocmai de aceea s-ar părea poate în primul moment că ciocnirile spin-spin nu sînt observabile. Existența lor se manifestă totuși macroscopic, prin intermediul următorului efect: aceste ciocniri limitează viața unei stări de spin la un interval de timp de ordinul $1/\Delta\omega \sim 10^{-4}$ s, în interiorul căruia componentele rotitoare ajung o dată în fază (vezi mai sus), și deci probabilitatea de realizare a ciocnirii devine o dată maximă; acest fapt se asociază, conform principiului nedeterminării, cu o lărgire Δu a nivelelor Zeeman, dată de $\Delta u \cdot 1/\Delta\omega = \hbar$, ceea ce echivalează cu o lărgire a intervalului de frecvență ce conține frecvențele Larmor ale spinilor și deci cu o lărgire a intervalului de frecvență în care există o probabilitate (B.10) maximă de interacțiune cu un cîmp radiant extern. Or, o asemenea interacțiune poate fi observată experimental.

Este iar evident că interacțiunea componentelor rotitoare ale dipolilor contribuie și ea la energia totală (B.16) de interacțiune spin-spin.

Rezumînd, se poate remarca că efectele celor două mecanisme de interacțiune spin-spin descrise mai sus admit două exprimări comune diferite și anume:

Într-o primă exprimare se poate spune că interacțiunea componentelor constante ale dipolilor magnetici nucleari conduce în fond, ca și aceea a componentelor rotitoare, la o destrucție a relațiilor de fază dintre precesiile spinilor din rețea. Dar degradarea coerenței de fază dintre

spini (dacă la început a existat o coerență), are drept paralel macroscopic o descreștere a componentei transversale M_{xy}, (perpendiculară pe $\vec{H}_0 = H_z$) a momentului magnetic total $\vec{M}$ (ceea ce corespunde cu faptul experimental că $\vec{M}$ tinde a deveni paralel cu $\vec{H}_0$ într-o substanță izotropă). De aceea interacțiunile spin-spin pot fi descrise global printr-un *timp de relaxare transversală* T_2'' ce măsoară viteza de descreștere a lui M_{xy}, adică viteza cu care $\vec{M}$ tinde la coliniaritate cu $\vec{H}_0$.

Într-o a doua exprimare se poate spune că ambele tipuri de interacțiune spin-spin au de fapt același efect, și anume, o lărgire $\Delta\omega$ a intervalului de frecvență ce conține frecvențele Larmor ale spinilor din rețea, căci în rețeaua de spini izolați acest interval se reducea strict la $\omega = \gamma H_0$. Din acest punct de vedere T_2'' măsoară de data aceasta lărgirea totală $\Delta\omega$ provenită din interacțiunea spin-spin. De altfel, vom reveni în curînd asupra sensului exact al lui T_2'' spre a arăta că el nu exprimă exhaustiv lărgimea lui $\Delta\omega$ în rețeaua de spini, sau, ceea ce este tot una, viteza de descreștere a lui M_{xy}, ci numai acea parte a acestei mărimi ce provine din interacțiuni spin-spin în cazul limită al rețelei rigide de spini. Am folosit dublul accent în notarea acestui timp de relaxare tocmai pentru a-l deosebi de alt asemenea timp, T_2', ce exprimă același efect dar așa cum este modificat de mișcarea termică a nucleilor. Rezervăm notația T_2 fără nici un accent pentru a caracteriza relaxarea transversală totală, la care contribuie și interacțiunea spini-rețea.

Ultima exprimare este corelată direct cu aspectul observabil al interacțiunilor spin-spin, căci aceste interacțiuni, fie că se datoresc componentelor constante sau celor rotitoare ale dipolilor nucleari, se traduc experimental la fel, și anume, prin faptul că *rețeaua de spini interacționează sensibil cu cîmpuri radiante de toate frecvențele din intervalul în care sînt distribuite frecvențele Larmor ale spinilor din rețea.* La o frecvență dată ω a cîmpului radiant interacția este desigur cu atît mai intensă cu cît există în rețea mai mulți spini cu frecvența Larmor $\omega_0 + \Delta\omega = \omega$.

De aceea calcularea formei distribuției frecvențelor Larmor din rețeaua de spini (sau ceea ce este tot una, a cîmpurilor locale totale $\vec{H}_{\text{loc.}i}$) în funcție de mărimile ce caracterizează configurația spațială specifică a rețelei, constituie o problemă centrală în domeniul de cercetare discutat aici. Dacă se cunoaște o expresie teoretică a acestei distribuții, există posibilitatea de a deduce configurația re elei de spini din date experimentale.

Să încercăm deci să sintetizăm într-o formulare matematică considerațiile cvasi calitative de mai sus despre interacțiunile spin-spin, spre a obține informații asupra distribuției frecvențelor Larmor din rețeaua de spini.

Fie, din nou, o rețea rigidă de N spini izolați reciproc și de rețea. Starea neperturbată a acestui sistem este caracterizată de numerele cuantice m_i ale spinilor individuali, componeta z a momentului magnetic total $\vec{M}$

fiind $M_z = \sum_{i=1}^{N} m_i$, iar hamiltonianul sistemului fiind (B.13). Vom ridica acum restricția de izolare reciprocă a spinilor din rețea introducînd energia de perturbație $u = \Sigma_i \Sigma_{j>i} u_{ij}$ care reprezintă interacțiunea totală spin-spin, și unde

$$u_{ij} = g^2 \mu_0^2 r_{ij}^{-3}[I_{i_x} I_{j_x}(1 - 3\alpha_1^2) + I_{i_y} I_{j_y}(1 - 3\alpha_2^2) + \\ + I_{i_z} I_{j_z}(1 - 3\alpha_3^2) - 3(I_{i_x} I_{j_y} + I_{j_x} I_{i_y})\alpha_1 \alpha_2) - \\ - 3(I_{i_x} I_{j_z} + I_{j_x} I_{i_z}(\alpha_1 \alpha_3 - 3(I_{i_y} I_{j_z} + I_{j_y} I_{i_z})\alpha_2 \alpha_3, \tag{B.18}$$

u_{ij} este interacțiunea magnetică dintre spinul i și spinul j, obținută ținînd seama de (B.15); α_1, α_2 și α_3 sînt cosinușii directori ai razei vectoare $\vec{r}_{ij}$ într-un sistem de coordonate cu axa z paralelă cu $\vec{H}_0$. Se regrupăm acum termenii ecuației (B.18) astfel încît să distingem separat termenii ce lasă neschimbată componenta M_z a momentului magnetic total ($\Delta M = 0$) de termenii pentru care $\Delta M = \pm 1$ și termenii pentru care $\Delta M = \pm 2$. Această distincție este importantă pentru că termenii cu $\Delta M = 0$ sînt independenți de timp și deci nu alterează în timp energia rețelei de spini, pe cînd ceilalți includ un factor ce conține timpul, $e^{i\Delta M \gamma H_0 t}$. Introducînd unghiurile polare θ_{ij} și φ_{ij} în locul cosinușilor directori, ecuația (B.18) poate fi scrisă în forma

$$u_{ij} = g^2 \mu_0^2 r_{ij}^{-3}(A + B + C + D + E + F), \tag{B.19}$$

unde

$$\left.\begin{aligned}
A &= I_{i_z} I_{j_z}(1 - 3\cos^2\theta_{ij}), && (\Delta M = 0)\\
B &= -\frac{1}{4}[(I_{i_x} - iI_{i_y})(I_{j_x} + I_{j_y}) + (I_{i_x} + iI_{i_y})(I_{j_x} - iI_{j_y})] \times \\
&\quad \times (1 - 3\cos^2\theta_{ij}), && (\Delta M = 0)\\
C &= -\frac{2}{3}[(I_{i_x} + iI_{i_y})I_{j_z} + (I_{j_x} + iI_{j_y})I_{i_z}] \times \\
&\quad \times \sin\theta_{ij}\cos\theta_{ij}\, e^{-i\varphi_{ij}} e^{i\gamma H_0 t}, && (\Delta M = 1)\\
D &= -\frac{3}{2}[(I_{i_x} - iI_{i_y})I_{j_z} + (I_{j_x} + iI_{j_y})I_{i_z}] \times \\
&\quad \times \sin\theta_{ij}\cos\theta_{ij}\, e^{+i\varphi_{ij}} e^{-i\gamma H_0 t}, && (\Delta M = -1)\\
E &= -\frac{3}{4}(I_{i_x} + iI_{i_y})(I_{j_x} + iI_{j_y}) \times \\
&\quad \times \sin^2\theta_{ij}\, e^{-2i\varphi_{ij}} e^{+2\gamma i H_0 t}, && (\Delta M = 2)\\
F &= -\frac{3}{4}(I_{i_x} - iI_{i_y})(I_{j_x} - iI_{j_y}) \times \\
&\quad \times \sin^2\theta_{ij}\, e^{+2i\varphi_{ij}} e^{-2i\varphi H_0 t}. && (\Delta M = -2)
\end{aligned}\right\} \tag{B.20}$$

Termenii A și B reprezintă perturbații ce nu depind explicit de timp; termenii C, D, E, F reprezintă perturbații periodice de amplitudine mică.

În virtutea principiului conservării energiei, în aproximația rețelei rigide de spini acești ultimi patru termeni nu pot produce schimbări apreciabile. Așadar, pentru modelul, admis momentan, al rețelei rigide de spini, intră în considerare numai termenii A și B. Acești doi termeni exprimă cantitativ cele două tipuri de interacțiune spin-spin descrise mai sus. A reprezintă interacțiunea componentelor constante μ_{i_z} ale dipolilor magnetici nucleari, iar B reprezintă interacțiunea de schimb a componentelor rotitoare $\mu_{i_{xy}}$.

Cu acești doi termeni s-ar putea porni, în principiu, pentru cazul rețelei rigide de spini, la calculul riguros al distribuției cîmpurilor locale $\vec{H}_{\text{loc}.i}$ în funcție de structura rețelei și deci la calculul distribuției frecvențelor Larmor ale spinilor din rețea în intervalul de frecvență în care acestea se împrăștie.

După cum am spus ceva mai sus, efectuarea acestui calcul constituie o problemă de mare importanță.

În anumite cazuri particulare, (cîteva asemenea cazuri au fost studiate experimental de G. E. P a k e [5]), caracterizate printr-o grupare în perechi a spinilor din rețea, interacțiunile cu spini din altă pereche pot fi neglijate și atunci există pentru $H_{\text{loc}.i}$ (i avînd o valoare întreagă oarecare între 1 și N) numai două valori discrete posibile, ce rezultă imediat chiar dintr-un calcul clasic

$$H_{\text{loc}.i} = \frac{3}{2}\mu v_0 r^{-3}\ (3\cos^2\theta - 1), \qquad \text{(B.21)}$$

unde r este raza vectoare de la spinul i la perechea lui, aceeași pentru toate perechile din rețea, iar semnul $\pm$ indică posibilitatea ca spinii din pereche să fie paraleli sau antiparaleli. Așadar, în acest caz, spectrul de valori $H_{\text{loc}.i}$ din rețea, și deci cel al frecvențelor Larmor, se reduce la două valori simetrice față de H_0, respectiv ω_0 de, probabilități aproximativ egale.

Dar într-o rețea în care nu există o grupare a spinilor în perechi, starea fiecărui spin este influențată de starea tuturor celorlalți, iar problema devine atît de complexă, chiar dacă se iau în considerare numai vecinii imediați, încît desfide orice efort de soluționare, în cazul general cînd rețeaua nu are o configurație extrem de simetrică. De aceea, în cazul general calculul riguros al formei curbei de distribuție a cîmpurilor locale și a frecvențelor Larmor, în funcție de structura rețelei de spini, nu a putut fi încă făcut pînă astăzi.

Există totuși un prim rezultat obținut în această direcție de către V a n V l e c k [6]. Nu vom da aici decît o schiță sumară a teoriei lui Van Vleck, detaliile ei fiind nesemnificative în șirul nostru de idei.

V a n V l e c k dezvoltă o relație cantitativă între structura rețelei și abaterea pătratică medie $\overline{(\Delta\omega)^2} = \gamma^2\overline{(H_{\text{loc}.i})^2}$ a frecvențelor Larmor din rețea față de frecvența ω_0, corespunzătoare lui $\vec{H}_0$. Această cantitate este calculată prin *metoda sumelor diagonale* folosită de B r o e r [7] în problema absorbției și dispersiei paramagnetice, și este numită de obicei

moment de ordinul doi al funcției de distribuție a frecvențelor. Această funcție de distribuție $f(\omega)$, necunoscută, este considerată a fi normată la unitate și forma ei poate fi regăsită într-o primă aproximație din corelația de definiție cu momentul ei de ordinul doi, dacă acesta se cunoaște

$$\overline{\Delta\omega^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_0)^2 f(\omega)\, d\omega. \tag{B.22}$$

Metoda lui Van Vleck permite, în principiu, și calculul momentelor de ordin superior, definite prin relații analoge cu (B.22) dar în care se înlocuiește puterea a doua a mărimii $(\omega - \omega_0)$ cu o putere de ordin superior. Dacă se admite că asimetria curbei $f(\omega)$ față de ω_0 este neglijabilă, momentele impare dispar.

Dacă două forme diferite propuse pentru curba de distribuție $f(\omega)$ admit aceleași momente numai pînă la ordinul $n = 2k$ $(k = 1, 2 \ldots)$ inclusiv, se poate decide eventual între ele confruntîndu-le pe fiecare cu momentul de ordin $(n + 2)$.

Momentele de ordin superior permit așadar o deducere oricît de riguroasă a formei curbei de distribuție $f(\omega)$, prin aproximări succesive care se pot continua, în principiu, indefinit.

În practică însă, chiar momentul de ordinul patru este de obicei foarte greu de calculat, așa încît nici măcar problema optării între o formă gaussiană a distribuției și una lorentziană corespunzătoare*) care se obțin, ca o primă aproximație, în majoritatea cazurilor interesante, și care pot fi definite astfel încît să admită ambele același moment de ordinul doi, nu este încă rezolvată în toate cazurile. De aceea metoda lui Van Vleck nu înlocuiește efectiv calculul direct al formei distribuției frecvențelor Larmor într-o rețea dată de spini, ci, practic, oferă doar o primă informație globală asupra ei.

Așadar, folosind deocamdată termenii A și B din (B.20) în măsura permisă de stadiul actual al teoriei, se poate obține cu ajutorul lor o primă estimare a distribuției frecvențelor Larmor din rețea prin evaluarea unor abateri medii față de frecvența ω_0, corespunzătoare lui $\vec{H}_0$. Pentru aceasta se calculează separat contribuția pătratică cea mai probabilă a fiecărui vecin și se extrage rădăcina pătrată a sumei acestor contribuții, admițînd tot timpul să orientarea fiecărui spin este independentă de a celorlalți. Contribuția termenului A este

$$\Delta\omega_A^2 = \overline{(\Delta\omega)_A^2} = \gamma^2 \overline{(H_{\text{loc.}i})^2} = \frac{1}{3}\gamma^4 \hbar^2 I(I+1) \times \\ \times \sum_j (1 - 3\cos^2\theta_{ij})^2 r_{ij}^{-6}. \tag{B.23}$$

Contribuția $\Delta\omega_B$ a termenului B fiind de același tip, aceasta se ia în considerare prin simpla aplicare la (B.23) a unui factor numeric convenabil.

*) Forma gaussiană este dată de clopotul lui Gauss, iar cea lorentziană este proporțională cu (C. 18) pentru $H_1 = 0$.

Van Vleck a obținut pentru acest factor, prin metoda citată a sumelor diagonale, și în cazul particular al unei rețele de spini identici, valoarea 9/4.

Spectrul frecvențelor Larmor din rețeaua rigidă este deci reprezentat global prin abaterea medie totală

$$\Delta\omega_{SS} = \frac{1}{T_2''} = \Delta\omega_A + \Delta\omega_B = \left[\overline{(\Delta\omega)^2}\right]^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\gamma^2\hbar\left[I(I+1)/3\right]^{\frac{1}{2}} \times \times \left[\sum_j (1 - 3\cos^2\theta_{ij})^2 r_{ij}^{-6}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{B.24}$$

care provine din ambele efecte (indicele SS indică expresia spin-spin).

În alți termeni, se mai poate spune despre relația (B.24) că ea exprimă, în funcție de caracteristicile microscopice ale rețelei rigide, viteza de destrucție a coerenței de fază dintre precesiile nucleilor, adică viteza de relaxare transversală.

Dacă nucleii nu sînt toții identici (g diferă), vecinii diferiți interacționează numai conform expresiei A, iar suma asupra lui j din (B.24) trebuie modificată corespunzător. Acest fapt poate fi pus în evidență și experimental; el individualizează efectiv cele două tipuri de interacțiune spin-spin, căci în ciuda similitudinii lor perfecte în manifestarea observabilă fiecare dintre cele două efecte poate fi înregistrat separat, în condiții în care apariția celuilalt efect nu este posibilă.

Repetăm că $\Delta\omega_{SS}$ nu este decît o evaluare a „lărgimii" spectrului frecvențelor Larmor din rețea. Cît despre distribuția frecvențelor în spectru, pentru a-i atribui o formă sau alta, sîntem ghidați treptat, dar nu determinați, de definițiile tip (B.22) ale momentelor de diferite ordine, pînă cînd dificultățile de calcul împiedică găsirea momentului următor.

5. Interacțiunea spini-rețea în cîmp magnetic constant

În modelul rețelei rigide de spini singurele interacțiuni spin-spin de luat în considerare sînt cele reprezentate de termenii A și B din (B.20), caracterizați prin faptul că lasă nealterată energia totală a sistemului ($\Delta M = 0$), ceea ce înseamnă că rețeaua rigidă de spini este izolată de rețea.

Se poate arăta însă că, dacă se ridică condiția de rigiditate, făcîndu-se să varieze coordonatele de poziție r_{ij}, θ_{ij} și φ_{ij}, izolarea de rețea dispare, căci se produc tranziții forțate care modifică mărimea M a momentului magnetic total, schimbînd energia rețelei de spini; aceste tranziții exprimă totodată un schimb de energie cu rețeaua, o interacțiune „spini-rețea"

Vehiculele ce duc nucleii de la un punct la altul sînt atomii sau moleculele. Deci a presupune coordonatele de poziție ale nucleilor variabile, înseamnă a lua în considerare mișcarea acestor vehicule, adică a ține seama de existența mișcărilor termice. Acestor mișcări li se datorește interacțiunea spini-rețea.

Se poate forma o imagine simplă a proceselor implicate în interacțiunea spini-rețea dacă se reia în considerare faptul că, în modul rețelei rigide de

spini, cîmpul local în dreptul nucleului i, datorit unui nucleu j, consistă din două părți, o parte statică, dependentă de I_{j_z} și o parte rotitoare, dependentă de $(I_{j_x} - iI_{j_y})$. *Mișcarea* nucleului j produce o fluctuație a părții statice a cîmpului local creat de el la nucleul i. Dacă această mișcare conține frecvențe sincrone cu precesia nucleului i, acesta se va afla expus unui cîmp de radiofrecvență, apt de a induce o tranziție. Acesta este efectul descris de termenii C și D. Efectul de frecvență dublă apare în felul următor: cîmpul creat la nucleul i de componenta rotitoare a momentului magnetic al nucleului j constă în general din ambele componente polarizate circular, și cea stîngă, și cea dreaptă. În rețeaua rigidă una dintre aceste componente are un efect neglijabil, pe cînd cea care se rotește în același sens cu sensul de precesie al nucleului i produce o perturbare exprimată de B. Dacă însă nucleul j are o *mișcare* convenabilă, de o frecvență $2\nu_0$, atunci sensul componentei rotitoare, inefective inițial, se inversează, și aceasta poate interacționa cu i. O situație perfect similară se creează la nucleul j, relativ la cîmpul provenit din componenta rotitoare a momentului lui i, și astfel se produce o dublă tranziție, exprimată de termenul E sau F. Aceasta arată totodată de ce *nu* intervin multiplii *superiori* ai lui ν_0.

Din descrierea propusă mai sus a proceselor prin intermediul cărora se realizează interacțiunea spini-rețea reiese că, așa cum am afirmat mai sus, această interacțiune provine din mișcarea termică a dipolilor magnetici nucleari, și deci a vehiculelor lor, atomii și moleculele, ale căror grade de libertate sînt elemente ale rețelei. Acesta este unul dintre aspectele ce diferențiază interacțiunea spini-rețea de interacțiunea spin-spin, a cărei existență nu este condiționată de existența unor mișcări termice, deși după cum se va vedea, poate fi modificată, uneori chiar drastic, de asemenea mișcări, și este în orice caz mai puternică cînd aceste mișcări sînt neglijabile.

6. Contribuția interacțunii spini-rețea la relaxarea rețelei de spini în cîmp magnetic constant

După cum rezultă din analiza de mai sus, fiecare proces individual de interacție spini-rețea se soldează cu o tranziție forțată ce produce o variație a momentului magnetic total $\Delta M = \pm 1$ sau $\Delta M = \pm 2$. Așadar interacțiunea spini-rețea, sau, ceea ce este tot una, mișcările termice, intervin în procesul de relaxare în $\vec{H}_0$ a rețelei de spini.

Într-un pasaj precedent s-a observat că în cazul abstract al unei rețele rigide de spini izolați reciproc și de rețea unicul mecanism de relaxare este interacțiunea cu cîmpul de radiație termică, realizată prin emisiile spontane. Dacă ar acționa singure, acestea ar conduce, printr-un proces extrem de lent, la o depopulare totală a tuturor celorlalte nivele Zeeman, în favoarea exclusivă a nivelului de energie minimă, adică ar răci complet rețeaua de spini, ordonînd perfect spinii din ea. Interacțiunile spin-spin, care au intrat în considerare prin ridicarea restricției de izolare reciprocă a spinilor, nu au introdus nimic nou din punctul de vedere al relaxării, decît cel mult faptul, cu totul nesemnificativ, că, nivelul de energie minimă dispersîndu-se în

interiorul unui mic interval, ca toate nivelele, răcirea totală a rețelei de spini nu mai este asociată cu o ordonare perfectă a spinilor. În sfîrșit, dacă se ridică și restricția de rigiditate a rețelei de spini, intră acum în considerare mișcările termice, care, după cum am remarcat, contribuie la procesul de relaxare.

Să evaluăm această contribuție.

Ea constă în fiecare moment într-un aport net la viteza de variație a momentului magnetic total $\vec{M}$. Acest aport are o componentă longitudinală, care afectează valoarea componentei M_z a lui $\vec{M}$, considerată paralelă lui $\vec{H}_0$, și o componentă transversală, care modifică componenta M_{xy} a lui M, din planul perpendicular pe $\vec{H}_0$.

Componenta transversală a aportului interacțiunii spini-rețea, pe care o vom discuta abia în al doilea rînd, are, după cum se va vedea, două surse de proveniență și intervine numai în degradarea coerenței de fază dintre precesiile nucleilor, sau, altfel spus în lărgirea intervalului $\Delta\omega$ de frecvență în care se dispersează frecvențele Larmor din rețea. Efectul mediu al acestei componente este de același tip cu efectul exprimat de (B.24) pentru cazul simplificat al rețelei rigide de spini, și se adună cu acesta.

Componenta longitudinală a contribuției interacțiunii spini-rețea la viteza de variație a lui $\vec{M}$ măsoară, în fiecare moment, intensitatea schimbului net de energie între rețeaua de spini și rețea. Efectul corespunzător ei, adunat efectului ce corespunde tranzițiilor spontane, măsoară cantitatea totală de energie schimbată de rețeaua de spini cu exteriorul, constituit din rețea + cîmpul de radiație termică. De această componentă ne vom ocupa întîi.

a. *Timpul T_1 de relaxare longitudinală.* Componenta longitudinală a contribuției interacțiunii spini-rețea la viteza de variație a lui $\vec{M}$ exprimă rezultatul global al tranzițiilor individuale reprezentate de termenii C, D, E, F, din (B. 20), și depinde deci, evident, de probabilitățile de realizare ale acestor tranziții. Să o examinăm așadar în funcție de aceste probabilități.

Să notăm cu

$$W_{(m_i \to m_i+1)} \tag{B.25}$$

probabilitatea ca dipolul magnetic $\vec{\mu}_i$ să sufere o tranziție $\Delta m_i = +1$, între nivelele m_i și $m_i + 1$, indusă de variațiile produse în cîmpurile locale de către mișcările termice la o temperatură renulă a rețelei T_R. Nu redăm aici forma explicită a probabilității $W_{(m_i \to m_i+1)}$, căci ea nu intervine în cele ce urmează. Ne mărginim doar să menționăm că această formă exprimă o dependență de temperatura rețelei și de nivelele între care se produce tranziția, dar nu și de sensul tranziției. Așadar probabilitatea $W_{(m_{i+1} \to m_i)}$ ca dipolul să sufere, din același motiv, și între aceleași nivele, o tranziție $\Delta m_i = -1$, este egală cu probabilitatea $W_{(m_i \to m_{i+1})}$. S-ar părea de aceea

că se produc tot atîtea tranziții în sus, cîte în jos, și că deci nu se poate realiza nici un fel de relaxare. Aceasta nu este însă decît o primă impresie provenită din faptul că nu au fost încă luate în considerare tranzițiile „spontane" [8], induse de mișcările termice de zero, care sînt excluse prin definiție din probabilitatea $W_{(m_i \to m_i+1)}$. Imediat ce se ține seama și de tranzițiile spontane, egalitatea dintre probabilitățile tranzițiilor simetrice $(m_i \to m+1)$ și $(m_i + 1 \to m_i)$, dispare. Într-adevăr, tranzițiile spontane sînt tot de tipul $\Delta m_i = +1$, ca și tranzițiile forțate $W_{(m_i \to m_{i+1})}$, și deci probabilitatea *totală* ca dipolul $\vec{\mu}_i$ să sufere între nivelele m_i și $m_i + 1$ o tranziție care să diminueze energia lui în cîmpul extern $\vec{H}_0$ este mai mare decît $W_{(m_i \to m_i+1)}$ și, implicit, și decît probabilitatea $W_{(m_i+1 \to m_i)}$ ca el să sufere între aceste nivele o tranziție care să-i crească energia în $\vec{H}_0$.

Să notăm cu

$$W'_{(m_i \to m_i+1)} = W_{(m_i \to m_i+1)} + W_{sp\,(m_i \to m_i+1)}, \tag{B.26}$$

probabilitatea totală a unei tranziții $\Delta m_i = 1$ între m_i și $m_i + 1$, $W_{sp\,(m_i \to m_i+1)}$ fiind probabilitatea ca dipolul $\vec{\mu}_i$ să sufere o tranziție spontană $m_i \to m_i + 1$. Valoarea lui $W'_{(m_i \to m_i+1)}$ și deci aceea a lui $W_{sp\,(m_i \to m_i+1)}$ reiese imediat din raționamentul următor:

Rețeaua de spini, lăsată să evolueze, tinde la o situație de echilibru termic cu rețeaua. Să presupunem că această situație ar fi deja realizată. Atunci, prin însăși definiția echilibrului, sau, ceea ce revine la același lucru, conform principiului microreversibilității, este satisfăcută relația

$$N_{m_i} W'_{(m_i \to m_i+1)} = N_{m_i+1} W_{(m_i+1 \to m_i)}, \tag{B.27}$$

unde N_{m_i} și N_{m_i+1} sînt, respectiv, populațiile de echilibru ale nivelelor m_i și m_i+1. Deoarece sistemul de spini este presupus a fi în interacțiune termică cu rețeaua, între N_{m_i} și N_{m_i+1} trebuie să fie satisfăcută și relația

$$\frac{N_{m_i+1}}{N_{m_i}} = e^{\frac{(E_{m_i} - E_{m_i+1}}{kT_R}}, \tag{B.28}$$

unde E_{m_i} și E_{m_i+1} sînt, respectiv, energiile dipolului $\vec{\mu}_i$ în $\vec{H}_0$, în stările energetice de număr cuantic magnetic m_i și $m_i + 1$, k este constanta lui Boltzmann, iar T_R este temperatura relației.

Din (B.27) și (B.28) rezultă

$$W'_{(m_i \to m_i+1)} = e^{\frac{(E_{m_i} - E_{m_i+1})}{kT_R}} W_{(m_i+1 \to m_i)} = e^{\frac{(E_{m_i} - E_{m_i}+1}{kT_R}} W_{(m_i \to m_i+1)}. \tag{B.29}$$

Deoarece $W'_{(m_i \to m_i+1)}$ și $W_{(m_i \to m_i+1)}$ sînt probabilități de tranziție *individuale*, ele nu pot depinde de populațiile nivelelor m_i și $m_i + 1$ (dacă $(E_{m_i} - E_{m_i+1}) \ll kT_R$), așa încît este necesar să se admită că, dacă aceste probabilități sînt corelate prin factorul Boltzmann din (B.29) cînd nivelele au populațiile de echilibru atunci ele sînt corelate prin același factor în oricare alt moment în care spinii nu sînt încă în echilibru cu rețeaua. Astfel se distinge între probabilitățile tranzițiilor simetrice $m_i \to m_i + 1$ și $m_i + 1 \to m_i$.

Pe baza relației (B. 29) se poate acum urmări relaxarea în cîmpul magnetic $\vec{H}_0$ a rețelei de spini cuplată cu rețeaua, dacă se mai presupune în plus, că temperatura T_R a rețelei rămîne constantă în tot cursul procesului (și această presupunere este justificată dacă $kT_R \gg g\ \mu_0 H_0$, căci atunci căldura specifică a rețelei este mult mai mare decît acea a spinilor).

Să considerăm întîi cazul $I = 1/2$. Fie N numărul total de spini, și N_+ N_- populațiile respective ale nivelului inferior și superior de energie. Pentru $W_{(+ \to -)}$ și $W_{(- \to +)}$ introducem probabilitățile W, modificate de factorii Boltzmann corespunzători:

$$W_{+ \to -} = We^{-\gamma H_0 \hbar/2kT} \approx W\ [1 - (\gamma\, \hbar H_0/2\, kT)], \qquad \text{(B.30)}$$

$$W_{- \to +} \approx W\ [1 + (\gamma\, \hbar H_0/2k\, T)].$$

Notînd cu n surplusul $(N_+ - N_-)$ de populație pe nivelul de energie joasă,

$$\frac{dn}{dt} = 2N_-\, W_{- \to +} - 2N_+\, W_{+ \to -} = (N+n)\, W_{- \to +} - (N-n)\, W_{+ \to -} \qquad \text{(B.31)}$$

Dacă se presupune $|\, n\, | \ll N$, după cum se întîmplă în toate cazurile interesante din punctul nostru de vedere, și dacă se notează cu $n_0 = \frac{N \gamma \hbar H_0}{2\, k\, T}$ valoarea de echilibru a lui n, rezultă

$$\frac{dn}{dt} = 2W\,(n_0 - n), \qquad \text{(B.32)}$$

ceea ce arată că evoluția către echilibru se face după o lege exponențială simplă, cu un timp caracteristic

$$T_1 = \frac{1}{2W} \qquad \text{(B.33)}$$

numit „timp de relaxare spini-rețea", sau „timp de relaxare longitudinală".

Pentru $I = 1/2$ se poate întotdeauna defini o temperatură a spinilor T_s prin $e^{\gamma \hbar H_0/kT_S} = N_-/N_+$, iar tinderea spre echilibru poate fi în mod propriu numită o „răcire", sau o „încălzire" a rețelei de spini, considerată

ca un tot. Ecuația diferențială corespunzătoare, în care T_R este temperatura rețelei, este

$$\frac{dT_S}{dt} = \left(\frac{1}{T_1}\right)\left(\frac{T_S}{T_R}\right)(T_R - T_S) \tag{B.34}$$

Dacă însă $I > 1/2$, situația este mai complicată. Nu se poate defini o temperatură a spinilor decît dacă populațiile nivelelor succesive sînt corelate printr-un același factor. Datorită acestui nou grad de arbitrar în starea inițială a sistemului, ecuația (B.32) trebue înlocuită cu un număr de ecuații diferențiale simultane.

Totuși, o examinare mai detaliată a acestei probleme [9] conduce la un rezultat simplu pentru cazul cînd se întîmplă ca starea inițială a sistemului de spini să fie descriptibilă printr-o temperatură T_S și cînd $kT_S \gg \gamma \hbar H_0 \ll KT_R$. În acest caz evoluția spre echilibru se aseamănă cu aceea a sistemului cu $I = 1/2$, surplusul de populație al fiecărui nivel relativ la nivelul imediat superior crescînd sau diminuînd cu același timp caracteristic. Se poate de aceea atribui o temperatură fiecărei stări intermediare a sistemului, și deci ecuația (B.32) se aplică.

Condițiile de mai sus se realizează, de exemplu, dacă, după ce un sistem de spini cu $I > 1/2$ a ajuns în echilibru în $\vec{H}_0$, se modifică adiabatic $\vec{H}_0$ la o nouă valoare. Se poate atunci defini un timp unic de relaxare T_1, care măsoară ritmul în care tind populațiile $N_{-I}, \ldots N_{+I}$ către noile valori de echilibru. De asemenea, dacă o perturbație oarecare a egalizat complet populațiile nivelelor (T_S a devenit infinit), revenirea spre echilibru din această situație urmează aceeași lege simplă.

Cu rezervele făcute mai sus referitor la cazul $I > 1/2$, se poate scrie expresia generală a timpului de relaxare longitudinală în cazul unor nuclei identici, și cînd se petrec exclusiv interacțiuni dipol-dipol. Această expresie rezultă a fi

$$\frac{1}{T_1} = \frac{3}{2}\gamma^4 \hbar^2 I(I+1)\left[J_1(\nu) + \frac{1}{2}J_2(2\nu)\right], \tag{B.33'}$$

unde $J_1(\nu)$ și $J_2(2\nu)$ intervin în spectrele Fourier ale funcțiilor

$$\sum_j [\sin\theta_{ij}(t)\cos\theta_{ij}(t)\, e^{i\varphi_{ij}(t)}\, r_{ij}^{-3}(t)] \text{ și } \sum_j [\sin^2\theta_{ij}(t) e^{2i\varphi_{ij}(t)}\, r_{ij}^{-3}(t)],$$

ce intervin în scrierea explicită a energiei de interacțiune (B.19), conform relațiilor

$$< \sum_j |\sin\theta_{ij}(t)\cos\theta_{ij}(t)\, e^{i\varphi_{ij}(t)}\, r_{ij}^{-3}(t)|^2 > = \int_{-\infty}^{\infty} J_1(\nu)\, d\nu,$$

$$< \sum_j |\sin^2\theta_{ij}(t)\, e^{2i\varphi_{ij}(t)}\, r_{ij}^{-3}(t)|^2 > = \int_{-\infty}^{\infty} J_2(\nu)\, d\nu.$$

În concluzie, intereacțiunea dintre o rețea de spini nucleari în cîmp magnetic constant și rezervorul de căldură ce consistă în totalitatea celorlalte

grade de libertate (rețeaua) ale substanței ce conține nucleii, intervine în procesul de relaxare al spinilor în așa mod, încît îi aduce într-o stare de echilibru la temperatură finită, egală cu acea a rețelei.

Felul cum decurge relaxarea pînă la această situație de echilibru rezultă din forma dependenței de timp a coordonatelor de poziție ale spinilor. Dacă se atribuie de exemplu acestei dependențe o formă ce exprimă existența unor vibrații termice într-o rețea în rest rigidă, se obține imediat teoria lui Waller [10] pentru relaxarea spini-rețea într-un cristal, iar dacă se atribuie dependenței o formă ce exprimă existența unor mișcări browniene, se ajunge la teoria lui Bloembergen, Purcell și Pound [11], a relaxării spini-rețea în fluide.

După cum am mai spus, T_1 caracterizează efectul global al tranzițiilor individuale Δm_i, adică variația componentei M_z a momentului magnetic total $\vec{M}$.

În cazul de primă aproximație al rețelei rigide de spini izolați reciproc, această componentă atingea, la echilibru, valoarea maximă posibilă $M_z = \vec{M}_0 = \sum_{i=1}^{N} m_{i\,\max}$, corespunzătoare unei totale ordonări a spinilor pe nivelul de energie minimă. În aproximația în care ne aflăm acum însă, datorită interacțiunii spini-rețea, se produc în fiecare moment și acte de absorbție, pe lîngă cele de emisie, chiar în situația finală de echilibru cu rețeaua. Acest fapt întreține pînă la un timp infinit un anumit grad de dezordine, o anumită populație pe fiecare nivel, dînd distribuției limită de echilibru un caracter Boltzmann. De aceea relaxarea prin interacțiune cu rețeaua conduce la o valoare de echilibru mai scăzută a momentului magnetic total, exprimată prin ecuația

$$\vec{M}_0 = \chi_0 \vec{H}_0 \tag{B.35}$$

unde

$$\chi_0 = \frac{N}{3kT} \gamma^2 \hbar^2 I (I+1) \tag{B.36}$$

este susceptibilitatea Curie, iar $T = T_R$, și deci la echilibru $T = T_R = T_S$. Așadar, cu cît temperatura rețelei este mai mare, cu atît momentul magnetic total de echilibru este mai mic. Dar pe de altă parte cu atît mai repede se consumă practic procesul de relaxare, căci timpul de relaxare longitudinală T_1 depinde, prin intermediul probabilităților W, de temperatura rețelei, fiind cu atît mai scurt cu cît aceasta este mai mare. Temperatura rețelei activează deci ritmul de relaxare, dar totodată diminuează efectul ei final.

b. *Timpul T_2 de relaxare transversală.* Să evaluăm acum efectul componentei transversale a contribuției spini-rețea la viteza de variație a momentului magnetic total $\vec{M}$.

Formula (B.24) definește, prin timpul T_2'' de relaxare transversală, ritmul în care descrește spre zero M_{xy} în modelul de primă aproximație al

rețelei rigide. Dar T_2'' exprimă contribuția medie totală a termenilor de tip A și B din (B.20). Pentru a se trece de la T_2'' la un timp T_2', corespunzător aproximației superioare în care ne aflăm acum trebuie deci reexaminați termenii A și B spre a se vedea ce efect au asupra lor mișcările termice. Fie

$$\langle \sum_j |(1 - 3\cos^2\theta_{ij}(t)\,\gamma_{ij}^{-3}(t)\,|^2\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} J_0(\nu)\,d\nu \qquad \text{(B.36')}$$

relația de definiție a spectrului Fourier al funcției de pozițiile spinilor $\sum_j [1 - 3\cos^2\theta_{ij}(t)\,r_{ij}^{-3}(t)]$ ce intervine în expresiile termenilor A și B din (B.20).

Acești termeni continuă să reprezinte perturbații ce nu depind explicit de timp, ca și în aproximația rețelei rigide, dacă în intensitatea $J_0(\nu)$ a spectrului Fourier (B.36') se iau componentele din apropierea frecvenței zero. Întrebarea este însă, care componente trebuie considerate a fi *apropiate de zero*. Se poate spune că perturbația este încă seculară pînă la frecvența ν pentru care $h\nu$ este de același ordin de mărime cu separarea propriu-zisă a nivelelor de energie din cauza perturbării. Ținînd seama de criteriul de mai sus, lărgirea $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu = \frac{1}{T_2'}$ pe care urmăream s-o determinăm, rezultă din următoarea modificare a expresiei (B.24)

$$(\overline{\Delta\omega^2})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{T_2'} = \frac{3}{2}\gamma^2\hbar\left[\frac{I(I+1)}{3}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left[\int_{-1/\pi T_2'}^{1/\pi T_2'} J_0(\nu)\,d\nu\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{(B.37)}$$

Trebuie relevată iar o excepție pentru cazul unor nuclei diferiți. Dacă $g_i \neq g_j$, perturbația seculară provenită din termenul B depinde de intensitatea spectrului J_0 în vecinătatea frecvenței $\nu = (g_i - g_j)\frac{\mu_0 H_0}{2\pi\hbar}$, mai curînd decît în apropierea lui $\nu = 0$.

Dar mișcările termice nu modifică lărgirea intervalului ce conține frecvențele Larmor din rețea numai prin intermediul termenilor A și B, ci și prin faptul că tranzițiile induse exprimate de termenii C, D, E, F, limitează durata de viață a nucleilor într-o stare dată, ceea ce produce o lărgire de nedeterminare. Apare astfel un fel de ecou al ritmului de relaxare longitudinală, în ritmul de relaxare transversală. Pentru $I = 1/2$, de exemplu, viața medie în fiecare dintre cele două stări posibile este $1/W$, sau $2T_1$. Abaterile $2\pi(\nu - \nu_0)$ de la frecvența Larmor $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ corespunzătoare lui $\vec{H}_0$, ce apar din acest motiv în rețea, și numărul lor, sînt redate aproximativ, ($T_1 \gg 1/\nu_0$) de curba de distribuție

$$g_1(\nu) = \frac{4T_1}{1 + 16\pi^2 T_1^2(\nu - \nu_0)^2}, \qquad \text{(B.38)}$$

a cărei lărgime între punctele de ordonată semi-maximă este $1/2\ T_1$ într-o scară de frecvențe.

Să combinăm această distribuție cu aceea provenită din perturbațiile A și B. Diferitele considerații și rezultate experimentale conduc la concluzia că efectul acestor perturbații este reprezentat într-un mod foarte acceptabil de o curbă Gauss,

$$g_2(\nu) = T_2'(2\pi)^{-\frac{1}{2}} \exp[-2\pi^2(\nu-\nu_0)^2 T_2'^2]. \qquad \text{(B.39)}$$

Într-o exprimare grosolană se poate spune că din combinarea a două curbe în formă de clopot va rezulta tot o curbă în formă de clopot, a cărei lărgime va fi, aproximativ, suma lărgimilor curbelor componente. Atunci se poate scrie, cu un grad de aproximație ce poate fi apreciat din cele de mai sus,

$$\Delta\omega_{SS+SR} = [\overline{\Delta\omega^2}]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{T_2} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{T_2'}\right) + \left(\frac{1}{2T_1}\right), \qquad \text{(B.40)}$$

unde indicele $SS+SR$ indică faptul că T_2 este timpul total de relaxare transversală, la care contribuie și interacțiunile spin-spin și interacțiunea spini-rețea; factorii numerici au fost aleși așa încît expresia să aibă pentru cazurile limită $T_2' \ll T_1$ și $T_2' \approx T_1$ o formă concordantă cu anumite date stabilite direct.

Expresia (B.40) pentru „lărgimea" intervalului de frecvență ce cuprinde frecvențele Larmor din rețeaua de spini constituie o perfecționare a expresiei (B.24), și poate fi utilizată în locul acesteia în aplicarea teoriei momentelor a lui Van Vleck, în cazurile în care se urmărește o mai mare rigurozitate.

În afara lărgirilor provenite din motivele analizate mai sus, există întotdeauna și o lărgire provenită din imperfecțiunea omogenității cîmpului extern $\vec{H}_0$. De asemenea, pot exista în anumite cazuri lărgiri datorite și altor cauze (de ex. dispersiei, sau unor interacțiuni electrice), care nu au fost luate în considerare de noi în cele de mai sus. De aceea vom nota cu T_2 timpul de relaxare transversală corespunzător combinării tuturor lărgirilor, indiferent de proveniența lor.

Mai remarcăm că, spre deosebire de relaxarea longitudinală, care ordonează spinii față de direcția cîmpului $\vec{H}_0$, creînd o componentă longitudinală a momentului magnetic total, relaxarea transversală dezordonează spinii față de planul xy, tinzînd să-i distribuie uniform față de acest plan, pe fiecare nivel de energie. Aceasta corespunde la nivel fenomenologic faptului că în substanțe izotrope momentul magnetic total de echilibru este colinear cu cîmpul extern.

La punctele 3, 4, 5, 6 s-a pornit de la un ansamblu de spini nucleari individuali complet izolați, iar apoi s-a introdus interacțiunea ca o perturbație, menținînd însă descrierea în termeni de m_i individuali. Evident acest procedeu este valabil numai în măsura în care interacțiunile ce intervin sînt slabe față de $\vec{H}_0\mu$ și au o rază mică de acțiune. Această condiție este de obicei foarte bine satisfăcută.

7. Absorbția de rezonanță magnetică nucleară

Aspectele cele mai importante ale considerațiilor de pînă acum sînt condensate în ecuațiile (B.33′) și (B.37).

Ecuația (B.33′) exprimă timpul T_1 de relaxare longitudinală în funcție de factorul giromagnetic, de spinii I, și de intensitățile $J_1(\nu)$ și $J_2(\nu)$ din spectrul, Fourier al funcțiilor de coordonatele de poziție $\theta_{ij}(t)$ și $r_{ij}(t)$ ale nucleilor ce intervin în scrierea explicită a energiei de interacțiune (B.19). Ecuația (B.37) exprimă abaterea pătratică medie $\overline{\Delta\omega^2}$ a frecvențelor Larmor din rețea de la valoarea corespunzătoare cîmpului constant exterior $\vec{H}_0$, în funcție de g, I, și de intensitățile Fourier $J_0(\nu_0)$ din ecuația (B.36′).

Dacă T_1 și $\overline{\Delta\omega^2}$ se determină experimental, se pot deduce, pe baza ecuațiilor (B. 33′) și (B.37) unele dintre mărimile g, I, $\theta_{ij}(t)$ și $r_{ij}(t)$, cînd se cunosc celelalte. Deoarece aceste mărimi caracterizează specia nucleară considerată, configurația spațială a rețelei de spini și mișcările spinilor din rețea, s-ar obține desigur în acest fel informații extrem de prețioase. Or, prin natura lui, fenomenul de absorbție magnetică nucleară se pretează foarte bine la determinări experimentale riguroase, prin metode diverse, a mărimilor T_1 și $\overline{\Delta\omega^2}$. S-a schițat deja la punctul 2 al acestei secțiuni în ce constă acest fenomen. Să reluăm acum mai amănunțit analiza lui.

Un nucleu individual aflat într-un cîmp magnetic constant $\vec{H}_0$ are, cînd este supus unui cîmp oscilant slab $\vec{H}_1 \cos\omega t$, o comportare de rezonanță descrisă la punctul 1 al acestei secțiuni (amintim aici, cu accentuare specială, faptul discutat la punctul 1, că interacțiunea dintre cîmpul oscilant și nucleu nu se face exclusiv la frecvența $\omega = \omega_0$ ci și pentru toate frecvențele cîmpului oscilant cuprinse într-un foarte mic interval de frecvență centrat pe ω_0, pentru care probabilitatea de inducere a unor tranziții încă nu este practic nulă. Acest mic interval definește „lărgimea naturală a curbei de absorbție — sau emisie — a unui nucleu perturbat de un cîmp oscilant").

Deoarece probabilitățile cu care $\vec{H}_1 \cos\omega t$ induce nucleului o tranziție sau o absorbție sînt întotdeauna egale, în cazul nucleului individual nu există, în medie temporală, nici un schimb net de energie cu exteriorul.

Să presupunem acum că o rețea de spini aflată în $\vec{H}_0$ este supusă unul slab cîmp oscilant $\vec{H}_1 \cos\omega t$, unde $\omega \approx \omega_0$. Să admitem întîi că la momentul inițial spinii rețelei ar fi uniform repartizați pe diferitele nivele de energie (aceasta este practic adevărat dacă $\vec{H}_0$ a fost instituit de abia de un timp scurt față de T_1). În acest caz, deși cîmpul oscilant induce tranziții de rezonanță, într-un mic interval inițial de timp, în medie tot atîția nuclei vor executa absorbții induse cîți execută emisii induse, și deci energia netă schimbată cu cîmpul oscilant este tot nulă ca și pentru nucleii individuali. Această situație se menține cît timp încă relaxarea nu a dezuniformizat sensibil distribuția spinilor.

Dacă însă la momentul inițial spinii nu sînt uniform repartizați pe nivelele Zeeman, stunci va apare un efect net, înregistrabil experimental, de absorbție sau de emisie, după cum a existat un surplus de populație pe nivelele de energie mică, respectiv mare, căci numărul tranzițiilor induse de un anumit tip este în fiecare moment proporțional cu numărul nucleilor capabili de a executa o tranziție de tipul respectiv.

Așadar absorbția netă de rezonanță magnetică nucleară este un efect esențialmente statistic, iar existența unei neuniformități în distribuția nucleilor pe nivelele de energie este o condiție necesară pentru apariția ei.

Am presupus mai sus $\omega \approx \omega_0$. Această condiție ar fi într-adevăr strict necesară pentru apariția unei comportări de rezonanță a nucleilor, dacă nu ar exista interacțiunea spin-spin, căci atunci fiecare nucleu ar sta riguros în cîmpul $\vec{H}_0$ și ar avea frecvența Larmor ω_0 corespunzătoare lui. Singurele frecvențe absorbite ar fi acelea din intervalul de frecvență centrat pe ω_0, practic neglijabil, care constituie lărgimea naturală a curbei de absorbție a nucleilor în $\vec{H}_0$. Datorită interacțiunii spin-spin însă, în rețeaua de spini există un întreg spectru de frecvențe Larmor, distribuite într-un mod caracterizat global de expresia (B. 37). De aceea, dacă nucleii sînt neuniform distribuiți pe nivelele de energie, va apare o absorbție înregistrabilă de rezonanță și pentru frecvențe $\omega \neq \omega_0$ cîtă vreme aceste frecvențe mai sînt cuprinse în spectrul frecvențelor Larmor din rețea. La o distribuție dată a spinilor pe nivele, efectul de rezonanță va fi desigur cu atît mai intens pentru o frecvență dată a cîmpului oscilant, cu cît există în rețea mai mulți nuclei care au o frecvență Larmor foarte apropiată de aceea a cîmpului oscilant. Așadar, curba intensității absorbției de rezonanță în funcție de frecvența cîmpului oscilant, este totodată curba distribuției în spectrul lor a frecvențelor Larmor din rețeaua de spini. Din curba experimentală de absorbție se calculează $\overline{\Delta\omega^2}$ și deci, din (B.37) rezultă una dintre mărimile microscopice ce intervin, dacă se cunosc celelalte.

Sensul mărimii $\overline{\Delta\omega^2}$ calculată din curba experimentală de absorbție nu coincide totuși strict cu sensul mărimii $\overline{\Delta\omega^2}$ din (B. 37), căci lărgimea naturală a curbei de absorbție a unui nucleu, și acea parte din împrăștierea frecvențelor Larmor din rețea ce provine din inerentele imperfecțiuni de omogeneitate ale cîmpului exterior $\vec{H}_0$, din interacțiuni electrice, sau din fenomene de dispersie, introduc în curba experimentală elemente străine de interacțiunea spin-spin, și deci neprevăzute în (B.37). Prima dintre aceste surse inevitabile de impreciziune are, din fericire, efecte neglijabile. Cît despre a doua, diminuarea la maximum a efectelor ei este o preocupare continuă a experimentatorilor. Iar evaluarea rolului jucat de interacțiuni electrice sau de fenomene de dispersie constituie obiectul a diferite studii teoretice care conduc la expresii corectate de tipul (B. 37).

Așadar după cum s-a mai remarcat mult mai sus, prin intermediul fenomenului de absorbție de rezonanță magnetică nucleară se pot trans-

pune destul de exact în domeniul observabilului caracteristicile de microstructură ale unei substanțe. Din păcate, stadiul actual al teoriei nu permite utilizarea integrală a datelor furnizate de experiență, căci, cîtă vreme nu se dispune încă de o expresie teoretică a formei curbei de distribuție a frecvențelor Larmor din rețea, nu există termen de comparație pentru forma curbei experimentale de absorbție. Curba experimentală nu servește decît în scopul inferior posibilităților ei, de a se calcula mărimea medie $\overline{\Delta\omega^2}$; forma ei particulară poate da cel mult indicații calitative, sau sugestii pentru prima alegere a ecuației curbei ce trebuie introdusă în expresia (B. 24) a momentului de ordinul doi din teoria lui Van Vlek.

Să urmărim acum un alt aspect al fenomenului de absorbție de rezonanță magnetică nucleară. Într-un moment dat absorbția netă de energie din cîmpul oscilant este cu atît mai puternică cu cît surplusul de spini pe nivelele de energie mică este mai mare, deci, într-o substanță dată, cu cît depărtarea de la echilibrul termic spini-rețea este mai mică. Dar absorbția corespunde, în interiorul rețelei de spini, unei uniformizări a distribuției spinilor. Acestui efect de îndepărtare de la distribuția Boltzmann i se opune în fiecare moment interacțiunea spini-rețea, care tinde tocmai la realizarea acestei distribuții. Rezultatul competiției dintre aceste două interacțiuni ale rețelei de spini cu exteriorul ei, (interacțiunea spini-cîmp oscilant și interacțiunea spini-rețea), este un proces de evoluție a distribuției spinilor spre o distribuție staționară, la care efectele contrare ale celor două interacțiuni se echilibrează. Dacă interacțiunea spini-rețea este destul de puternică relativ la interacțiunea spini-cîmp, în distribuția staționară ce se instituie mai există încă un surplus suficient de populație pe nivelele de energie mică, pentru ca absorbția netă staționară de energie din cîmp să dea efecte înregistrabile (rețeaua de spini nu se „saturează" total). În cazul contrar însă distribuția staționară la care tind spinii este practic uniformă, și, pe măsură ce ea se stabilește, viteza de absorbție tinde a deveni practic nulă. Altfel spus, la orice grad de neuniformitate a distribuției, spinii adsorb din cîmp o cantitate de energie pe care nu o pot transmite integral rețelei, din cauză că există un cuplaj spini-rețea prea slab. Rețeaua de spini se „încălzește", se saturează complet, iar fenomenul înregistrabil de absorbție de rezonanță dispare.

Viteza de evoluție a distribuției spinilor se poate obține în principiu, în cazul general al unor spini $I > 1/2$, scăzînd din ecuațiile diferențiale simultane despre care s-a vorbit în paragraful *f*, niște termeni proporționali cu probabilitatea unei absorbții induse de cîmpul oscilant (desigur, dacă se poate defini o temperatură a spinilor).

În cazul particular al unor spini $I = 1/2$, prezența cîmpului oscilant se exprimă prin scăderea termenului $2nW_{(1/2\to -1/2)}$ în ecuația (B.32)

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_1}(n_0 - n) - 2nW_{(\frac{1}{2}\to -\frac{1}{2})}, \qquad \text{(B.41)}$$

unde $W_{(1/2\to -1/2)}$ este probabilitatea (B.9) scrisă pentru $I = 1/2$ și transformată astfel încît să reprezinte probabilitatea unei tranziții $(1/2 \to -1/2)$ *în rețeaua de spini*, și anume:

În probabilitatea (B.9) intervenea o densitate de radiație izotropă nepolarizată ρ_{ν_0}, echivalentă densității de radiație polarizată a cîmpului oscilant;

Pentru un nucleu izolat frecvența ν_0, corespunzătoare lui ω_0 era, practic, singura frecvență absorbabilă;

Dacă se ține seama însă și de faptul că în rețeaua de spini există o întreagă distribuție $f(\nu)$ de frecvențe absorbabile, normate la unitate, atunci, pentru ca $W_{(m\to m')}$ să reprezinte probabilitatea unei tranziții $(m \to m')$ indusă de cîmpul oscilant $\vec{H}_1 \cos \omega t$ într-o rețea de spini, ρ_{ν_0} din (B.9) trebuie înlocuit cu o densitate echivalentă de radiație izotropă nepolarizată ρ_ν ce rezultă ușor a fi

$$\rho_\nu = 3H_1^2 f(\nu)/4\pi. \tag{B.42}$$

Ținînd deci seama de (B.9) și (B.42) și scriind explicit elementele de matrice, probabilitatea de inducere în rețeaua de spini a unei tranziții $(m \to m-1)$ va fi

$$W_{m\to m-1} = \frac{\pi}{3}\gamma^2(I+m)(I-m-1)\rho_\nu = \frac{1}{4}\gamma^2 H_1^2 f(\nu)(I+m)(I-m+1). \tag{B.43}$$

Scriind (B.43) pentru $I = 1/2$ se obține $W_{(1/2\to -1/2)}$ din (B.41).

Din (B.9), (B.41) și (B.42), se vede că distribuția staționară $\frac{dn}{dt} = 0$ la care duce concomitența interacțiunilor spini-cîmp și spini-rețea pentru $I=1/2$, se caracterizează prin surplusul de populație pe nivelul de energie joasă, dat de

$$\frac{n}{n_0} = \left[1 + \frac{1}{2}\gamma^2 H_1^2 T_1 f(\nu)\right]^{-1}. \tag{B.43}$$

Expresia (B. 43), numită „factor de saturație", măsoară raportul de forțe dintre cele două interacțiuni.

Din cele de mai sus se înțelege de sigur că se pot imagina metode de a măsura experimental T_1, urmărind instalarea echilibrului între interacțiunile spini-rețea și spini-cîmp. Asemenea metode se practică efectiv în cercetările experimentale asupra relaxărilor magnetice, însă, dat fiind caracterul teoretic al studiului de față, nu ne vom ocupa de ele aici.

Mai adăugăm o observație:

Măsurînd efectul total de uniformizare pe care-l poate avea absorbția asupra distribuției de echilibru a spinilor, factorul de saturație măsoară implicit și diminuarea corespunzătoare valorii staționare M_z a componentei longitudinale a momentului magnetic total. În această ultimă privință absorbția și interacțiunea spini-rețea au efecte de același sens, căci ambele scad valoarea lui M_z cu atît mai mult cu cît sînt mai mari.

C. TEORIA FENOMENOLOGICĂ A LUI F. BLOCH [12]

În secțiunea *B* am analizat dintr-un punct de vedere microscopic fenomenele ce au loc în interiorul unei substanțe cînd este pusă într-un cîmp magnetic constant, căruia i se adaugă un cîmp magnetic oscilant perpendicular pe el. Ne propunem acum să determinăm aspectul macroscopic asociat acestor fenomene. Aceasta revine la prezentarea teoriei lui Bloch.

Obiectul studiului fenomenologic al lui F. B l o c h este așa-numitul fenomen de *inducție nucleară*, care este în principiu independent de rezonanța magnetică nucleară. Între aceste două fenomene există totuși o corelație strînsă care va reieși din cele de mai jos. De aceea teoria lui Bloch privind inducția nucleară este totodată o teorie macroscopică a rezonanței magnetice nucleare. Iată în ce constă în esență această teorie.

Fie o probă dintr-o substanță introdusă într-un cîmp magnetic extern dependent de timp $\vec{H}(t)$. Momentul magnetic rezultant M al nucleilor conținuți în unitatea de volum de substanță va fi atunci, și el, o funcție de timp, $\vec{M}(t)$. Se caută forma acestei funcții.

Pentru o primă aproximație se presupune:

I. Dacă survine o schimbare de orientare a unui nucleu, ea se datorește numai cîmpului extern.

II. În interiorul substanței cîmpul magnetic este uniform și egal cu cel extern în fiecare moment.

Prima condiție vizează eventualele cauze exterioare perturbatoare ale fenomenului de studiat, și este menținută în tot cursul studiului. A doua condiție revine la neglijarea interacțiunii spin-spin, a interacțiunii spin-rețea, și a cîmpurilor electronice. Ea va fi în parte înlăturată pentru a se trece la o aproximare superioară.

Pentru a obține variația în timp a lui $\vec{M}$ nu este necesar să se rezolve ecuația lui Schrödinger, ci este destul să se țină seama de faptul că valoarea medie cuantică a oricărei mărimi urmează întocmai, în dependența ei de timp, ecuațiile clasice de mișcare, și de faptul că momentul magnetic $\vec{\mu}$ al fiecărui nucleu este paralel cu momentul lui cinetic intrinsec $\vec{p}$.

Trecînd prin sumare statistică de la mărimile microscopice $\vec{\mu}$ și $\vec{p}$ la mărimile macroscopice corespunzătoare $\vec{M}$ și $\vec{P}$, relațiile (B.6) și (B.7) devin

$$\vec{M} = \gamma \vec{P} \tag{C.1}$$

și

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma (\vec{M} \times \vec{H}), \tag{C.2}$$

unde $\vec{H}(t) = \vec{k} H_0 + \vec{H}'(t)$, iar $\vec{H}'(t)$ este proiecția lui $\vec{H}(t)$ pe planul xy.

Pentru scopul urmărit aici prezintă interes soluția particulară pe care o admite ecuația (C.2) dacă

$$1.\quad \vec{H}(t) = \vec{k}H_0 + \vec{i}\,2H_1 \cos\omega t, \tag{C.3}$$

unde $\vec{i}$ și $\vec{k}$ sînt versorii direcțiilor x și z,

$$2.\quad H_1 > 0,\quad H_0 > 0,\quad H_1 \ll H_0,$$

și

$$3.\quad |\omega - \omega_0| \ll \omega_0, \text{ adică se poate considera că } \omega \approx \omega_0.$$

Atunci, după cum am mai remarcat cu alte ocazii, cîmpul oscilant pe direcția x poate fi înlocuit cu un cîmp echivalent de mărime H_1, rotitor în planul xy. Sensul de rotație al acestui cîmp este pozitiv sau negativ după cum semnul lui γ este negativ sau pozitiv.

Se vede atunci că (C.2) admite soluția

$$M_x = M\frac{\cos\omega t}{(1+\delta^2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$M_y = M\frac{\sin\omega t}{1(+\delta^2)^{\frac{1}{2}}}, \tag{C.4}$$

$$M_z = M\frac{\delta}{(1+\delta^2)^{\frac{1}{2}}},$$

unde $\delta = \operatorname{cotg}\theta = \frac{\gamma H_0 \mp \omega}{\gamma H_1}$, θ fiind unghiul dintre magnetizarea $\vec{M}$ și $\vec{H}_0$, iar semnul lui ω fiind pozitiv sau negativ după cum γ este negativ sau pozitiv.

După cum se vede, în această soluție nu numai $|\vec{M}|$ este constant (conform (C.2)), ci și M_z; (evident, în regim staționar, deoarece $T_1 \approx \approx T_2 = \infty$, conform implicațiilor ipotezei II de mai sus, spinii se acomodează instantaneu la cîmpul extern, și, în condiții exterioare fixe, sînt totdeauna în stare staționară).

Soluția (C.4) diferă în mod esențial de cele considerate cu alte ocazii, în care se poate admite că momentul magnetic nuclear este, inițial, într-o stare staționară, în care unghiul lui cu direcția z a cîmpului constant este dat de $\cos\theta = \frac{m}{I}$, $(m = -I \ldots +I)$ și că apoi este supus brusc acțiunii unui cîmp oscilant și suferă o tranziție ce modifică θ în mod corespunzător unei variații de ± 1 a lui m. Soluția (C.4) corespunde, în limbaj cuantic, nu unei singure stări staționare, ci unei combinații liniare a tuturor stărilor staționare, cu diferite valori m, și cu fazele acordate așa încît valorile medii ale componentelor momentului magnetic total să fie proporționale cu valorile (C.4). Menținerea coerenței de fază dintre stările individuale de spini este esențială pentru existența persistentă a unei componente rotitoare M_{xy} a valorii probabile a lui $\vec{M}$, așa

cum cere (C.4). Existența vreunei cauze oarecare ce tinde să modifice relația dintre fazele funcțiilor de undă, este de aceea incompatibilă cu ecuația (C.2). Aceasta provine, în fond, din faptul că (C.2) a fost scrisă în ipoteza, implicată în II, a inexistenței unei relaxări transversale. Cît despre componenta constantă M_z a valorii medii a lui $\vec{M}$, ea nu este cuantificată, ci variază continuu cu condițiile externe.

Interesul special pe care-l prezintă soluția (C.4) provine din faptul că, deși este dedusă în ipoteza că ω și $\vec{H}_0$ sînt constante, se poate arăta că ea rămîne valabilă și cînd aceste cantități variază, dacă ele variază adiabatic, adică destul de încet pentru ca variația în timp a lui δ să fie foarte mică în raport cu mărimea γH_1

$$\frac{d\delta}{dt} \ll |\gamma H_1|. \tag{C.5}$$

Această proprietate a soluției (C.4) decurge din aceeași comportare a sistemului de spini, care stă și la baza metodelor de răcire prin demagnetizare adiabatică.

Pentru H_1 constant, variația în condițiile (C.5) a lui δ poate fi realizată fie modificînd lent ω, la $\vec{H}_0$ constant, fie invers. Variația lui δ provine atunci din variația cantității $(\gamma H_0 \mp \omega) = (\omega_0 \mp \omega)$ care exprimă depărtarea de condiția de rezonanță. Cînd această cantitate se anulează apare rezonanța și θ ia valoarea $\theta = 90°$, ceea ce traduce macroscopic faptul că distribuția staționară a spinilor față de direcția z este, la rezonanță, uniformă, în cazul simplificat considerat.

Existența unei componente rotitoare a lui $\vec{M}$, implică și existența unor cîmpuri de inducție magnetică, B_x și B_y. De exemplu,

$$B_y = 4\pi M_y. \tag{C.6}$$

Acest cîmp de inducție, fiind variabil, induce într-un solenoid cu axul paralel cu el un potențial alternativ ce rezultă ușor a fi

$$V = \mp \frac{4\pi}{C} NA\chi H\omega \frac{\cos \omega t}{(1+\delta^2)^{\frac{1}{2}}}, \tag{C.7}$$

unde N este numărul de spire, A este suprafața unei spire, iar χ este susceptibilitatea Curie, semnul fiind + sau — în condiții pe care nu le discutăm aici.

Acesta este fenomenul de inducție magnetică nucleară.

După cum se vede acest fenomen este condiționat de existența unei componente rotitoare a lui $\vec{M}$, iar o asemenea componentă poate apare numai datorită absorbției de rezonanță magnetică nucleară, care produce o inclinație $\theta \neq 0$ a lui $\vec{M}$. Dacă, după ce s-a creat o deviație θ a lui $\vec{M}$, se suprimă cîmpul oscilant și deci absorbția încetează, componenta rotitoare continuă să existe un timp cu atît mai lung cu cît relaxarea este

mai lentă. În acest sens inducția este un fenomen independent de absorbție. Dar el este creat prin absorbție și întreținut de ea. De aceea aceste două fenomene sînt totuși indisolubil corelate.

Să modificăm acum ipoteza II în felul următor:

II'. Electronii atomici nu acționează cu cîmpuri apreciabile asupra nucleilor. Aceasta înseamnă că acum luăm în considerare interacțiunile spin-spin și spini-rețea, dar că ne limităm la cazul cînd nu există momente magnetice atomice permanente.

După cum a rezultat din secțiunea B, efectul interacțiunilor spin-spin și spin-rețea este caracterizat fenomenologic de timpurile de relaxare T_1 și T_2. Timpul T_1 măsoară ritmul de creștere al componentei M_z al lui $\vec{M}$. Transcriind fenomenologic ecuația (B.32), ținînd seama de (B.33), și admițînd că rezultatul descrie mulțumitor realitatea și pentru un $I > 1/2$, se poate exprima efectul longitudinal al interacției spini-rețea asupra lui $\vec{M}$ prin

$$\left(\frac{dM_z}{dt}\right)_r = -\frac{1}{T_1}(M_z - M_0) \tag{C.8}$$

cu soluția staționară $M_z = M_0$ (indicele r indică faptul că această parte din variația lui M_z provine din relaxare). Cît despre efectul transversal al interacțiunii spini-rețea și efectul exclusiv transversal al interacțiunii spin-spin, conținute ambele în expresia (B.40) a lui T_2, vom admite, prin analogie cu (C.8), că ele produc o variație a componentelor M_x și M_y, de un caracter de asemenea exponențial:

$$\begin{aligned}\left(\frac{dM_x}{dt}\right)_r &= -\frac{1}{T_1}M_x,\\ \left(\frac{dM_y}{dt}\right)_r &= -\frac{1}{T_2}M_y,\end{aligned} \tag{C.9}$$

unde indicele r are aceeași semnificație ca în (C.8).

Viteza totală de variație a lui $\vec{M}$ rezultă din adunarea ecuațiilor (C.2), (C.8) și (C.9)

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M}\times\vec{H}) - i\,M_x/T_2 - \vec{j}\,M_0/T_2 - \vec{k}(M_z - M_0)/T_1, \tag{C.10}$$

unde, ca și în (C.2), $\vec{H} = \vec{H}(t) = \vec{k}H_0 + \vec{H}_1(t)$.

Ecuația (C.10) diferă de ecuația (C.2) prin faptul că conține trei termeni de amortizare a componentelor magnetizării, invers proporționali cu T_1 și T_2, și un termen neomogen proporțional cu valoarea M_0 de echilibru a polarizării.

Vom presupune că $\vec{H}(t)$ are tot forma (C.3) și vom discuta o soluție particulară a ecuației (C.10), obținută în condiția

$$\frac{dM_z}{dt} = 0, \tag{C.11}$$

deci caracterizată printr-o stare staționară de absorbție (în articolul lui Bloch nu se discută această soluție ci altele, interesante pentru analiza experiențelor de inducție magnetică nucleară).

Condiția (C. 11) nu este atît de restrictivă încît să ceară neapărat egalitatea temperaturii spinilor cu temperatura rețelei; ea exprimă numai, după cum am mai remarcat în paragraful *g* al secțiunii precedente, că s-a realizat echilibrul între interacțiunea spini-cîmp oscilant și spini-rețea, ceea ce este posibil și pentru temperaturi de spin mult mai ridicate decît temperatura rețelei.

Soluția obținută cu această condiție dă pentru M_x și M_z (singurele componente interesante, căci pe direcțiile lor sînt aplicate cîmpurile experimentale $\vec{k}H_0$ și $\vec{i}\,2H_1\cos\omega t$ ce compun $\vec{H}(t)$) următoarele valori:

$$M_x = \frac{1}{2}\chi_0\omega_0 T_2 \frac{(2H_1\cos\omega t)\,T_2(\omega_0-\omega)+2H_1\sin\omega t}{1+\gamma^2H_1^2T_1T_2+T_2^2(\omega_0-\omega)^2}, \tag{C.12}$$

$$M_z = \chi_0 H_0 \frac{1+T_2^2(\omega_0-\omega)^2}{1+\gamma^2H_1^2T_1T_2+T_2^2(\omega_0-\omega)^2}, \tag{C.13}$$

unde χ_0 este susceptibilitatea Curie corespunzătoare lui $\vec{H}_0$, iar cantitatea $1+2H_1 2T_1T_2$ este același factor de saturație care intervine și în (B.43), căci T_2 reprezintă global funcția de distribuție $f(\nu)$.

Introducînd o susceptibilitate complexă $\chi=\chi'-i\chi''$, și considerînd cîmpul oscilant ca partea reală a unui cîmp complex $\mathcal{H}=2H_1\exp(i\omega t)$, M_x se poate scrie

$$M_x = \chi'(2H_1\cos\omega t)+\chi''(2H_1\sin\omega t). \tag{C.14}$$

Și deoarece energia absorbită de unitatea de volum de substanță pe unitatea de timp este

$$A = \frac{\omega}{2\pi}\int_{t=0}^{t=\frac{2\pi}{\omega}} \vec{H}\,d\vec{M}, \tag{C.15}$$

iar în cazul nostru partea din $\vec{M}$ ce contribuie la (C.15) este M_x, rezultă

$$A = 2H_1^2\omega\chi''. \tag{C.16}$$

Comparînd (C.12) și (C.14) reiese

$$\chi' = \frac{1}{2}\chi_0\omega_0 T_2 \frac{T_2(\omega_0-\omega)}{1+\gamma^2H_1^2T_1T_2+T_2^2(\omega_0-\omega)^2}, \tag{C.17}$$

$$\chi'' = \frac{1}{2}\chi_0\omega_0 T_2 \frac{1}{1+\gamma^2H_1^2T_1T_2+T_2^2(\omega_0-\omega)}. \tag{C.18}$$

Funcția (C.16) este proporțională cu (C.18) și exprimă variația absorbției în funcție de depărtarea de la rezonanță $(\omega_0-\omega)$.

Pentru H_1 suficient de mic, factorul de saturație devine neglijibil și curba obținută se numește lorentziană.

O altă soluție particulară a ecuației (C.10), discutată de B l o c h în articolul său, pe care nu o redăm aici, se pretează la o remarcă extrem de interesantă relativ la „memoria" unei substanțe pusă în cîmpul (C.3), și la dependența situației existente la un moment dat, de istoria procesului care a condus la acea situație.

Facem totuși o scurtă observație calitativă în această privință considerînd că analiza microscopică din secțiunea B va putea înlocui baza de discuție pe care ar constitui-o soluția particulară a lui B l o c h, amintită mai sus.

Să presupunem că timpurile de relaxare T_1 și T_2 sînt lungi, și că, în momentul cînd se instituie cîmpul oscilant, proba era deja în echilibru în $\vec{H}_0$. Dacă se variază acuma valoarea lui $\vec{H}_0$ către valoarea de rezonanță cu frecvența ω a cîmpului oscilant, magnetizarea va păstra pînă aproape de rezonanță valoarea vectorială corespunzătoare valorii trecute, inițiale, a cîmpului $\vec{H}_0$. Iar cînd se ajunge aproape de rezonanță și absorbția devine apreciabilă, magnetizarea își păstrează totuși, în continuare, în mare parte, valoarea scalară deși direcția i se modifică. În acest sens, cu cît relaxarea este mai slabă, cu atît substanța „trăiește mai mult în trecut", manifestă mai mult conservatorism, are o „memorie" mai bună. La limită, acest caz conduce la cel reprezentat de soluția de primă aproximație (C.4).

Invers, dacă T_1 și T_2 sînt scurte, pe măsură ce se variază $\vec{H}_0$ magnetizarea îl urmează, manifestînd o „uitare" cu atît mai rapidă a condițiilor exterioare trecute, cu cît relaxarea este mai puternică. La rezonanță, magnetizarea dispare complet.

D. TEORIA CUANTICĂ A LUI WANGSNESS ȘI BLOCH [13]

S-a dovedit că în multe cazuri ecuația fenomenologică (C.10) reprezintă corect mersul calitativ și chiar cantitativ al fenomenelor. A părut de aceea interesant de a dezvolta o teorie care să pornească de la un punct de vedere microscopic și să deducă prin metode statistice o ecuație analogă cu (C.10), care să definească forma dependenței de timp a mărimilor ce intervin în fenomenele de magnetism nuclear.

În afară de aceasta, în deducerea ecuației (C.10) s-a admis, pe baza unor analogii și extensii, că relaxarea contribuie la evoluția magnetizării prin termeni de forma (C.8) și (C.9).

Cîtă vreme nu se iese din domeniul fenomenologic nu se poate stabili (decît cel mult experimental) în ce măsură și în ce condiții adoptarea acestor forme nu îndepărtează descrierea obținută de la mersul real al fenomenelor. Numai o teorie microscopică permite determinarea riguroasă a acestor condiții, din compararea rezultatelor ei cu ecuația fenomenologică.

W a n g s n e s s și B l o c h au formulat o asemenea teorie, a cărei esență constă în următoarele :

Se studiază comportarea magnetizării provenite dintr-un număr mare de nuclei conținuți într-o probă macroscopică de substanță. Această

comportare este determinată de cîmpurile externe, de împrejurimile moleculare și de modul cum se influențează nucleii între ei. Într-o teorie complet generală toate aceste interacțiuni ar trebui luate în considerare în întregime. În teoria de față însă se face următoarea ipoteză, mult simplificatoare :

I. Fiecare nucleu în parte reacționează *independent* de ceilalți față de cîmpul extern și de împrejurimile moleculare ; acestea din urmă pot fi tratate ca un rezervor de căldură în echilibru termic.

Aceasta înseamnă că momentele magnetice ale celorlalți nuclei sînt considerate a nu influența un nucleu dat decît în măsura în care ele fac parte din rezervorul de căldură. Se exclud astfel cazurile în care cîmpul magnetic ce lucrează asupra unui nucleu depinde în mod esențial de orientarea nucleilor vecini, astfel încît nucleii nu pot fi considerați independenți. Cu alte cuvinte, ipoteza revine la neglijarea interacțiunii spin-spin.

De aceea, spre deosebire de teoria lui Van Vleck, teoria Wangsness — Bloch nu se aplică la studiul structurii cristalelor sau al lichidelor poliatomice, unde apare un spectru complex de absorbție tocmai din cauza interacțiunii spin-spin. Această teorie este însă perfect aplicabilă în multe alte cazuri la care teoria lui Van Vleck nu se referă (cum este de exemplu cel al soluțiilor lichide foarte diluate, sau al gazelor) și în care distanța dintre nuclei este deseori atît de mare încît interacțiunea lor este neglijabilă. Scopul experimental ce se poate urmări în asemenea cazuri este determinarea spinului, a momentului magnetic sau a factorului giromagnetic pentru o specie nucleară dată, sau studiul proceselor de relaxare.

Celelalte ipoteze implicate în această teorie vor fi relevate pe măsură ce survine necesitatea introducerii lor.

Pe baza ipotezei I se va trata numai sistemul compus dintr-un singur nucleu și împrejurimea lui moleculară, introdus în cîmpul magnetic extern

$$\vec{H}(t) = \vec{k} H_0 + \vec{H}_1(t), \tag{D.1}$$

mai general decît (C. 3) și unde H_1 este mic față de H_0. Rezultatele macroscopice pentru mulți nuclei identici și independenți vor fi apoi obținute prin medieri statistice.

Hamiltonianul acestui sistem va fi considerat de forma

$$\mathcal{H} = \hbar E + \hbar F + \hbar G. \tag{D.2}$$

Primul termen reprezintă energia (B.2), $-(\vec{H} \cdot \vec{\mu})$, a nucleului în cîmpul $\vec{H}(t)$. Din (B.4) și (B.6) rezultă

$$E = -\gamma(\vec{H} \cdot \vec{I}). \tag{D.3}$$

Al doilea și al treilea termen din (D.2) reprezintă, respectiv, energia împrejurimilor moleculare și energia lor de interacțiune cu nucleul.

Se alege o reprezentare în care componenta z, I_z, a spinului nuclear este diagonală, valorile ei proprii fiind numerele cuantice magnetice

$m = -I, \ldots +I$. Se presupune de asemenea că și energia $\hbar F$ a împrejurimilor moleculare este diagonală, valorile ei proprii fiind indicate de un indice f; nivelele ei de energie vor fi nu numai practic necuantificate, dar și foarte degenerate, din cauza numărului foarte mare de grade de libertate ce caracterizează orice rezervor de căldură. Una oarecare dintre multele stări posibile cu aceeași energie f, va fi desemnată prin simbolul s.

Comportarea dinamică a sistemului este atunci descrisă de un grup de amplitudini de probabilitate $\alpha_{m,f,s}(t)$, sau prin matricea densității ρ, definită, în notația lui Dirac, prin

$$(mfs \mid \rho(t) \mid m'f's') = \alpha_{m,f,s}(t)\, \alpha_{m',f',s'}(t) \tag{D.4}$$

și satisfăcînd ecuația matricială

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\mathcal{H}, \rho], \tag{D.5}$$

unde paranteza dreptunghiulară indică, ca de obicei, comutatorul. Condiția de normalizare a amplitudinilor de probabilitate implică, conform (D.4), pentru ρ, condiția de normalizare

$$T_r\{\rho(t)\} = \sum_{mfs} (mfs \mid \rho(t) \mid mfs) = 1. \tag{D.6}$$

Dacă se cunoaște o soluție normalizată $\rho(t)$ a ecuației (D.5), se obține valoarea probabilă în funcție de timp a oricărei mărimi fizice Q, reprezentată de matricea $(mfs \mid Q \mid m'f's')$, din relația

$$\langle Q(t) \rangle = T_r\{Q\rho(t)\}. \tag{D.7}$$

Ținînd seama de forma (D.1) a cîmpului extern, (D.3) poate fi scris

$$E = E_0 + E_1, \tag{D.8}$$

unde

$$E_0 = -\omega I_z, \tag{D.9}$$

$$E_1 = -\gamma(\vec{H}_1 \cdot \vec{I}), \tag{D.10}$$

iar $\omega = \gamma H_0$ este frecvența precesiei Larmor a nucleului părții corespunzătoare constante, relativ intensă, a cîmpului exterior. Să considerăm acum că nucleul și împrejurimile lui moleculare, necuplate, alcătuiesc sistemul neperturbat. Cu E de forma (D.8), termenii E_0 și F din (D.2) vor fi considerați mari, iar termenii E_1 și G vor reprezenta niște mici perturbații. În analogie cu teoria de perturbație a lui Dirac se poate introduce o matrice transformată a densității prin relația

$$\rho = AB\rho^* B^{-1} A^{-1}, \tag{D.11}$$

unde

$$A = e^{i\omega I_z t}, \tag{D.12}$$

$$B = e^{-iFt}. \tag{D.13}$$

Notînd ρ și ρ^* la $t = 0$ respectiv cu $\rho(0)$ și $\rho^*(0)$, rezultă din (D.11), (D.12), (D.13).

$$\rho^*(0) = \rho(0). \tag{D.14}$$

Integrînd în două aproximații succesive, se obține din această valoare inițială valoarea lui $\rho^*(t)$ la un moment t, în forma

$$\rho^*(t) = \rho(0) + \Delta^{(1)}\rho^* + \Delta^{(2)}\rho^*, \tag{D.15}$$

unde $\Delta^{(1)}\rho^*$ și $\Delta^{(2)}\rho^*$ au forme a căror cunoaștere nu este esențială pentru a urmări mersul principial al raționamentelor.

Din punctul de vedere urmărit aici prezintă interes numai valorile medii ale mărimilor ce privesc exclusiv spinul nuclear, cum sînt de exemplu componentele momentului unghiular $\vec{I}$ al nucleului în unități $\hbar$. Cantitățile de această natură pot fi numite „funcții de spin" și, în reprezentarea aleasă mai sus, ele sînt diagonale în variabilele f și s (ce privesc împrejurimile moleculare), și au deci forma

$$(mfs \mid Q \mid m'f's') = (m \mid Q \mid m')\,\delta ff'\,\delta ss'. \tag{D.16}$$

Pentru a evalua valoarea lor medie este suficient să se cunoască „matricea distribuției" σ, definită prin

$$(m \mid \sigma \mid m') = \sum_{f,s} (m, f, s \mid \rho \mid m', f, s) \tag{D.17}$$

în locul densității ρ. Într-adevăr, din această definiție și din (D.7) rezultă imediat

$$\langle Q \rangle = T_r\{Q\sigma\} = \sum_{m,m'} (m \mid Q \mid m')(m \mid \sigma \mid m'), \tag{D.18}$$

unde Q este o funcție de spin dată de o matrice (D.16). Prin analogie cu transformarea (D.11) se introduce matricea σ^* prin

$$(m \mid \sigma^* \mid m') = \sum_{fs} (mfs \mid \rho^* \mid m'fs), \tag{D.19}$$

despre care se poate arăta că este corelată cu σ prin

$$\sigma = A\sigma^* A^{-1}. \tag{D.20}$$

Din (D.14), (D.15) și (D.19) rezultă,

$$(m \mid \sigma^*(t) \mid m') = (m \mid \sigma^*(0) \mid m') +$$
$$+ (m \mid \Delta^{(1)}\sigma^* \mid m') + (m \mid \Delta^{(2)}\sigma^* \mid m'), \tag{D.21}$$

unde pe baza lui (D.19) și (D.15) cei trei termeni din membrul drept au forme evidente de dependență respectiv de $\rho(0)$, $\Delta^{(1)}(\rho^*)$ și $\Delta^{(2)}(\rho^*)$.

Determinarea matricii distribuției σ^* la un moment t, în funcție de valoarea ei inițială $\sigma^*(0)$ și de mărimile ce caracterizează starea sistemului considerat, a devenit acum problema centrală. Cunoscînd $\sigma^*(t)$ se

cunoaște σ prin (D.20) și deci valoarea medie a oricărei funcții de spin, prin (D.18).

Să evaluăm așadar pe rînd cei trei termeni din membrul drept al lui (D.21).

Evaluarea primului termen din (D.21) (de altfel ca și evaluarea celorlalți doi termeni) presupune cunoscută matricea densității ρ la momentul $t = 0$. În realitate nu această matrice $\rho(0)$ este cunoscută, ci media ei statistică, $\overline{\rho}(0)$. Aceasta indică faptul că la $t = 0$ împrejurimile sînt considerate în echilibru statistic la temperatura absolută T. Implicit aceasta înseamnă că nu există nici o relație de fază între amplitudinile probabilităților diferitelor stări caracterizate prin f și s, și că probabilitatea de a găsi împrejurimile în oricare din aceste stări este dată de factorul Boltzmann $P(f)$, ce depinde numai de energia hf. Revenind la definiția (D.4) și făcînd media acestei ecuații pentru $t = 0$, vom obține așadar

$$(mfs \mid \overline{\rho}(0) \mid m'f's') = (m \mid \sigma(0) \mid m')\, P(f)\, \delta_{ff}\, \delta_{ss}. \qquad \text{(D.22)}$$

Relația (D.22) definește $(m \mid \sigma(0) \mid m')$ și deci, prin (D.20) și (D.12), definește și

$$(m \mid \sigma^{\star}(0) \mid m') = (m \mid \sigma(0) \mid m'). \qquad \text{(D.23)}$$

Primul termen din (D.21) este așa dar evaluat.

Remarcăm că apariția în (D.22) a matricii arbitrare $(m \mid \sigma(0) \mid m')$ (despre care se arată ușor că reprezintă efectiv matricea distribuției la $t = 0$) înseamnă că se menține o completă generalitate în privința stării inițiale a nucleului.

De aici înainte se vor considera numai medii statistice obținute prin înlocuirea lui $\rho(0)$ cu $\overline{\rho}(0)$ conform (D.22). Barele care ar trebui să indice acest fapt într-o notație riguroasă, vor fi omise pentru a simplifica scrierea.

Urmează să evaluăm acum, în continuare, ultimii doi termeni din (D.21). Nu redăm aici toate calculele intermediare, ci reproducem numai concluzia lor, arătînd în mod explicit în ce condiții aceasta este valabilă. Expresiile ce rezultă pentru ultimii doi termeni din (D.21) sînt următoarele

$$(m \mid \Delta^{(1)} \sigma^{\star} \mid m') = -i \int_0^t (m \mid [E_1^{\star}(t'),\ \sigma^{\star}(0)] \mid m')\, dt, \qquad \text{(D.24)}$$

$$(m \mid \Delta^{(2)} \sigma^{\star} \mid m') = t \sum\nolimits_{\tau} \{ 2e^{-k\tau}\, \Gamma^{\tau}_{mm'}(m + \tau \mid \sigma^{\star}(0) \mid m' + \tau) - \qquad \text{(D.25)}$$

$$- (\Gamma^{\tau}_{mm} + \Gamma^{\tau}_{m'm'})\, (m \mid \sigma^{\star}(0) \mid m') \}.$$

Termenii ce intervin pentru prima oară în aceste expresii au următoarele semnificații:

$$E_1^{\star} = A^{-1} E A, \qquad \text{(D.26)}$$

$$\Gamma^{\tau}_{mm'} = \pi \sum_{s,s'} \int \eta_s(f)\, P(f) \times \eta_{s'}(f + \tau\omega\, (mfs \mid G \mid m + \tau, f + \tau\omega, s') \times \qquad \text{(D.27)}$$

$$\times (m' + \tau,\ f + \tau\omega,\ s' \mid G \mid m'fs)\, df.$$

$$\eta_s(f) = \frac{dn_s}{dt} \qquad \text{(D.28)}$$

n_s = numărul stărilor de număr cuantic s și cu numărul cuantic cuprins între f și $f + df$, (D.29)

τ = un interval de timp pentru care $P(f + \tau\omega) = e^{k\tau} P(f)$ (D.30)

$$k = \frac{\hbar\omega}{kT} \cdot \tag{D.31}$$

Expresiile (D.24) și (D.25) ale ultimilor doi termeni din (D.21) au fost obținute ținînd seama că $\sum_{f,s} P(f) = 1$ și că E_1 este, conform (D.10), o funcție de spin, și admițînd totodată prin ipoteză că

II. Intervalul de timp după scurgerea căruia $\sigma^*(0)$ a devenit $\sigma^*(t)$ este suficient de mic pentru ca

$$\gamma \mid H_1 \mid t \ll 1,$$

unde $|H_1|$ este mărimea „efectivă" a cîmpului variabil slab $\vec{H}_1(t)$ din (D.1), care este cu atît mai mare cu cît frecvențele conținute în $\vec{H}_1(t)$ sînt mai apropiate de frecvența ω de rezonanță.

III. Totodată același interval de timp t este suficient de mic și pentru ca

$$t \ll T_1, \quad t \ll T_2.$$

IV. Totuși intervalul de timp t este destul de mare pentru a conține multe perioade de precesie Larmor în $\vec{H}_0$

$$\gamma H_0 t = \omega t \gg 1.$$

V. Totodată intervalul de timp este destul de mare și pentru ca

$$\omega^* t \gg 1,$$

unde ω^* este o *frecvență caracteristică* a împrejurimilor moleculare, a cărei semnificație fizică și ordin de mărime depind de natura acestor împrejurimi.

Condițiile II → V de valabilitate a expresiilor (D.24) și (D.25) se dovedesc, la o examinare atentă, a nu reprezenta restricții serioase în plus, față de cele introduse de ipoteza I.

Presupunînd că timpul t este ales astfel încît să satisfacă aceste condiții, ecuația (D.21) poate fi scrisă în forma diferențială

$$\frac{d}{dt}(m \mid \sigma^* \mid m') = -\, i\,(m \mid [E_1^*(t),\ \sigma^*] \mid m') +$$

$$+ \sum_\tau \{ 2e^{-k\tau}\, \Gamma^\tau_{mm'}(m + \tau \mid \sigma^* \mid m' + \tau) - (\Gamma^\tau_{mm} + \Gamma^\tau_{m'm'})(m \mid \sigma^* \mid m') \}. \tag{D.32}$$

Această ecuație diferențială este valabilă la orice moment t deși ecuația (D.21) se referă la un moment inițial specific $t = 0$, și condițiile II — V supun la restricții intervalul de timp scurs din acel moment. Afirmația de mai sus este justificată de faptul că orice moment poate fi considerat moment inițial. Este adevărat că momentul inițial se distinge efectiv de

alte momente prin faptul că media statistică a matricii densității are în acest moment forma specifică (D.22). Această formă este strict satisfăcută numai în situația ideală în care pînă la momentul $t = 0$ interacțiunea dintre nucleu și împrejurimile moleculare ar fi rămas inefectivă, iar acestea din urmă ar fi ajuns în echilibru termic. Dar această situație ideală care nu este strict realizată în nici un moment, se realizează totuși cu foarte bună aproximație în orice moment, căci numărul gradelor de libertate ale împrejurimilor moleculare este atît de mare încît interacțiunea cu nucleul produce de obicei deviații sensibile de la echilibru abia după timpuri prea lungi pentru a fi luate în considerare. Deaceea soluția ecuației (D.32) reprezintă efectiv matricea transformată σ^* a distribuției.

Ținînd seama că în virtutea lui (D.12) și (D.20)

$$(m \mid \sigma \mid m') = e^{+\,i\omega\,(m-m')\,t\,(m\,\mid\,\sigma^*\,\mid\,m')} \tag{D.33}$$

și că, folosind (D.19),

$$\frac{d}{dt}(m \mid \sigma \mid m') = -\,i\,(m\,|[E_0, \sigma]\,|\,m') + \\ + e^{i\omega\,(m-m')\,t}\,\frac{d}{dt}(m \mid \sigma^* \mid m') \tag{D.34}$$

rezultă, introducînd (D.32) în (D.34), înlocuind σ^* cu σ după (D.33), și utilizînd (D.8)

$$\frac{d}{dt}(m \mid \sigma \mid m') = -\,i\,(m\,|[E, \sigma]\,|\,m') + \tag{D.35}$$

$$+ \sum_\tau \{2e^{-k\tau}\,\Gamma^\tau_{mm'}(m+\tau \mid \sigma \mid m'+\tau) - (\Gamma^\tau_{mm} + \Gamma^\tau_{m'm'})(m \mid \sigma \mid m')\}.$$

Prin analogie cu ecuația clasică a lui Boltzmann, vom spune că acest sistem de ecuații este ecuația Boltzmann pentru matricea σ de distribuție. Această ecuație permite determinarea elementelor de matrice ale lui σ în funcție de timp și de valoarea lor la un moment inițial și reprezintă rezultatul cel mai general al cercetării expuse aici. Ca o consecință a condiției de normalizare (D.6) a matricii densității $\rho\,(t)$, matricea distribuției $\sigma\,(t)$ este supusă normalizării

$$\sum_m m \mid \sigma\,(t) \mid m) = 1. \tag{D.36}$$

O dată ce se cunoaște $\sigma\,(t)$, dependența de timp a valorii probabile a oricărei funcții de spini Q se determină din (D.18).

Într-adevăr

$$\frac{d}{dt}\langle Q \rangle = \sum_{mm'}(m' \mid Q \mid m)\,\frac{d}{dt}(m \mid \sigma \mid m'). \tag{D.37}$$

Pentru a obține o formă mai comodă pentru interpretare, se presupune că operatorul G din (D.2) poate fi dezvoltat în forma

$$G = \sum_{l,\tau} I^\tau_l F^{-\tau}_l, \tag{D.38}$$

unde operatorii I_l^τ sînt o funcție numai de spini și sînt reprezentați de matrici de forma

$$(m \mid I_l^\tau \mid m') = I_{lm}^\tau \, \delta_{m, m'+\tau}, \tag{D.39}$$

iar operatorii F_l^τ acționează excluziv asupra împrejurimilor moleculare și sînt reprezentați de matrici de forma

$$(mfs \mid F_l^\tau \mid m'f's') = (fs \mid F_l^\tau \mid f's') \, \delta_{mm'}. \tag{D.40}$$

Dezvoltarea (D.38) corespunde dezvoltării uzuale a energiei de interacțiune dintre nucleu și un cîmp electromagnetic extern în termeni de dipol magnetic, de cuadrupol electric, și termeni superiori. Ținînd seama de (D.38), (D.39) și (D.40), (D.27) devine

$$\Gamma_{mm'}^\tau = \sum_{l, l'} I_{lm}^{-\tau} I_{l' m'+\tau}^\tau \Phi_{ll'}^\tau \tag{D.41}$$

unde

$$\Phi_{ll'}^\tau = \pi \sum_{s, s'} \int \eta_s(f) \, P(f) \, \eta_{s'} \times \\ \times (f+\tau\omega)(fs \mid F_l^\tau \mid f+\tau\omega, s') \times (f+\tau\omega, s' \mid F_{l'}^{-\tau} \mid fs) \, df. \tag{D.42}$$

Atunci (D.37) ia forma

$$\frac{d}{dt} Q\rangle = -i\langle [Q, E]\rangle + \sum_{\tau l l'} \Phi_{ll'}^\tau \langle I_l^{-\tau} [Q, I_{l'}^\tau] + \\ + [I_l^{-\tau}, Q] I_{l'}^\tau . \tag{D.43}$$

Cazul particular interesant aici este acela în care Q reprezintă una dintre componentele vectorului spin $\vec{I}$, căci, dacă substanța conține n nuclei, magnetizarea este

$$\vec{M} = n \langle \vec{\mu} \rangle = n \gamma \hbar \langle \vec{I} \rangle, \tag{D.44}$$

unde valorile probabile se referă la nucleul reprezentativ considerat în raționamentele precedente. Faptul că mărimea macroscopică $\vec{M}$ se obține printr-o mediere statistică asupra valorilor probabile ale mărimilor microscopice $\vec{\mu}$ și $\vec{I}$ nu mai trebuie luat aici în considerare căci s-a ținut deja seama de acest fapt cînd s-a înlocuit matricea ρ a densității prin media ei statistică, în (D.22). De aceea dependența de timp a lui $\vec{M}$ este dată direct de aceea a lui $\vec{I}$.

Validitatea ecuației fenomenologice (C. 10) cere ca ecuațiile obținute din (D.43) pentru $Q = I_{x, y, z}$ să constituie un sistem de ecuații diferențiale liniare care să difere de (C. 10) numai prin factorul $n\gamma\hbar$.

Faptul că primul termen din membrul drept al ecuației (D.43) are într-adevăr structura cerută de termenul corespunzător din (C.10) rezultă imediat din regulile de comutare

$$[I_x, I_y] = iI_z, \quad [I_y, I_z] = iI_x, \quad [I_z, I_x] = iI_y,$$

care dau, împreună cu expresia (D.3) a lui E

$$-i\langle[\vec{I}, E]\rangle = \gamma\langle\vec{I} \times \vec{H}\rangle.$$

Cît despre discuția corespondenței celorlalți termeni din(D. 43) cu cei din (C.10) nu o vom reda aici, căci este extrem de laborioasă, ci vom rezuma doar concluziile ei.

$I = 1/2$, concordanța se realizează fără nici o altă condiție suplimentară.

$I = 1$, este necesară, pentru concordanță, condiția $H_0\mu \ll kT$.

$I > 1$ și relaxare de cuadrupol neglijabilă : $H_0\mu \ll kT$.

$I > 1$ și relaxare de cuadrupol apreciabilă : $H_0\mu \ll kT$, împrejurimi moleculare izotrope, $\omega^* \gg \omega$. *Aceste restricții revin la condiția* $T_1 = T_2$; adică la neglijarea acelei părți din lărgimea (B.40) a curbei de absorbție care provine din interacțiunea spin-spin. Această ultimă restricție provine direct din ipoteza I, fiind în fond o altă formulare a ei, și este singura care limitează serios validitatea ecuației fenomenologice, căci cere, practic, ca substanța să fie un gaz sau un lichid cu viscozitate mică.

După cum rezultă din comparația dintre ecuațiile (D.43) și (C.10) teoria statistică este mai generală decît cea fenomenologică. Singura limitare considerabilă a generalității ei provine din admiterea ipotezei I, prin care se omit trăsăturile ce exprimă interacțiunea spin-spin. O teorie care ar compensa și această lacună a teoriei Wangsness-Bloch, ar înlocui totodată și teoria de aproximare a lui Van Vleck.

CONCLUZIE

După cum reiese din toate cele de mai sus, teoria fenomenelor de rezonanță magnetică nucleară furnizează expresii ce corelează mărimi măsurabile experimental cu mărimi microscopice, care caracterizează fie nucleii individuali, fie structurile pe care le compun ansamblurile de nuclei, fie procesele de relaxare ce le pot suferi aceste ansambluri în anumite condiții. Existența acestor expresii permite investigarea experimentală, printr-o întreagă serie de metode noi, a proprietăților nucleilor. Importanța acestui fapt, într-un moment în care găsirea legilor de structură a nucleilor constituie preocuparea majoră în fizică, este evidentă.

BIBLIOGRAFIE

1. Majorana, Nuovo Cimento, 1932, t. 7, p. 43.
2. I I. Rabi, Phys. Rev., 1937, t. 51, p. 652.
3. Schwinger, Phys. Rev., 1937, t. 51, p. 648.
4. N. F. Ramsey, Phys. Rev., 1956, t. 103, nr. 1.

5. G. E. Pake, The Journal of Ch. Phys., 1948, t. 16, nr. 4, p. 327.
6. I. H. Van Vleck, Phys. Rev., 1950, t. 78, p. 266.
7. L. I. F. Broer, Physica, 1943, t. 10, p. 801.
8. M. Mugur, Studii și cercetări de fizică, t. VIII, nr. 3, 1957.
9. L. I. F. Braer, Thesis, Amsterdam, 1945, p. 56.
10. I. Waller, Zeits. f. Physik, 1932, t. 79, p. 370.
11. N. Bloombergen, E. M. Purcell et R. V. Pound, Phys. Rev., 1948, t. 73, nr. 7, p. 678.
12. E. Bloch, Phys. Rev., 1946, t. 70, p. 466.
13. R. Wangsness et F. Bloch, Phys. Rev., 1953, t. 89, p. 728.

MONTAJE EXPERIMENTALE PENTRU OBSERVAREA REZONANȚEI MAGNETICE NUCLEARE

DE

A. VALERIU, M. DRĂGHICESCU, B. IANCULOVICI și P. DRĂGHICESCU

I. CONSIDERAȚII GENERALE PRIVIND APARATAJUL EXPERIMENTAL

§ 1. Introducere

O probă cu nuclee posedînd momente magnetice, plasată într-un cîmp magnetic $\overline{H}_0$, va căpăta o magnetizare

$$\overline{M}_0 = \chi_0 \overline{H}_0, \tag{1.1}$$

unde χ_0 este susceptibilitatea Curie. Momentele magnetice nucleare capătă în același timp o mișcare de procesie în jurul direcției cîmpului $\overline{H}_0$, cu o viteză unghiulară

$$\overline{\omega}_0 = -\gamma \overline{H}_0. \tag{1.2}$$

Dacă suprapunem, perpendicular pe cîmpul $\overline{H}_0$, un cîmp de înaltă frecvență $2H_1 \cos \omega t$, magnetizarea va avea componente pe toate cele trei direcții în spațiu, întrucît cîmpul de înaltă frecvență ordonează mișcarea componentelor transversale ale magnetizării. Pe axa $Oz \parallel H_0$, magnetizarea va avea componenta

$$M_z = \chi_0 H_0,$$

iar pe axele transversale componentele vor fi

$$\left.\begin{aligned} M_x &= \chi \cdot (2H_1), \\ M_y &= j\varepsilon\chi \cdot (2H_1), \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

unde χ este susceptibilitatea transversală, care are caracter complex, întrucît apare și un defazaj între cîmpul magnetic și magnetizare, iar $\varepsilon = \gamma/|\gamma| = \pm 1$ indică sensul precesiei. Punînd

$$\chi = \chi' - j\chi'', \tag{1.4}$$

s-a găsit, în cadrul teoriei lui Bloch, că valorile celor două componente ale susceptibilității complexe sînt date de expresiile

$$\left.\begin{aligned} \chi' &= \frac{1}{2}\omega_0 \chi_0 T_2 \frac{T_2(\omega_0 - \omega)}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \\ \chi'' &= \frac{1}{2}\omega_0 \chi_0 T_2 \frac{1}{1 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}. \end{aligned}\right\} \tag{1.5}$$

Variind pe ω sau pe H_0 (deci pe ω_0), obținem curbele din figura 1. Curba χ' este o curbă de dispersie, iar χ'' o curbă de absorbție. Scopul montajelor electronice este de a transforma variațiile susceptibilității în variații de tensiune electrică.

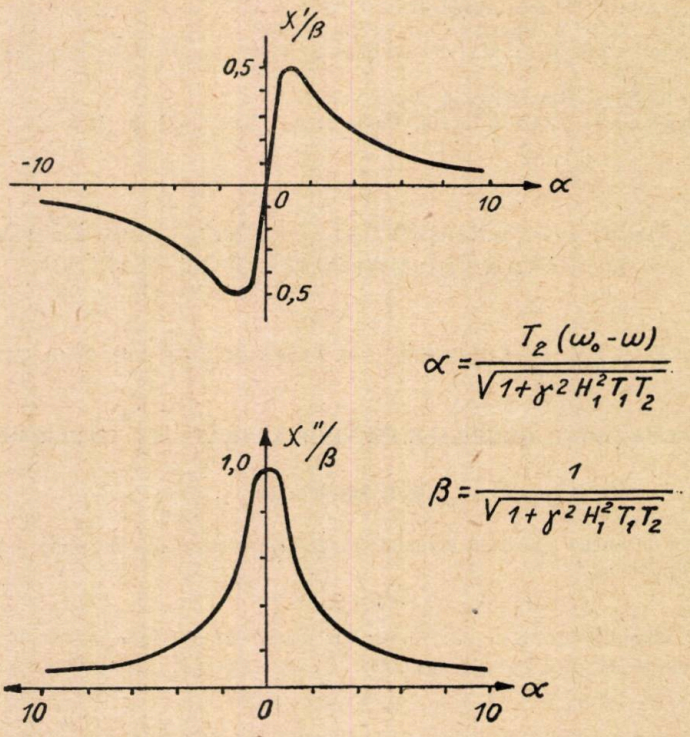


Fig. 1

§ 2. Influența rezonanței magnetice nucleare asupra unei bobine care conține proba și asupra unui circuit oscilant care conține bobina cu proba

Presupunem că în jurul probei care conține nucleele considerate este înfășurată o bobină, a cărei inductanță, în lipsa efectelor de paramagnetism nuclear este L_0, iar rezistența R_0. Impedanța bobinei, la o frecvență ω, va fi

$$Z_{L_0} = R_0 + j\omega L_0, \tag{2.1}$$

iar factorul de calitate, la aceeași frecvență

$$Q_0 = \frac{\omega L_0}{R_0}. \tag{2.2}$$

Dacă aplicăm probei un cîmp magnetic continuu H_0 și un cîmp magnetic alternativ H_1, de frecvență ω, vor apare fenomenele de rezonanță nucleară. Impedanța bobinei devine

$$\begin{aligned} Z_L = R + j\omega L = R_0 + j\omega\mu L_0 = R_0 + j\omega L_0(1 + 4\pi\chi) = \\ = R_0 + 4\pi\omega L_0 \chi'' + j\omega L_0(1 + 4\pi\chi'), \end{aligned} \tag{2.3}$$

unde componentele susceptibilității nucleare sînt date de expresiile (1.5).

Relațiile de mai sus au fost deduse în ipoteza că liniile de forță ale cîmpului magnetic de radiofrecvență se închid în întregime prin substanța de studiat. Pentru a ține seama de volumul finit al probei, trebuie să introducem în relația (2.3) un factor subunitar ξ (factor de umplere). Deoarece majoritatea energiei cîmpului magnetic de radiofrecvență este localizată în interiorul bobinei, factorul de umplere este dat aproximativ de relația

$$\xi = \frac{\text{volumul probei}}{\text{volumul bobinei}} = \frac{S}{A} \tag{2.4}$$

(proba și bobina fiind de lungimi egale), unde S este secțiunea probei, iar A a bobinei. Va rezulta că, în loc de relația (2.3) va trebui să scriem

$$Z_L = R_0 + j\omega L_0 (1 + 4\pi\xi\chi) = R_0 + 4\pi\omega L_0 \xi\chi'' + j\omega L_0 (1 + 4\pi\xi\chi'). \tag{2.5}$$

În construcțiile obișnuite, factorul de umplere este de ordinul 0,6 — 0,8.

Din cele spuse înainte, rezultă deci că atît inductanța bobinei, cît și rezistența ei, variază din cauza fenomenului de paramagnetism nuclear. Noile valori ale acestora se deduc din relația (2.5):

$$\begin{aligned} L &= L_0 (1 + 4\pi\xi\chi'), \\ R &= R_0 + 4\pi\omega L_0 \xi\chi'' = R_0 (1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''). \end{aligned} \tag{2.6}$$

Factorul de calitate al bobinei devine

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega L_0}{R_0} \frac{1 + 4\pi\xi\chi'}{1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''} = Q_0 \frac{1 + 4\pi\xi\chi'}{1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''}. \tag{2.7}$$

Neglijînd termenii de ordin superior în χ' și χ'', obținem

$$Q \cong Q_0 (1 + 4\pi\xi\chi' - 4\pi Q_0 \xi\chi'').$$

Ținînd seama și de faptul că $Q_0 \gg 1$, rezultă

$$Q \cong Q_0 (1 - 4\pi Q_0 \xi\chi'').$$

Din relațiile scrise, rezultă următoarele variații specifice ale mărimilor definite mai sus:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L}{L_0} &= 4\pi\xi\chi', \\ \frac{\Delta R}{R_0} &= 4\pi Q_0 \xi\chi'', \\ \frac{\Delta Q}{Q_0} &\cong -4\pi Q_0 \xi\chi''. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Așadar, variația intensității cîmpului continuu H_0, sau variația frecvenței ω a cîmpului alternativ H_1, în jurul condiției de rezonanță, care duc la variații ale susceptibilităților χ' și χ'', conform relațiilor (1.5), provoacă de asemenea variația rezistenței bobinei cu probă (absorbție) și variația inductanței acesteia (dispersie). Fenomenul de rezonanță magnetică nucleară se studiază tocmai prin măsurarea acestor variații ale rezistenței și inductanței.

Susceptibilitățile χ' și χ'' fiind de ordinul $10^{-5} \div 10^{-7}$, iar $Q_0 \sim 100$, variațiile (2.8) vor fi de ordinul

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L}{L_0} &\sim (10^{-4} \div 10^{-6}), \\ \frac{\Delta R}{R_0} &\sim (10^{-2} \div 10^{-4}), \\ \frac{\Delta Q}{Q_0} &\sim -(10^{-2} \div 10^{-4}). \end{aligned} \tag{2.9}$$

În unele metode de măsură, cum ar fi de pildă în montajul autodină, bobina cu probă face parte din circuitul acordat al unui oscilator și, în acest fel, cîmpul magnetic dat de bobină, H_1, are tot timpul frecvența egală cu frecvența de oscilație. Să definim cîteva mărimi legate de un asemenea circuit. Fie C capacitatea legată în paralel cu bobina L_0, R_0. Pulsația dată de oscilator în lipsa fenomenelor de paramagnetism nuclear va fi

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C}} ; \tag{2.10}$$

factorul de calitate al circuitului la frecvența de rezonanță (egal cu cel al bobinei, întrucît neglijăm pierderile condensatorului)

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L_0}{R_0} ; \tag{2.11}$$

impedanța echivalentă a circuitului la rezonanță

$$Z_0 = Q_0 \omega_0 L_0 = \frac{L_0}{C R_0} , \tag{2.12}$$

iar admitanța echivalentă a circuitului la rezonanță

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{C R_0}{L_0} . \tag{2.13}$$

În prezența fenomenelor de paramagnetism nuclear, inductanța și rezistența bobinei cu probă se schimbă conform cu (2.6)

$$L = L_0 (1 + 4\pi\xi\chi'), \tag{2.14}$$

$$R = R_0 + 4\pi\omega L_0 \xi\chi'' = R_0 (1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''), \tag{2.15}$$

căci $\omega \cong \omega_0$, iar $\omega_0 L_0 / R_0 = Q_0$.

Pentru celelalte mărimi definite mai înainte rezultă pulsația oscilatorului

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{L_0 (1 + 4\pi\xi\chi') C}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + 4\pi\xi\chi'}} ; \tag{2.16}$$

factorul de calitate al circuitului la rezonanță

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + 4\pi\xi\chi'}} \cdot \frac{L_0 (1 + 4\pi\xi\chi')}{R_0 (1 + 4\pi Q_0 \xi\chi'')} = Q_0 \frac{\sqrt{1 + 4\pi\xi\chi'}}{1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''} ; \tag{2.17}$$

impedanța echivalentă la rezonanță

$$Z = QL\omega = Z_0 \frac{1 + 4\pi\xi\chi'}{1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''} ; \tag{2.18}$$

admitanța echivalentă la rezonanță

$$Y = Y_0 \frac{1 + 4\pi Q_0 \xi\chi''}{1 + 4\pi\xi\chi'} . \tag{2.19}$$

Ținînd seama că χ' și χ'' sînt de ordinul 10^{-6}, iar Q_0 de ordinul 100, adică

$$4\pi\xi\chi' \ll 1, \quad 4\pi Q_0 \xi\chi'' \ll 1, \quad Q_0 \gg 1,$$

putem deduce, în plus față de (2.8), următoarele variații specifice:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \cong -2\pi\xi\chi' \sim -(10^{-4} \div 10^{-6}),$$
$$\frac{\Delta Q}{Q_0} \cong -4\pi Q_0\xi\chi'' \sim -(10^{-2} \div 10^{-4}),$$
$$\frac{\Delta Z}{Z_0} \cong -4\pi Q_0\xi\chi'' \sim -(10^{-2} \div 10^{-4}), \qquad (2.20)$$
$$\frac{\Delta Y}{Y_0} \cong 4\pi Q_0\xi\chi'' \sim (10^{-2} \div 10^{-4}).$$

Din toate cele expuse, rezultă că în construirea aparatajului pentru observarea fenomenului de rezonanță nucleară trebuie avute în vedere următoarele considerații:

a) Variațiile ce trebuie măsurate sînt foarte mici și este nevoie de montaje speciale foarte sensibile.

b) Dispersia și absorbția apar în același timp, putînd avea și ordine de mărime egale. Pentru măsurarea distinctă a acestor două mărimi este necesar ca montajele de măsură să permită separarea lor.

§ 3. Raportul semnal/zgomot al montajelor pentru studiul rezonanței nucleare

În experiențele de rezonanță nucleară, semnalul care trebuie măsurat este, în mod obișnuit, de același ordin de mărime cu zgomotul de fond. Din această cauză este important a se analiza raportul semnal/zgomot, pentru a se vedea ce parametri îl influențează și cum poate fi îmbunătățit.

Valoarea eficace, e, a forței electromotoare de zgomot care ia naștere în bobina de măsură, în serie cu f. e. m. a semnalului, E (fig. 2), este dată de relația cunoscută

$$\overline{e^2} = 4kTR\,\Delta f, \qquad (3.1)$$

unde: $k = 1{,}38\cdot10^{-16}$ erg/°K este constanta lui Boltzmann,
T = temperatura absolută în °K,
f = banda de trecere a aparatului,
R = rezistența serie a bobinei.

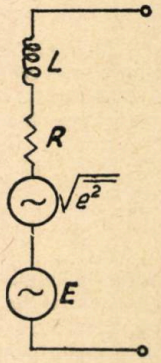


Fig. 2

Pe de altă parte, semnalul dat de rezonanța nucleară este

$$-\frac{d\Phi}{dt}\cdot10^{-8},$$

unde $\Phi = nA(4\pi M_x)$ este fluxul prin bobină datorit paramagnetismului nuclear, A este secțiunea bobinei, n este numărul de spire, iar

$$M_x = M_{x_0}\sin(\omega t + \varphi)$$

este magnetizarea nucleară paralelă cu bobina. Prin urmare

$$E = 4\pi nA\omega\cdot M_{x_0}\cdot10^{-8}. \qquad (3.2)$$

Relația aceasta este valabilă numai dacă presupunem că proba umple complet bobina. În caz contrar, va trebui să introducem „factorul de umplere" ξ. Relația (3.2) se va scrie

$$E = 4\pi\xi nA\omega\cdot M_{x_0}\cdot10^{-8}. \qquad (3.3)$$

Din relațiile (3.1) și (3.3), putem calcula raportul semnal/zgomot

$$\rho = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}E}{\sqrt{\overline{e^2}}} = \pi\sqrt{\frac{2}{kT}}\cdot\frac{\xi nA\omega M_{x_0}}{\sqrt{R\cdot\Delta f}}\cdot10^{-8}. \qquad (3.4)$$

BUDAPEST MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Rezultă din această relație că raportul semnal/zgomot se poate îmbunătăți mărindu-se bobina, factorul de calitate al acesteia, factorul de umplere și frecvența de lucru. Banda de frecvențe transmisă trebuie redusă la minimum. Pentru fiecare montaj în parte trebuie să se țină seama de celelalte surse de zgomot (generatorul de înaltă frecvență, amplificatorul de înaltă frecvență, detectorul, amplificatorul de joasă frecvență etc.).

Mărimea Mx_0 depinde de amplitudinea $2H_1$ a cîmpului de radiofrecvență. În cazul dispersiei nucleare, semnalul crește proporțional cu H_1 atît timp cît mărimea $s = \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2$ este mică față de unitate, tinzînd către o valoare constantă cînd $s \gg 1$. Semnalul de absorbție nucleară este maxim pentru $s = 1$, tinzînd către zero cînd $s \gg 1$.

*

În cele ce urmează ne vom ocupa de două categorii de montaje pentru studiul rezonanței nucleare :

a) Montaje în care bobina cu probă face parte dintr-un circuit pasiv (metoda *Q*-metrului și punții), alimentat de la un generator extern de radiofrecvență. Variațiile inductanței și rezistenței se traduc prin modularea în amplitudine și fază a tensiunii la ieșire.

b) Montaje în care bobina cu probă face parte din circuitul acordat al unui oscilator ce se găsește în apropierea punctului de amorsare a oscilațiilor (montaje autodină). Variațiile de rezistență și inductanță se traduc prin modularea în amplitudine și frecvență a oscilațiilor generate.

Avantajul principal al primei categorii de montaje constă în faptul că, cu ajutorul acestor montaje, curbele χ' și χ'', în funcție de cîmpul magnetic H_0, se obțin la o frecvență dată. La montajele din categoria a doua, curbele rezultă deformate, deoarece o dată cu cîmpul magnetic variază în anumite limite și frecvența oscilatorului.

II. MONTAJE CU CIRCUITE PASIVE

§ 4. Principiul metodei

O posibilitate de a pune în evidență rezonanța nucleară constă în aplicarea unei tensiuni de înaltă frecvență la intrarea unui cuadripol pasiv, în schema căruia intră și bobina cu proba de studiat. Variația rezistenței și inductanței bobinei, în urma fenomenului de rezonanță nucleară, conduce la variația factorului de transfer

$$T = \frac{U_2}{U_1} = |T| L\varphi$$

al cuadripolului. Tensiunea de înaltă frecvență la ieșire va fi deci modulată în amplitudine și fază, conform cu variațiile lui $|T|$ și φ. În general, se preferă observarea modulației de amplitudine, deoarece comportă mai puține dificultăți experimentale. În acest scop, se conectează la ieșirea cuadripolului un receptor radio cu modulație de amplitudine. În cazul general, atît modulul, cît și argumentul factorului de transfer T sînt funcții de χ' și χ''. Dacă elementele cuadripolului sînt astfel reglate încît $|T|$ să fie, cu o aproximație suficient de bună, o funcție liniară de una din mărimile χ'' sau χ' (și independent de cealaltă), atunci montajul este propriu pentru a pune în evidență curba de absorbție sau dispersie nucleară.

Din categoria montajelor cu circuite pasive fac parte metoda *Q*-metrului și montajele în punte, de care ne vom ocupa în cele ce urmează.

§ 5. Metoda Q-metrului

În această metodă, proba este introdusă în bobina unui circuit derivație. Variațiile de impedanță ale acestui circuit se traduc prin variații ale amplitudinii tensiunii la bornele circuitului, care sînt semnalate de un receptor. Schema principială este dată în figura 3.

După cum am arătat mai înainte, datorită fenomenului de rezonanță nucleară, impedanța bobinei de inductanță L_0 și rezistență R_0 variază astfel, încît

$$\Delta L = 4\pi\xi\chi' L_0,$$

$$\Delta R = 4\pi Q_0 \xi \chi'' R_0.$$

Deoarece variația relativă de rezistență este proporțională cu factorul de calitate $Q_0 = \omega L_0/R_0$ al bobinei, este necesar să se obțină o valoare cît mai mare pentru Q_0 și să se ia măsuri pentru ca impedanța generatorului O și a receptorului să nu amortizeze circuitul. În acest scop se utilizează receptori cu impedanță mare de intrare. În acest caz, impedanța receptorului fiind mult mai mare decît reactanța condensatorului de cuplaj C_k', tensiunea U_A din punctul A, care de fapt se aplică divizorului de tensiune format din $1/\omega C_k'$ și impedanța de intrare a receptorului, putem considera că se aplică în întregime receptorului. Așadar

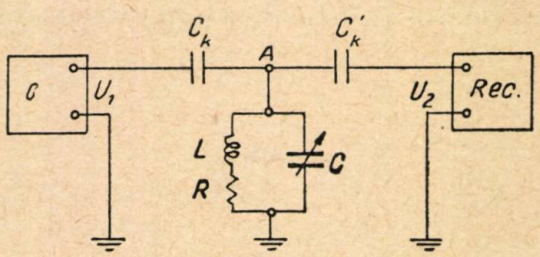


Fig. 3

$$U_2 \cong U_A.$$

Dacă tensiunea dată de oscilatorul O este constantă, cînd variază impedanța Z a circuitului derivație va varia și curentul ce trece prin acest circuit. Așadar, variația amplitudinii tensiunii în punctul A se compune din doi termeni, corespunzînd variației curentului și a impedanței

$$\Delta |U_A| = \Delta |ZI| = \Delta |Z| \cdot |I| + |Z| \cdot \Delta |I|.$$

În general, al doilea termen tinde să compenseze în parte efectul variației impedanței, fiindcă prin creșterea impedanței curentul scade. Așadar, $\Delta |U_A|$ va fi maxim dacă vom reuși să facem pe $\Delta |I|$ cît mai mic, cu alte cuvinte, dacă vom face ca oscilatorul să lucreze ca sursă de curent constant. În acest scop, condensatorul de cuplaj C_k se alege de capacitate cît mai mică, pentru ca reactanța $1/\omega C_k$ să fie mare față de impedanța brațului L_0C.

Notăm

— reactanța condensatorului de acord: $Z_C = 1/j\omega C$;
— impedanța bobinei în lipsa fenomenelor de magnetism nuclear: $Z_{L_0} = R_0 + j\omega L_0$;
— aceeași mărime în prezența fenomenelor de magnetism nuclear: $Z_L = R + j\omega L$;
— variația acestei impedanțe

$$\Delta Z_L = \Delta R + j\omega\,\Delta L = 4\pi(Q_0 R_0 \xi\chi'' + j\omega L_0 \xi\chi') = 4\pi j\omega L_0 \xi\chi; \tag{5.1}$$

— factorul de calitate al bobinei în afara rezonanței nucleare: $Q_0 = \omega L_0/R_0$;
— același la rezonanță nucleară: $Q = \omega L/R$.

Expresia tensiunii măsurate de receptor este

$$U_2 \cong U_A = IZ = I\frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = U_0 + U_\chi, \tag{5.2}$$

unde

$$U_0 = IZ_0 = I\frac{Z_{L_0} Z_C}{Z_{L_0} + Z_C} \tag{5.3}$$

este valoarea tensiunii în absența fenomenelor de magnetism nuclear, iar Z_0 și Z impedanța brațului LC în lipsa și în prezența magnetismului nuclear. Apoi

$$U_\chi = I \cdot \Delta Z = I \cdot \Delta \left(\frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} \right) = I \frac{\Delta Z_L \cdot Z_C^2}{(Z_{L_0} + Z_C)^2}, \tag{5.4}$$

iar

$$U_2 = U_0 \left(1 + \frac{Z_C}{Z_{L_0} + Z_C} \cdot \frac{\Delta Z_L}{Z_{L_0}} \right) \cong U_0 [1 + K \cdot 4\pi \xi (\chi' - j\chi'')] = U_0 + U_{\chi'} + U_{\chi''} \tag{5.5}$$

$U_{\chi'}$ și $U_{\chi''}$ sînt tensiuni de înaltă frecvență, defazate cu $\pi/2$ între ele și avînd amplitudinile mult mai mici decît U_0. Dacă factorul K are o valoare imaginară, atunci modulația în amplitudine a

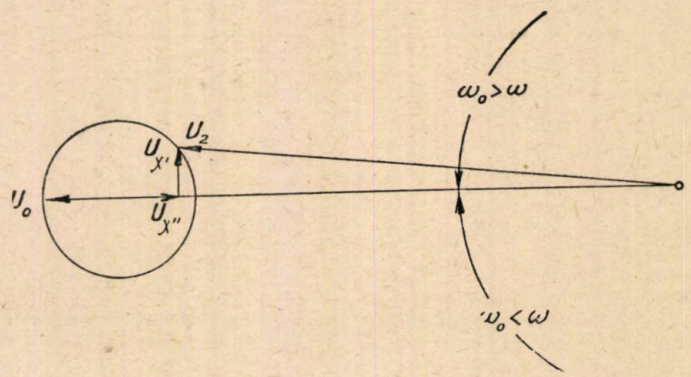


Fig. 4

lui U_2 va fi dată numai de χ'', fiind practic independentă de χ'; adică, vom putea observa curba de absorbție nucleară. Dacă factorul K este real, modulația de amplitudine va reprezenta curba de dispersie nucleară, iar în cazul factorului K complex vom obține un semnal mixt, nedorit. Factorul K are expresia

$$K = \frac{Z_C}{Z_{L_0} + Z_C} = \frac{1}{1 + \frac{Z_{L_0}}{Z_C}} = \frac{1}{1 - \omega^2 L_0 C + j\omega C R_0} = \frac{1}{1 - \omega^2 L_0 C + \frac{j}{Q_0}}. \tag{5.6}$$

El are o valoare imaginară dacă circuitul este acordat, $\omega^2 L_0 C = 1$, în care caz $K = -jQ_0$, iar

$$U_2 = U_0 [1 - 4\pi \xi Q_0 (\chi'' + j\chi')]. \tag{5.7}$$

Se obține, dimpotrivă, o valoare practic reală a lui K dacă circuitul este suficient de departe de rezonanță, încît termenul $(1 - \omega^2 L_0 C)$ să fie de ordinul unității; în acest caz

$$K \cong \frac{1}{1 - \omega^2 L_0 C}.$$

Deci, pentru observarea absorbției nucleare trebuie să se lucreze cu circuitul acordat, iar pentru a observa dispersia trebuie să se lucreze cu circuitul departe de acord. Condițiile de observare a dispersiei sînt, însă, mult mai defavorabile, deoarece gradul de modulație este de $Q_0 (1 - \omega^2 L_0 C)$ ori mai mic.

Este de observat că, chiar în cazul absorbției, gradul de modulație este destul de mic (de ordinul $10^{-3} - 10^{-5}$), deci este satisfăcută cu prisosință condiția $| U_\chi | \ll | U_0 |$.

Reprezentînd grafic tensiunea $U_2 = U_0 + U_{\chi'} + U_{\chi''}$ obținem diagrama din figura 4, unde, făcînd uz de formulele (1.5), în cazul lipsei saturației

$$\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 \ll 1, \tag{5.8}$$

am obținut pentru locul geometric al vîrfului vectorului U_2 un cerc avînd ca diametru

$$| U_{\chi''} |_{max} = 4\pi Q_0 | U_0 | \xi \chi''_{max} = 2\pi Q_0 | U_0 | \xi \omega_0 \chi_0 T_2 .$$

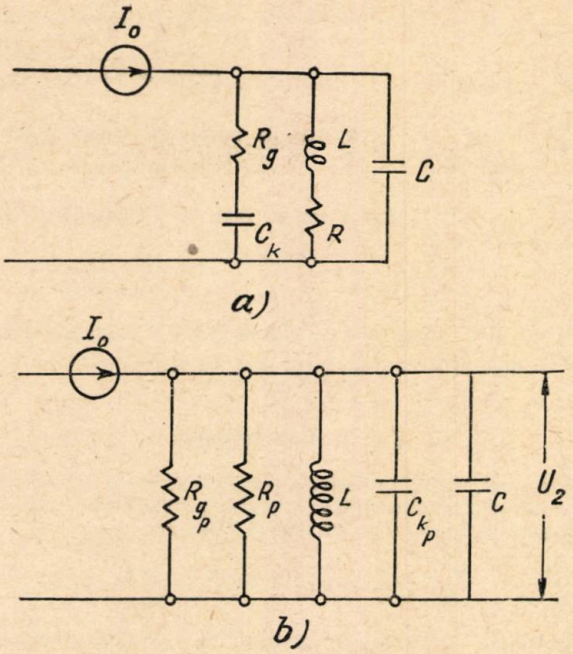


Fig. 5

În cazul saturației, deci cînd inegalitatea (5.8) nu mai este satisfăcută, locul geometric este o elipsă, avînd axa mică egală cu

$$| U_{\chi''} |_{max} = \frac{2\pi Q_0 | U_0 | \xi \omega_0 \chi_0 T_2}{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2} ,$$

iar axa mare

$$| U_{\chi'} |_{max} = \frac{2\pi Q_0 | U_0 | \xi \omega_0 \chi_0 T_2}{\sqrt{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}} .$$

Metoda Q-metrului prezintă avantajul simplității. Ea necesită însă precauții speciale pentru ca rezistența receptorului și a oscilatorului să nu amortizeze circuitul acordat.

Efectul rezistenței interne a oscilatorului poate fi luat în considerare folosind circuitul echivalent din figura 5*a*, respectiv 5*b*, în care generatorul de forță electromotoare E și rezistență internă R_g a fost înlocuit printr-un generator echivalent de curent constant. Din circuitul echivalent rezultă relațiile

$$I_0 = \frac{E}{R_g + \dfrac{1}{j\omega C_k}} = \text{const.} ; \qquad R_{g_p} = R_g + \frac{1}{\omega^2 C_k^2 R_g} ; \tag{5.9}$$

$$R_p = Q\omega L ; \qquad C_{k_p} = \frac{C_k}{1 + \omega^2 C_k^2 R_g^2} .$$

Capacitatea echivalentă C_{k_p} nu are nici un efect defavorabil, ea schimbă numai valoarea capacității de acord C. Pentru ca să nu scadă în mod sensibil Q-ul circuitului, trebuie ca rezistența echivalentă R_{g_p} să fie mare în comparație cu R_p. Acest lucru se poate obține pe una din următoarele trei căi (după cum rezultă din expresia lui R_{g_p}):

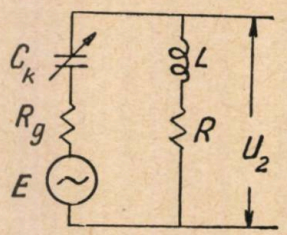


Fig. 6

a) Capacitate de cuplaj suficient de mică

$$\frac{1}{\omega C_k} \gg \sqrt{R_g R_p};$$

b) Generator de rezistență foarte mare

$$R_g \gg R_p;$$

c) Generator cu rezistență internă foarte mică

$$R_g \ll \frac{R}{(\omega^2 L C_k)^2}.$$

În ultimul caz, $C_{k_p} = C_k$ și se poate face acordul cu ajutorul condensatorului C_k renunțîndu-se la C, ca la Q-metrul cu montaj serie (fig. 6), în care $R_g \ll R$.

§ 6. Montaje în punte

În metoda Q-metrului, variația relativă a tensiunii de ieșire este în cel mai bun caz egală cu variația relativă a impedanței circuitului ce conține proba. Cu un asemenea montaj, gradul de modulație al tensiunii de ieșire nu poate depăși valoarea

$$\frac{\Delta R}{R_0} = 4\pi Q_0 \xi \chi'' = 10^{-3} \div 10^{-5}.$$

Valoarea redusă a acestui grad de modulație „natural" creează dificultăți practice la observarea semnalului.

Prin montajele în punte se urmărește îmbunătățirea gradului de modulație față de cel obținut prin metoda Q-metrului. Dacă U_0 este tensiunea la ieșire în absența fenomenului de rezonanță nucleară, iar $U_2 = U_0 + U_\chi = U_0 + U_{\chi'} + U_{\chi''}$ este tensiunea la ieșire în prezența rezonanței, se caută o reducere importantă (cu $40 \div 60$ dbedb) a „purtătoarei" de radiofrecvență, U_0, pe cît posibil fără a influența componenta U_χ. Această reducere prezintă două avantaje:

a) Face posibilă o amplificare considerabilă în înaltă frecvență a tensiunii de ieșire, înainte de detecție, fără o supraexcitare a etajelor amplificatoare, așa încît la detecție semnalul util să aibă un nivel suficient de mare față de nivelul de zgomot al detectorului.

b) Se micșorează influența zgomotului datorit modulației parazite a tensiunii generatorului (de exemplu, modulația de brum). Într-adevăr, reducînd tensiunea U_0, gradul de modulație parazită rămîne neschimbat, în timp ce gradul de modulație utilă $|U_\chi| / |U_0|$ se mărește considerabil, ceea ce ameliorează raportul semnal/zgomot.

Pentru ca modulația de amplitudine să reprezinte corect una din mărimile χ', sau χ'' este necesar ca tensiunea U_0 (redusă) să fie în fază cu $U_{\chi'}$, sau cu $U_{\chi''}$, iar gradul de modulație să nu fie mai mare decît 2.10^{-2}. În acest caz eroarea datorită lui χ' în studiul lui χ'' (sau invers) este sub 1%.

Primii care au folosit un montaj în punte pentru detectarea rezonanței nucleare au fost Bloembergen, Purcell și Pound [1]. Montajul lor este reprezentat schematic în figura 7. În cele două brațe ale punții se utiliza cîte un circuit acordat, în bobine punîndu-se cîte o probă identică pentru a ușura echilibrarea inițială a punții. Pentru ca tensiunea din cele două brațe să fie în contrafază, brațul cu proba care se studiază este alimentat printr-o linie în $\frac{1}{2}\lambda$. Faza și amplitudinea lui U_2 sînt reglate cu ajutorul capacităților C_3 și C_4. Condensatorul C_4 afectează și echilibrarea în fază și pe cea în amplitudine, fiindcă este în paralel cu circuitul acordat. De aceea, condensatorul C_4 este legat cu condensatorul C_5 în așa fel, încît să se păstreze neschimbată capacitatea circuitului acordat. Elementele circuitului sînt legate între

ele prin cablu coaxial standard de înaltă frecvență (50 Ω). Impedanța echivalentă a circuitelor este de 5000 Ω.

Dezavantajul acestei punți este linia de $\frac{1}{2}\lambda$, care are cîțiva metri lungime, iar variații mici ale poziției sale provoacă un dezechilibru însemnat.

Teoria punților de curent alternativ pune la dispoziție montaje mai simple și mai ușor de reglat decît acel folosit de B l o e m b e r g e n, P u r c e l l și P o u n d. Puntea se echilibrează

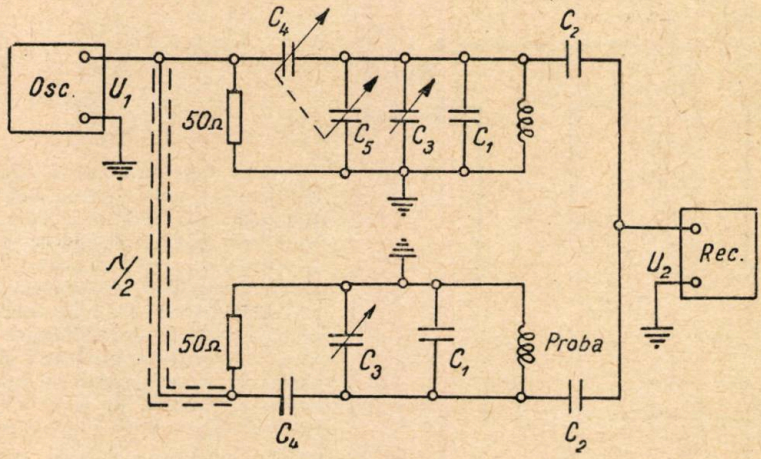


Fig. 7

mai întîi în absența rezonanței nucleare. În aceste condiții, rezonanța nucleară va face să apară la ieșirea punții o tensiune $U_\chi = U_{\chi'} + U_{\chi''}$, în care $U_{\chi'}$ și $U_{\chi''}$ sînt defazate cu 90° și au amplitudinile de același ordin de mărime. Pentru a studia variația lui χ', sau χ'' trebuie să se dereglezе puntea, așa încît la ieșire să apară o tensiune U_0, care să fie în fază cu $U_{\chi'}$, sau $U_{\chi''}$ și cel puțin de 50 de ori mai mare decît aceste tensiuni.

Vom examina mai jos cîteva din aceste montaje.

§ 7. Puntea în T șuntat

Schema de principiu este dată în figura 8*a*. Vom stabili condițiile de echilibru ale punții, iar apoi vom stabili care elemente ale punții trebuie dereglate și în ce proporții, pentru a studia dispersia sau absorbția nucleară.

Presupunînd impedanța receptorului conectat la ieșire practic infinită, cu notațiile din figura 8*b*, factorul de transfer al cuadripolului în T șuntat are expresia

$$T = \frac{U_2}{U_1} = \frac{\dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{Z_3} + \dfrac{Z_4}{Z_1 Z_3}}{\dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{Z_3} + \dfrac{Z_4}{Z_1 Z_3} + \dfrac{Z_4}{Z_2 Z_3}} = \frac{A}{A + B}. \tag{7.1}$$

Condiția de echilibru a punții (în absența rezonanței nucleare) este

$$A = 0; \qquad Z_1 + Z_3 + Z_4 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_2} = 0.$$

Fiindcă

$$Z_1 = Z_3 = \frac{1}{j\omega C_k}\,; \quad Z_4 = R'\,; \quad \frac{1}{Z_2} = Y_2 = j\omega C + \frac{1}{j\omega L_0} + \frac{1}{R_{p_0}},$$

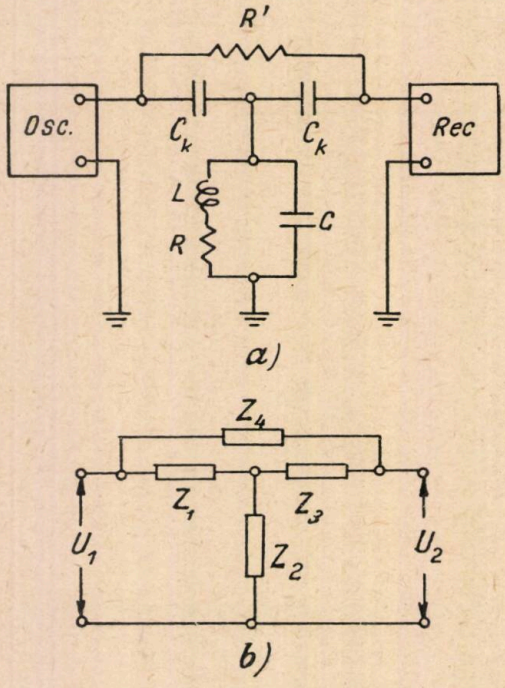


Fig. 8

obținem

$$\left.\begin{aligned} R'R_{p_0} &= \frac{1}{\omega^2 C_k^2}\,, \\ \omega^2 L_0 (C + 2C_k) &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (7.2)$$

Cele două condiții se pot realiza independent, prin reglarea rezistenței R' și a condensatorului de acord C, ceea ce constituie un avantaj față de puntea lui Bloembergen, Purcell și Pound. De asemenea, se vede că o mică modificare a valorii lui R' față de echilibru are același efect de dezechilibrare a punții ca și o variație a rezistenței R_p. Deci, dereglînd puntea cu ajutorul lui R', se va obține o tensiune de ieșire în fază cu semnalul $U_{\chi''}$ și se va putea observa absorbția nucleară. Pentru a observa dispersia nucleară, va trebui să se deregleze puntea cu ajutorul lui C.

Un calcul al tensiunii de ieșire se poate face considerînd că variațiile, față de valorile de echilibru, ale lui L și R (datorite rezonanței nucleare), cît și ale lui R' și C sînt mici, deci se pot neglija termenii de ordinul doi

$$U_2 = U_1 T = U_1 \left[T_0 + \left(\frac{\partial T}{\partial Y_2}\right)_{T=T_0} \Delta Y_2 + \left(\frac{\partial T}{\partial Z_4}\right)_{T=T_0} \Delta Z_4 \right],$$

în care $T_0 = 0$;

$$\left(\frac{\partial T}{\partial Y_2}\right)_{T=0} = \left[\frac{B\dfrac{\partial A}{\partial Y_2} - A\dfrac{\partial B}{\partial Y_2}}{(A+B)^2} \right]_{A=0} = \frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial Y_2} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4}\,;$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial Z_4}\right)_{T=0} = \frac{1}{B}\frac{\partial A}{\partial Z_4} = \frac{Z_2}{Z_1 Z_4}\,;$$

$$\Delta Y_2 = \left[-\frac{\Delta R_p}{R_{p_0}^2} + j\omega\,\Delta C - \frac{1}{j\omega L_0}\frac{\Delta L}{L_0} \right]; \qquad \Delta Z_4 = \Delta R'.$$

Ținînd seama de relațiile de mai sus și de condițiile de echilibru (7.2), rezultă

$$U_2 = U_1 \frac{1}{2 + \dfrac{j}{Q_0}\left[2 + \dfrac{C}{C_k}\right]} \left[4\pi\xi Q_0 (\chi'' + j\chi') + jQ_0 \frac{\Delta C}{C + 2C_k} - \frac{\Delta R'}{R'} \right]. \qquad (7.3)$$

Dacă presupunem că gradul de modulație „natural" $4\pi\xi Q_0 \mid \chi \mid_{max}$ este de ordinul 10^{-4}, iar noi dorim să observăm absorbția cu un grad de modulație de circa 10^{-2}, va trebui să dăm o variație de circa 1 % rezistenței R' față de valoarea care echilibrează puntea. Pentru a observa dispersia este suficient să se dea lui C o variație

$$\Delta C \cong 10^{-4} \cdot (C + 2C_k).$$

Rezultă că observarea absorbției este mai dificilă decît a dispersiei, deoarece în acest caz capacitățile C și C_k trebuie să se mențină la valoarea de echilibru cu o precizie foarte bună (de ordinul 10^{-6}).

O altă caracteristică a punții este tensiunea necesară de intrare, dată de o relație de forma

$$U_1 = K \frac{U_\chi}{4\pi\xi Q_0 (\chi'' + j\chi')} \cdot \tag{7.4}$$

Întrucît U_χ are o valoare minimă impusă de zgomotul termic al primului etaj de amplificare ce urmează punții, iar mărimea de la numitor nu depinde de caracteristicile punții respective, tensiunea necesară de intrare la diferitele punți depinde de valoarea factorului K. La puntea în T șuntat prezentată mai sus, factorul

$$K = 2 + \frac{j}{Q_0}\left(2 + \frac{C}{C_k}\right)$$

are o valoare absolută care nu este mult mai mare decît 2. Pentru $U_\chi = 0{,}1$ mV este necesară o tensiune de intrare de circa 2V (mai puțin decît la metoda Q-metrului).

În principiu, se mai poate realiza puntea în T șuntat din figura 8 și fără condensatorul C, echilibrarea făcîndu-se cu ajutorul mărimilor R' și C_k, însă în acest caz nu mai este asigurată îndeplinirea celor două condiții de echilibru prin reglaje independente.

§ 8. Puntea în dublu T

Montajul din figura 9 a fost propus de Grivet, Soutif și Gabillard [2]. Factorul de transfer

$$T = \frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_1' + Z_3' + Z_1' Z_3' Y_2' + Z_1'' + Z_3'' + Z_1'' Z_3'' Y_2''}{\left(Z_1' + Z_3' + Z_1' Z_3' Y_2'\right)\left(1 + \frac{Z_1''}{Z_2''}\right) + \left(Z_1'' + Z_3'' + Z_1'' Z_3'' Y_2''\right)\left(1 + \frac{Z_1'}{Z_2'}\right)} = \frac{A}{A+B} \cdot \tag{8.1}$$

Condiția de echilibru ($A = 0$) dă

$$\left.\begin{aligned} R' R_{p_0} &= \frac{1}{\omega^2 C^2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)}, \\ \omega^2 L_0 \left(2C + C_0 + \frac{C^2}{C_1}\right) &= 1. \end{aligned}\right\} \tag{8.2}$$

Pentru comoditatea reglajului, autorii au prevăzut reglajul simultan al condensatorilor C, în vederea obținerii unui echilibru aproximativ, urmînd ca prin reglajul lui C_0 și C_2 să se satisfacă independent cele două condiții de echilibru. Puntea are avantajul că nu conține rezistențe variabile. Tot din condițiile de echilibru, rezultă că pentru observarea dispersiei va trebui dereglat C_0, iar pentru observarea absorbției C_2.

Tensiunea la ieșire este

$$U_2 = \frac{U_1}{B}\left(\frac{\partial A}{\partial Y_2'}\,\Delta Y_2' + \frac{\partial A}{\partial Y_2''}\,\Delta Y_2''\right),$$

unde

$$\Delta Y_2' = -\frac{\Delta R_p}{R_{p_0}^2} + j\omega\,\Delta C_0 - \frac{1}{j\omega L_0}\frac{\Delta L}{L_0},$$

$$\Delta Y_2'' = j\omega\,\Delta C_2.$$

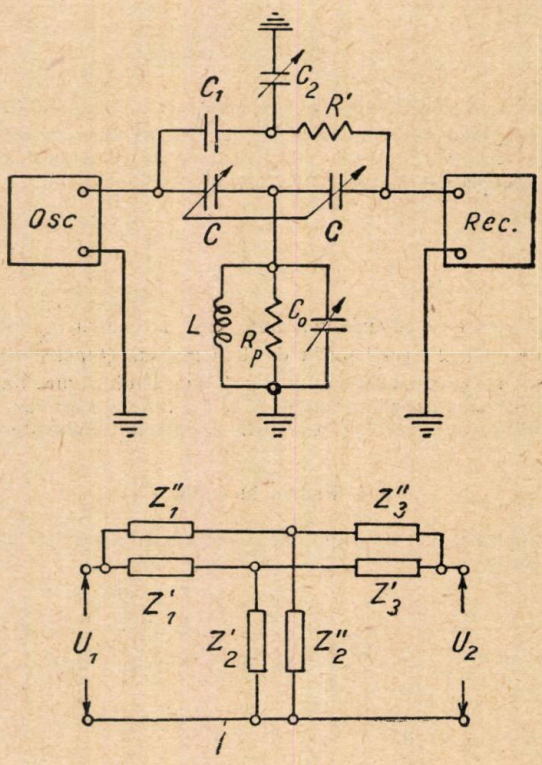


Fig. 9

Din relațiile de mai sus și din condițiile de echilibru (8.2) rezultă

$$U_2 = U_1 \frac{1}{\left(2 + 2\frac{C}{C_1} + \frac{C_2}{C_1}\right) - \left(j\omega C R_p \frac{C}{C_1} + \frac{1}{j\omega C R_p}\right)} \left[4\pi\,\xi\,Q_0(\chi'' + j\chi') + \right.$$

$$\left. + R_p\, j\omega\,\Delta C_0 - \frac{\Delta C_2}{C_1 + C_2}\right]. \qquad (8.3)$$

Și la această punte, condiții mai favorabile există pentru observarea dispersiei, fiind suficientă o dereglare a lui C_0 egală cu

$$\Delta C_0 = 10^{-4}\left(2C + C_0 + \frac{C^2}{C_1}\right),$$

în timp ce pentru observarea absorbției nucleare este necesar să se deregleze C_2 cu $1^0/_0$ din (C_1+C_2). Caracteristica aceasta a punții este interesantă, întrucît celelalte montaje sînt proprii mai mult pentru observarea absorbției nucleare (metoda Q-metrului, autodina).

Valoarea factorului K, care determină tensiunea necesară de intrare (vezi relația (7.4)), este dată de relația

$$K = \left(2 + 2\frac{C}{C_1} + \frac{C_2}{C_1}\right) - \left(j\omega C R_p \frac{C}{C_1} + \frac{1}{j\omega C R_p}\right).$$

Și în acest caz, K are o valoare comparabilă cu 2, deci din acest punct de vedere puntea în dublu T este echivalentă cu puntea în T șuntat. Principalul său avantaj față de această din urmă punte este lipsa rezistenței variabile.

Un avantaj al punților în T șuntat și în dublu T este valoarea mai redusă a impedanțelor de intrare și ieșire, față de montajul utilizat de Bloembergen, Purcell și Pound, unde se ridicau probleme cu privire la izolarea de masă a conexiunilor de intrare și ieșire.

§ 9. Influența impedanței generatorului și receptorului

Fie $U_2 = TU_1$ tensiunea la ieșirea unui cuadripol în gol. Dacă se conectează la ieșire o impedanță Z_r, tensiunea la ieșire se modifică, conform teoremei lui Thévenin, în raportul $a = Z_r/(Z_e + Z_r)$, care este de obicei subunitar în valoare absolută. Pe de altă parte, tensiunea de intrare, U_1, poate fi exprimată în funcție de forța electromotoare, E, a generatorului

$$U_1 = E\frac{Z_i}{Z_g + Z_i} = Eb,$$

unde Z_g este impedanța generatorului. Deci, pentru a ține seama de valorile finite ale impedanțelor generatorului și receptorului, tensiunea la ieșire trebuie exprimată sub forma

$$U_2 = E\frac{Z_i}{Z_g + Z_i}\cdot\frac{Z_r}{Z_e + Z_r}\cdot T = E\,ab\,T; \tag{9.1}$$

Z_i este impedanța de intrare măsurată cînd receptorul de impedanță Z_r este conectat la ieșire, iar Z_e este impedanța măsurată la ieșire cu impedanța Z_g conectată la intrare.

Datorită rezonanței nucleare, impedanța bobinei care conține proba se modifică cu ΔZ_L, ceea ce duce la modificarea lui T, Z_i și Z_e, deci și la o variație a tensiunii de ieșire. Pe de altă parte, trebuie să se țină seama că f. e. m. de radiofrecvență, E, nu are niciodată o amplitudine riguros constantă; ea prezintă o modulație parazită, denumită modulație de zgomot. Se poate scrie

$$E = E_0(1 + m),$$

unde E_0 este o mărime riguros constantă, iar m variază arbitrar în timp, avînd însă totdeauna $|m| \ll 1$.

Cu notațiile de mai sus, tensiunea la ieșire în prezența rezonanței nucleare se scrie

$$U_2 = U_0 + U_\chi = E_0(1 + m)\,Tab\left[1 + \left(\frac{1}{a}\frac{\partial a}{\partial Z_L} + \frac{1}{b}\frac{\partial b}{\partial Z_L} + \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial Z_L}\right)\Delta Z_L\right]. \tag{9.2}$$

Neglijînd termenii care conțin $m\cdot\Delta Z_L$, se poate scrie

$$U_\chi = E_0\,ab\left[\frac{\partial T}{\partial Z_L}\Delta Z_L + \frac{T}{a}\frac{\partial a}{\partial Z_L}\Delta Z_L + \frac{T}{b}\frac{\partial b}{\partial Z_L}\cdot\Delta Z_L + mT\right]. \tag{9.3}$$

Primii trei termeni din paranteză reprezintă semnalul dat de rezonanța nucleară, în timp ce ultimul reprezintă zgomotul. Factorii a și b intervin în primul rînd în expresia lui U_χ ca factori comuni; dacă ei sînt subunitari în valoare absolută, va fi nevoie de o forță electromotoare mai mare pentru a obține semnalul dorit. Mai dăunătoare poate fi influența parametrilor a și b în termenul al doilea și al treilea din expresia (9.3). Este posibil (și acest lucru trebuie analizat la fiecare schemă în parte), ca acești termeni să compenseze parțial primul termen și deci să micșoreze semnalul util în comparație cu zgomotul. Un asemenea efect este mai dăunător, întrucît el nu poate fi compensat nici prin mărirea lui E_0, nici prin vreo amplificare ulterioară în înaltă sau joasă frecvență.

Este deci necesar să se aleagă impedanța receptorului și a generatorului în așa fel, încît influența lor dăunătoare să fie evitată. S-a arătat, de pildă (§ 5), că în metoda Q-metrului se impun condiții, relativ greu de realizat în practică, cu privire la impedanța generatorului și receptorului. Să arătăm că montajele în punte, care lucrează în vecinătatea echilibrului, sînt scutite de asemenea cerințe severe privitoare la Z_g și Z_r. Într-adevăr, condițiile de echilibru se exprimă prin $T = 0$, iar condiția de lucru în vecinătatea echilibrului se exprimă prin $|T| \ll 1$. Aceasta conduce la o micșorare importantă a tuturor termenilor din paranteza expresiei (9.2), cu excepția primului, care reprezintă semnalul util. Deci, la aceste montaje, pe lîngă influența zgomotului, este minimalizată și influența dăunătoare a impedanței generatorului sau receptorului. Cerințele cu privire la Z_g și Z_r vor fi deci destul de largi: $|Z_g|$ să nu fie mult mai mare decît $|Z_i|$, iar $|Z_r|$ să nu fie mult mai mic decît $|Z_e|$, pentru că altfel ar fi necesară o valoare ridicată a f.e.m. E_0 a generatorului.

Este de remarcat că Z_g și Z_r nu modifică în nici un fel condițiile de echilibrare a punții, întrucît nu intervin în nici un fel în relația $T = 0$.

III. MONTAJE TIP AUTODINĂ

§ 10. Principiul de funcționare al montajelor autodină

După cum s-a mai spus, metodele radioelectronice de observare a rezonanței paramagnetice nucleare se bazează pe transformarea variației susceptibilității magnetice nucleare în variații ale unor mărimi care pot fi ușor detectate cu ajutorul montajelor radioelectronice. În § 2 s-a arătat cum influențează paramagnetismul nuclear al unei probe, plasată în interiorul unei bobine, asupra caracteristicilor electrice ale bobinei și ale circuitului acordat din care ea face parte. Montajele autodină folosesc un asemenea circuit acordat, cu ajutorul căruia se realizează un oscilator cu rezistență negativă. Paramagnetismul nuclear se manifestă prin variații de amplitudine și de frecvență a oscilațiilor generate.

Să examinăm cantitativ comportarea unui astfel de montaj. Schema echivalentă a unui oscilator cu rezistență negativă este cea din figura 10 *a*, unde R_N este o rezistență neliniară, avînd o porțiune negativă. Dacă presupunem că organul cu rezistență negativă are o caracteristică de forma

$$i_N = \alpha u + \beta u^2 + \gamma u^3$$

și luăm astfel axele încît punctul de inflexiune, care este și punctul mediu de funcționare, să fie în origine (fig. 10 *b*), rezultă

$$\beta = 0; \qquad \alpha = \frac{1}{R_n} < 0$$

$$\frac{1}{R_N} = \frac{i_N}{u} = \frac{1}{R_n} + \gamma u^2, \tag{10.1}$$

R_n fiind valoarea rezistenței negative în punctul de funcționare.

Aplicînd teorema întîia a lui Kirchhoff în nodul A, se obține

$$C\dot{u} + \frac{1}{L}\int u \cdot dt + \frac{u}{R_p} + \frac{u}{R_N} = 0, \tag{10.2}$$

sau

$$\ddot{u} + \frac{1}{LC}u + \frac{u}{C}\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_N}\right) + \frac{\dot{u}}{C}\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_N}\right) = 0. \tag{10.3}$$

Ținînd seama de (10.1), ecuația devine

$$\ddot{u} + \frac{\dot{u}}{C}\left(\frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_n} + 3\gamma u^2\right) + \frac{u}{LC} = 0. \tag{10.4}$$

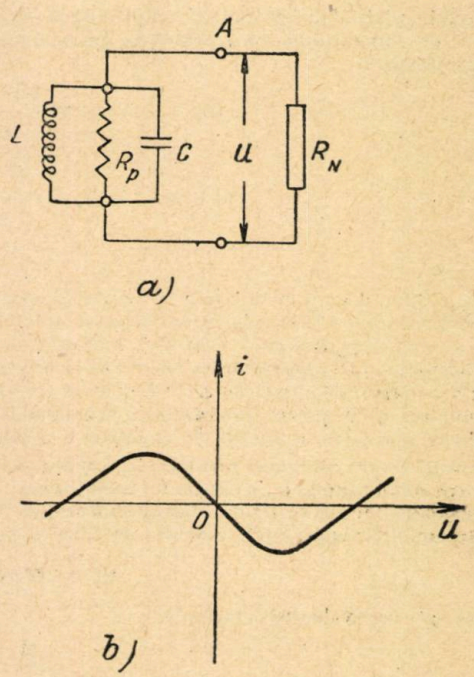


Fig. 10

O soluție armonică de forma $u = U\sin\omega t$ nu poate satisface în mod riguros ecuația (10.4), care este neliniară (ceea ce corespunde faptului că într-un oscilator de tipul celui studiat, oscilațiile nu sînt niciodată riguros sinusoidale, limitarea amplitudinii fiind datorită tocmai neliniarității caracteristicii). Dacă se ține însă seama că armonicele superioare au amplitudini mici în comparație cu fundamentala, se pot neglija termenii corespunzători armonicelor superioare în ecuația (10.4). Se obține

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}, \tag{10.5}$$

$$U^2 = -\frac{4}{3\gamma}\left(\frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_p}\right). \tag{10.5'}$$

Rezonanța nucleară afectează valorile lui L și R_p, deci frecvența și amplitudinea oscilațiilor. În absența paramagnetismului nuclear, frecvența și amplitudinea au valorile date de

$$\omega^2 = \frac{1}{L_0 C} = \omega_r^2, \tag{10.6}$$

$$U^2 = -\frac{4}{3\gamma}\left(\frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_{p_0}}\right) = -\frac{4}{3\gamma R_{p_0}}\left(1 + \frac{R_{p_0}}{R_n}\right) = -\frac{4}{3\gamma}\frac{C\omega_r}{Q_0}\left(1 + \frac{R_{p_0}}{R_n}\right) = U_0^2. \tag{10.6'}$$

Dacă se ia în considerare și magnetismul nuclear, cu notațiile din § 2:

$$L = L_0(1 + 4\pi\xi\chi'), \tag{10.7}$$

$$\frac{1}{R_p} \cong \frac{1}{R_{p_0}}(1 + 4\pi Q_0\xi\chi''), \tag{10.7'}$$

obținem

$$\omega^2 = \omega_r^2 \frac{1}{1 + 4\pi\xi\chi'}, \tag{10.8}$$

$$U^2 = U_0^2 \left[1 + \frac{4\pi Q_0 \xi \chi''}{1 + \frac{R_{p_0}}{R_n}} \right]. \tag{10.8'}$$

Aceste relații dau frecvența și amplitudinea oscilațiilor. Pentru a evidenția abaterea de frecvență și de amplitudine provocată de paramagnetismul nuclear, relațiile (10.8) se pot scrie aproximativ

$$\Delta\omega = \omega - \omega_r \cong \frac{\omega^2 - \omega_r^2}{2\omega_r} \cong -2\pi\xi\chi'\omega_r, \tag{10.9}$$

$$\Delta U = U - U_0 \cong \frac{U^2 - U_0^2}{2U_0} = \frac{2\pi Q_0 \xi \chi''}{1 + \frac{R_{p_0}}{R_n}} U_0. \tag{10.9'}$$

Se obține, deci, o modulare a frecvenței proporțională cu χ' și o modulare a amplitudinii proporțională cu χ''. De obicei, se folosește autodina pentru observarea absorbției nucleare, deoarece variațiile de amplitudine sînt mai ușor de pus în evidență. Din relația (10.9') rezultă care sînt parametrii asupra cărora trebuie să se acționeze pentru a se obține o valoare cît mai ridicată a semnalului de absorbție ΔU : în primul rînd factorul de calitate, Q, al bobinei și factorul de umplere ξ. O sporire importantă a semnalului se obține dacă oscilatorul funcționează în imediata apropiere a limitei de amorsare a oscilațiilor, cînd $R_n \cong -R_{p_0}$ și deci numitorul expresiei (10.9') este mult mai mic decît unitatea. De asemenea, semnalul poate fi mărit prin mărirea amplitudinii U_0 a tensiunii oscilatorului, dar numai pînă la un anumit nivel, peste care semnalul începe să scadă, datorită saturației. Notînd cu $2H_1$ amplitudinea cîmpului magnetic de radiofrecvență, cu N numărul de spire și cu A secțiunea bobinei, U_0 are valoarea

$$U_0 = 2NA\omega H_1 \cdot 10^{-8},$$

iar χ'' are valoarea maximă :

$$\chi''_{max} = \frac{\frac{1}{2}\chi_0\omega_0 T_2}{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}.$$

Produsul $\chi''_{max} \cdot U_0$ este maxim pentru

$$H_1 = \frac{1}{\gamma\sqrt{T_1 T_2}} = H_{opt.}$$

Cu notațiile de mai sus, amplitudinea semnalului de absorbție va fi

$$\Delta U_{max} = \frac{2\pi Q_0 \xi NA}{1 + \frac{R_{p_0}}{R_n}} \omega\chi_0 H_0 \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \frac{1}{\frac{H_{opt}}{H_1} + \frac{H_1}{H_{opt}}} \cdot 10^{-8}. \tag{10.10}$$

Mărirea lui A este limitată de cerința restrîngerii probei la o zonă cît mai mică (deci cît mai uniformă) a cîmpului magnetic. Mărirea lui N este limitată de valoarea necesară a frecvenței de lucru. Semnalul este mai puternic atunci cînd se lucrează la valori mai ridicate ale lui H_0 (respectiv ω).

Frecvența pe care oscilează oscilatorul este dată de ecuația (10.9), ținînd seama că susceptibilitatea χ' depinde și ea de frecvență. Valorile lui χ' și χ'' sînt date de relațiile (1.5), unde $\omega_0 = \gamma H_0$ este frecvența Larmor corespunzătoare cîmpului H_0. Expresia lui χ', introdusă în (10.9), conduce la o ecuație de gradul trei în ω

$$1 - \frac{\omega}{\omega_r} = \pi\xi\chi_0\omega_0 T_2 \frac{(\omega_0 - \omega)\, T_2}{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2}. \tag{10.11}$$

Se pune problema dacă această ecuație are una sau trei soluții reale și în ultimul caz care dintre soluții reprezintă frecvența pe care oscilează sistemul. Cel mai simplu este să se considere rezol-

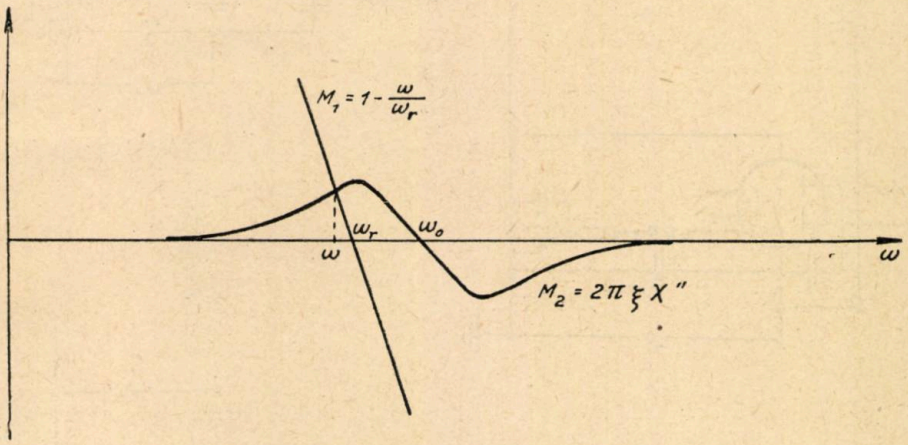


Fig. 11

varea grafică a ecuației (10. 11), pentru care vom reprezenta grafic membrul întîi și al doilea al ecuației, în funcție de ω (fig. 11).

Intersecția celor două curbe dă frecvența de oscilație. Autodina va oscila pe frecvența proprie ($\omega = \omega_r$) dacă se găsește exact la rezonanța nucleară ($\omega_0 = \omega_r$), sau foarte departe de rezonanță. Abaterea maximă a frecvenței față de frecvența proprie ω_r se obține atunci cînd punctul de intersecție coincide cu unul din punctele extreme ale curbei M_2. Această abatere maximă este

$$\omega - \omega_r = \pm \frac{\pi\xi\chi_0\omega_0\omega_r T_2}{2\sqrt{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}} \tag{10.12}$$

și are loc pentru valorile lui ω_0 date de

$$\omega_0 - \omega_r = \pm \frac{\sqrt{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}}{T_2}\left[1 - \frac{\frac{\pi}{2}\xi\chi_0\omega_0\omega_r T_2}{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}\right]. \tag{10.13}$$

Din figura 11 se vede că ecuația (10.11) nu poate avea trei soluții decît dacă panta dreptei M_1 este (în valoare absolută) mai mică decît panta maximă a curbei M_2, adică dacă este satisfăcută inegalitatea

$$1 < \frac{\pi\xi\chi_0\omega_0\omega_r T_2}{1 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}. \tag{10.14}$$

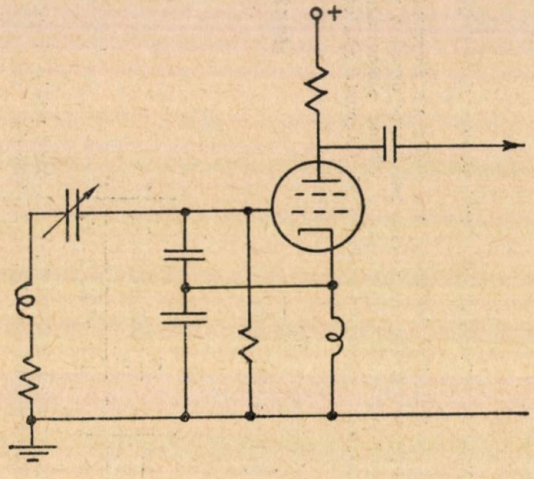


Fig. 12

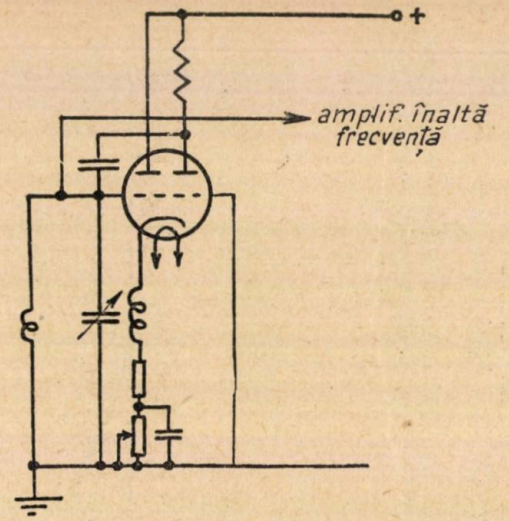


Fig. 13

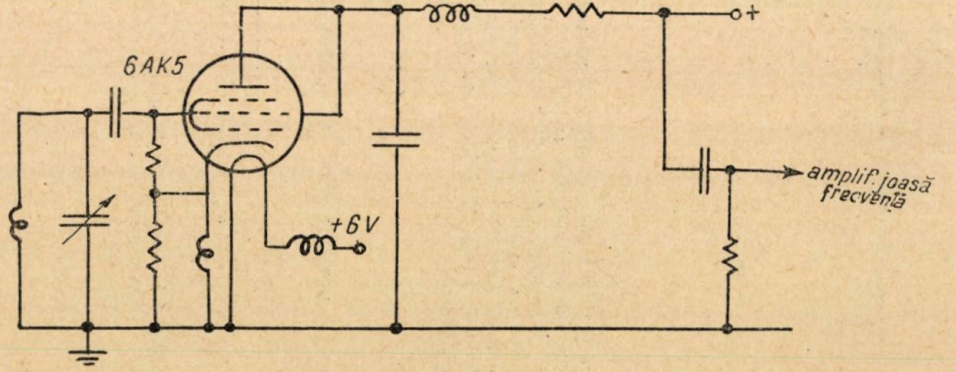


Fig. 14

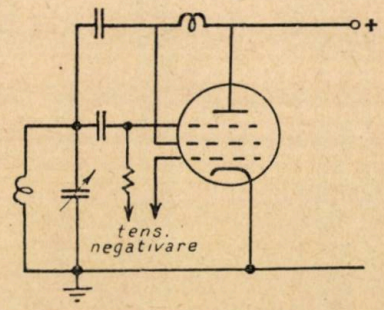


Fig. 15

În condițiile experimentale curente, această inegalitate nu este satisfăcută, deci soluția ecuației (10.11) este unică [14].

După cum s-a arătat în introducere, montajele autodină prezintă anumite inconveniente de principiu la ridicarea curbelor de rezonanță nucleară, datorită faptului că frecvența oscilatorului variază în anumite limite, chiar dacă ridicarea curbelor se face prin modularea cîmpului magnetic continuu. În experiențele de rezonanță nucleară se urmărește ridicarea experimentală a curbelor

$$\chi' = \chi'(\omega_0 - \omega), \qquad \chi'' = \chi''(\omega_0 - \omega), \tag{10.15}$$

care arată cum variază componentele suceptibilității nucleare în funcție de diferența dintre frecvența Larmor și frecvența cîmpului magnetic alternativ aplicat. Dacă ridicarea se face cu autodina, folosind modularea cîmpului magnetic continuu, se obțin curbele

$$\chi' = \chi'(\omega_0 - \omega_r), \qquad \chi'' = \chi''(\omega_0 - \omega_r), \tag{10.16}$$

deoarece mișcarea pe abscisă a dispozitivului de înregistrare se face proporțional cu H_0, respectiv cu ω_0, fără a ține seama că și ω variază în acest timp. Se obțin, deci, curbe experimentale „aparente", (10.16), deformate întrucîtva — și anume îngustate — în raport cu cele căutate (10.15). Curbele căutate (10.15) se pot obține din curbele (10.16) ridicate cu autodina, făcînd corecția grafică corespunzătoare de abscisă:

$$\text{abscisa corectă} = (\omega_0 - \omega) = (\omega_0 - \omega_r) + (\omega_r - \omega) = \\ = \text{abscisa aparentă} + (\omega_r - \omega). \tag{10.17}$$

Pentru a face această corecție este însă necesar, fie să se ridice experimental deviația de frecvență $(\omega_r - \omega)$, fie să se admită o anumită expresie teoretică pentru χ' și să se calculeze

$$\omega_r - \omega = 2\pi\xi\chi'\omega_r.$$

§ 11. Montaje experimentale

În figura 12 se dă un tip de oscilator autodină folosit de R. Gabillard [3], iar în figura 13 un alt montaj folosit de R. V. Pound și W. D. Knight [4] în instalațiile de spectrografie herțiană. Primul montaj folosește un circuit acordat serie, iar al doilea un circuit acordat derivație.

Montajul din figura 14 [5], [6] prezintă particularitatea că tubul oscilator este folosit și ca detector. Un montaj de acest tip a fost realizat în laboratorul nostru și a dat rezultate satisfăcătoare [7].

Un montaj care permite folosirea în bune condiții a baleiajului de frecvență în locul celui de cîmp este oscilatorul tranzitron din figura 15, realizat de H. W. Knoebel și E. L. Hahn [8].

BIBLIOGRAFIE

1. N. Bloembergen, E. M. Purcell, a. R. V. Pound, *Relaxation Effects in Nuclear Magnetic Resonance*. Phys. Rev., 1948, t. 73, p. 679.
2. P. Grivet, M. Soutif et R. Gabillard, *Le pont double T en résonance paramagnétique*. Physica, 1951, t. 17, p. 420.
3. R. Gabillard, *Un nouveau type de spectrographe hertzien particulièrement adapté a la réalisation de dispositifs cryogéniques et de mesureurs de champs magnétiques*. Onde électr. 1955, t. 35, p. 478.
4. R. V. Pound a. W. D. Knight, *A Radiofrequency Spectrograph and Simple Magnetic-Field Meter*. Rev. Sci. Instr., 1950, t. 21, p. 219.
5. N. J. Hopkins, *A Magnetic Field Strength Meter Using the Proton Magnetic Moment*. Rev. Sci. Instr., 1949, t. 20, p. 401.

6. H. G. Beljers van, *Drei Methoden zur Messung magnetostatischer Felder.* Philips Techn. Rundsch., 1953, t. 14, p. 356. III. Messung mit Hilfe von Protonresonanz.
7. A. Valeriu, I. Pascaru și B. Ianculovici, *Măsurări de cîmpuri magnetice prin metoda rezonanței nucleare.* Studii și cercetări de fizică, 1957, t. 8, p. 248.
8. H. W. Knoebel a. E. L. Hahn, *A Transition Nuclear Magnetic Resonance Detector.* Rev. Sci. Instr., 1951, t. 22, p. 904.
9. G. E. Pake, *Fundmentals of Nuclear Magnetic Resonance Absorption.* Amer. J. Phys., 1950, t. 18, p. 438.
10. P. Grivet, *La résonance paramagnétique nucléaire.* Paris, 1955.
11. H. A. Thomas a. R. D. Huntoon, *Amplitude Bridge for Detection of Nuclear Resonance.* Rev. Sci. Instr., 1949, t. 20, p. 516.
12. A. Roberts, *Two New Methods for Detecting Nuclear Radiofrequency Resonance Absorption.* Rev. Sci. Instr., 1947, t. 18, p. 845.
13. H. Pfeifer, *Über die Beobachtung magnetischer Kernresonanzen mittels schwach schwingender Oszillatoren (Autodynmethode).* Exptl.Tech.Phys., 1954, t.2,nr.3,p.127.
14. — *Eine Theorie der Apparaturen zur Beobachtung magnetischer Kernresonanzen.* Ann. d. Phys., 1955, t. 15, nr. 5—6, p. 311.
15. A. Lösche, *Experimentelle Technik bei der Untersuchung der Kernparamagnetismus.* Exptl. Tech. Phys., 1953, t. 1, nr. 1, p. 19; nr. 2, p. 69; nr. 3, p. 128.
16. N. I. Leontiev, *Izmeritel magnitnovo polia, ispolzuiușcii magnitnti rezonans protonov.* J. Exp. Teor. Fiz., 1955, nr. 1, în *Aparate electronice.* Bibl. Anal. Rom-Sov., Seria tehnică, nr. 50—51, Ed. Acad. R.P.R., 1956, p. 249.
17. F. Bruin et F. M. Schimmel, *Théorie du détecteur autodyne pour la résonance paramagnétique.* Physica, 1955, t. 21, p. 867.

MĂSURĂTORI DE CÎMP MAGNETIC CU AJUTORUL REZONANȚEI NUCLEARE *)

DE

A. VALERIU, I. PASCARU și B. IANCULOVICI

1. **Introducere.** În anumite instalații de tehnică nucleară (ciclotron, spectrograf de masă, cameră Wilson) se pune problema măsurării și stabilizării cîmpului magnetic cu o precizie cît mai mare. Metodele obișnuite bazate pe inducție nu asigură precizii mai mari decît 10^{-2} pentru măsurători absolute și 10^{-4} pentru măsurători relative. Fenomenul de rezonanță nucleară oferă posibilitatea de a se înlocui măsurătorile de cîmp magnetic prin măsurători de frecvență, în baza relației

$$\omega = \gamma H. \tag{1}$$

Raportul giromagnetic γ este cunoscut pentru proton cu o precizie de $2 \cdot 10^{-5}$

$$\gamma = (2{,}67523 \pm 0{,}00006)\, 10^4\ \mathrm{s}^{-1}\ \mathrm{gauss}^{-1},$$

ceea ce reprezintă limita de precizie pentru măsurători absolute. Măsurătorile relative pot fi efectuate în principiu cu precizie superioară, limitată numai de precizia frecvențmetrului.

2. **Principiul metodei.** Magnetometrul construit se bazează pe principiul absorbției nucleare. O probă conținînd circa un centimetru cub de soluție centinormală de nitrat feric în apă este introdusă în bobina circuitului acordat al unui oscilator.

Bobina este așezată în cîmpul magnetic ce urmează a fi măsurat, axa bobinei fiind perpendiculară pe direcția cîmpului. Cînd frecvența oscilațiilor electromagnetice produse de bobină coincide cu frecvența de procesie Larmor a protonilor din probă, are loc o absorbție de energie din cîmpul de radiofrecvență și deci o variație a amplitudinii oscilațiilor. Aceste variații detectate și amplificate, sînt puse în evidență pe ecranul osciloscopului catodic. În acest scop se suprapune peste cîmpul de măsurat, un cîmp alternativ de joasă frecvență (50 Hz).

Principala dificultate a metodei provine din valoarea foarte redusă (10^{-4}—10^{-6}) a gradului de modulație datorit absorbției nucleare.

3. **Realizare experimentală.** Aparatul realizat este reprezentat în figura 1 (magnetometrul), iar schema sa de principiu în figura 2.

---

*) Comunicare prezentată în Sesiunea științifică a Academiei R.P.R. din ianuarie 1957.

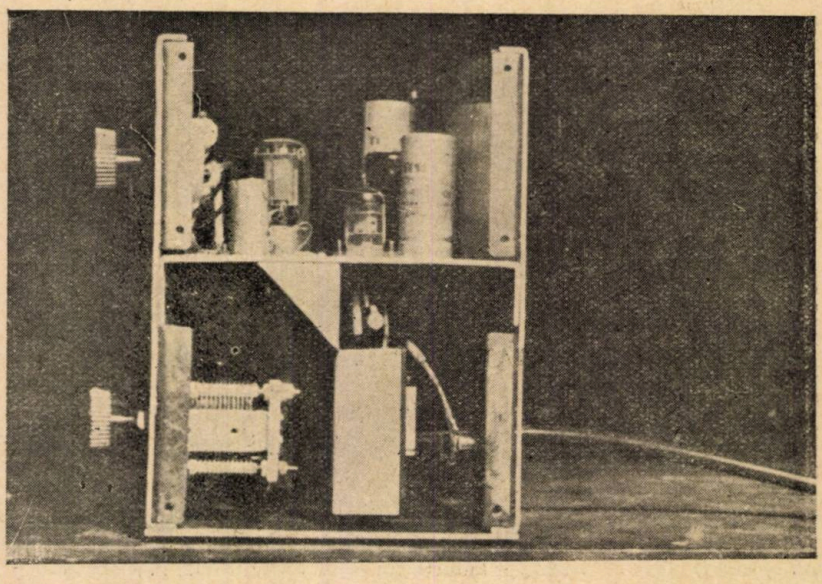


Fig. 1. — Magnetometrul.

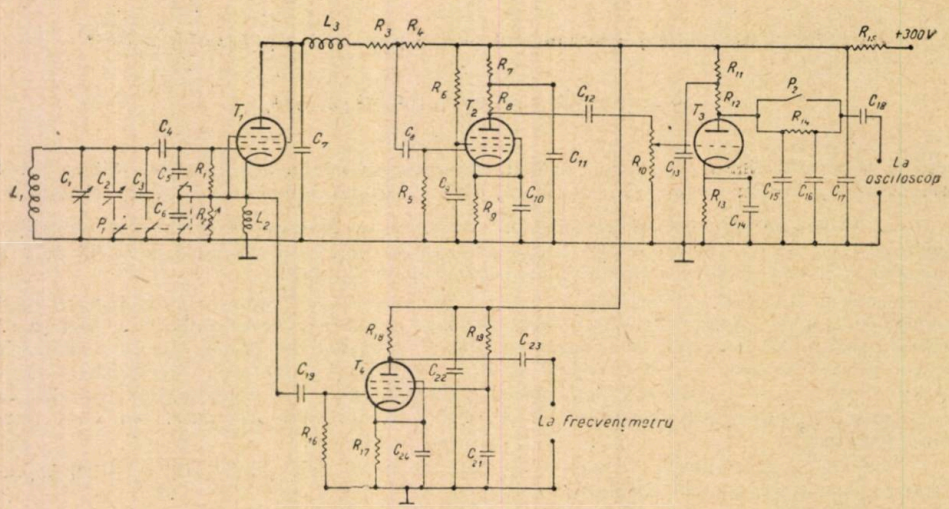


Fig. 2. — Magnetometrul.

L_1 este bobina circuitului oscilant, conținînd proba. Pentoda oscilatoare T_1 este folosită și ca detectoare. Amplificatorul audio cu două etaje (tuburile T_2 și T_3) realizează o amplificare de circa 3000. Magnetometrul mai conține un etaj separator de înaltă frecvență (tubul T_4) pentru atacul frecvențmetrului.

Domeniul de măsură este de 2 800—9 600 gauss, ceea ce implică o variație de frecvență de 12—41 MHz, conform relației : H (gauss) = 234,742 f (MHz). Pentru a acoperi această gamă nu s-a folosit metoda uzuală a bobinelor interșanjabile, incomodă în cazul de față, ci s-a recurs numai la variația capacității de acord. S-a observat experimental că există anumite valori limită (superioară și inferioară) ale capacității C în afara cărora oscilatorul nu mai oscilează. Posibilitățile de lărgire a benzii rezultă din analiza circuitului echivalent simplificat *) (figura 3), unde $Z_d = R_d + j X_d$ este impedanța circuitului oscilant.

Condiția de oscilație impune ca mărimea

$$\frac{I_a}{U_g} = \omega^2 C_{gk} C_{ak} Z_d - j\omega (C_{gk} + C_{ak}) \qquad (2)$$

să fie reală și mai mică decît S, deci

$$X_d = \frac{1}{\omega C_{gk}} + \frac{1}{\omega C_{ak}} \qquad (3)$$

$$\omega^2 C_{ak} C_{gk} < S. \qquad (4)$$

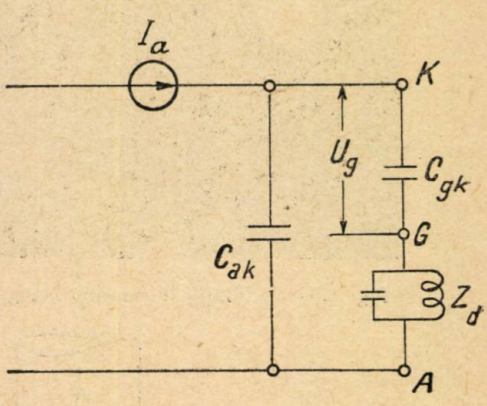


Fig. 3

Relația (3), care determină frecvența oscilațiilor, indică în același timp limita ei inferioară

$$\omega_{inf} = \sqrt{\frac{2}{QL}\left(\frac{1}{C_{gk}} + \frac{1}{C_{ak}}\right)}. \qquad (5)$$

Rezultă că, mărind capacitățile C_{gk} și C_{ak} se poate cobori limita inferioară a frecvenței, fapt care a fost verificat și experimental, însă în același timp scade și frecvența limită superioară, după cum reiese din relația (4). S-a adoptat următoarea soluție : cu ajutorul comutatorului de game se introduc condensatori suplimentari între grilă-catod și anod-catod pentru gama cea mai joasă. Acest lucru a permis scoborîrea limitei inferioare de la 17 MHz la 12 MHz.

Sensibilitatea aparatului este maximă cînd oscilatorul este la limita de oscilație. Aducerea la limite de oscilație se face cu ajutorul potențiometrului R_2. Pentru îmbunătățirea raportului semnal-zgomot s-a prevăzut posibilitatea introducerii unui filtru trece jos, care limitează banda audio la 2 000 Hz.

Instalația de măsurare a cîmpului magnetic este reprezentată în figura 4 (magnetometru, electromagnet, osciloscop) și corespunde schemei bloc din figura 5.

Aparatul poate fi folosit și pentru ridicări de curbe de absorbție nucleară (fig. 6) în condițiile experimentale, în care $\chi_0 \omega^2 T_2^2 \ll 1$; χ_0 este susceptibilitatea Curie, iar T_2 timpul de relaxare transversal.

*) Nu am prezentat circuitul echivalent complet, deoarece calculele făcute conduc în principiu la aceleași rezultate.

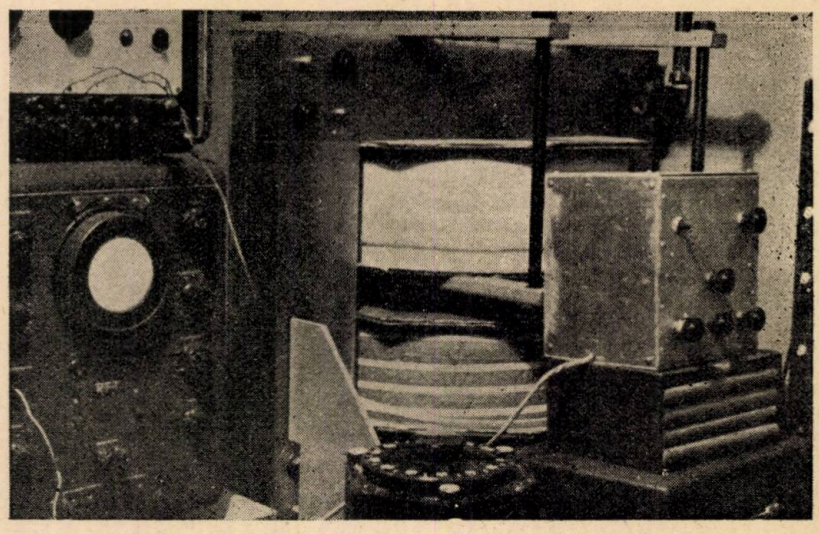


Fig. 4. — Instalaţia de măsură (magnetometru, electromagnet, osciloscop).

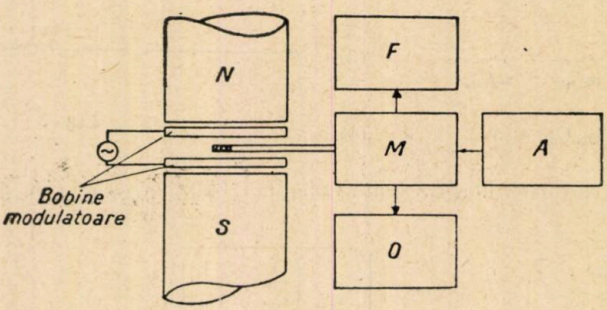


Fig. 5

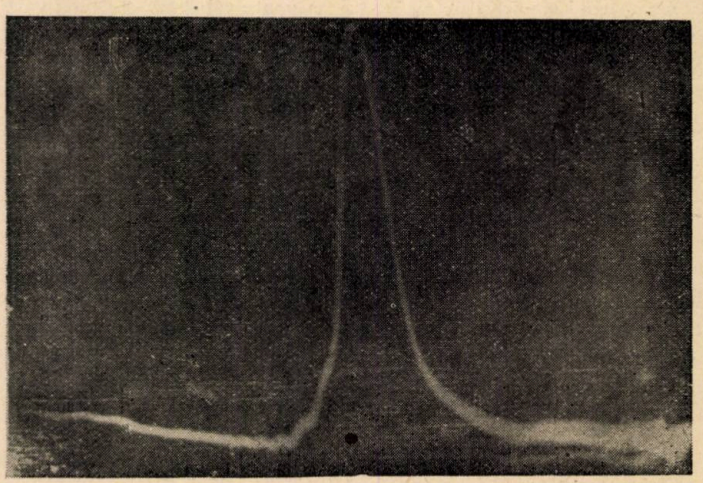


Fig. 6. — Semnalul de rezonanţă nucleară.

4. **Aparataj auxiliar.** Pentru încercarea şi reglarea aparaturii de rezonanţă magnetică nucleară s-a construit un electromagnet cu următoarele caracteristici:

Cîmpul magnetic maxim 9 000 gauss.
Diametrul polilor 100 mm.
Intrefier reglabil 10—27 mm.
Electromagnetul este prevăzut cu un sistem de corectare a paralelismului feţelor polare.
Pentru alimentarea electromagnetului s-a construit un redresor de 0—1 000 V, 0—1 A.

INSTALAŢIE UNIVERSALĂ PENTRU DEGAZAREA TUBURILOR ELECTRONICE

DE

M. DRĂGHICESCU şi B. IANCULOVICI

În laboratorul nostru, pentru degazarea tuburilor electronice de diferite puteri şi cu diferite destinaţii a fost construită o instalaţie universală, simplă de degazare. Schema este cea din figura alăturată.

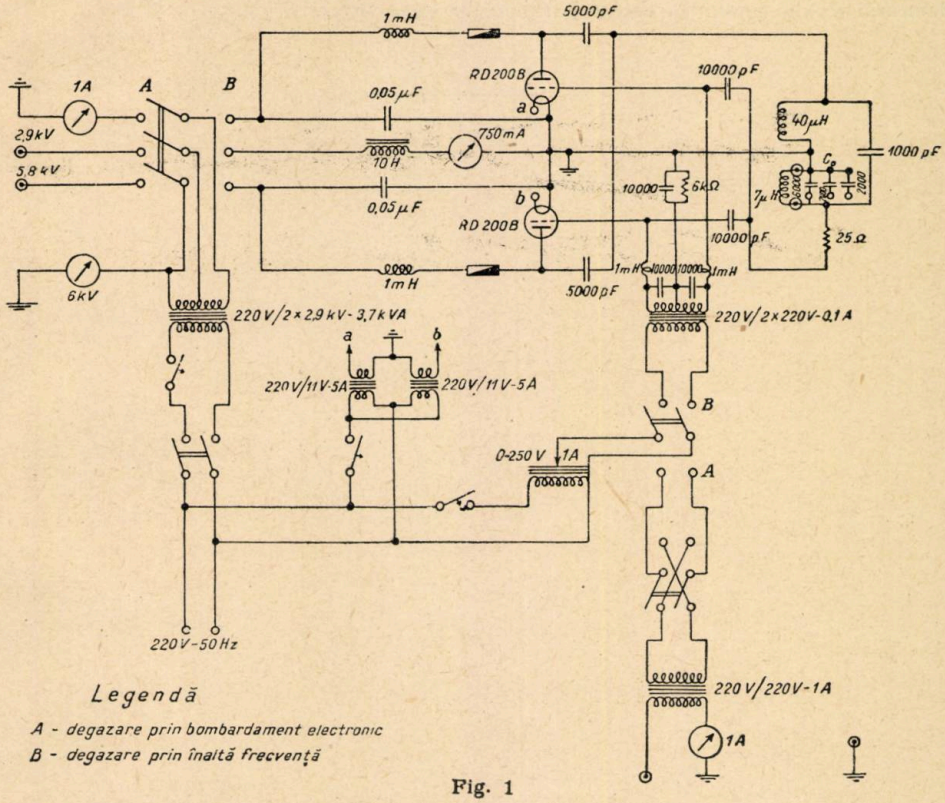


Fig. 1

Montajul poate funcţiona sau ca generator de înaltă frecvenţă (putere utilă 600 W), sau ca sursă de înaltă tensiune (5 800 V). Cu asemenea instalaţie se pot încălzi în înaltă frecvenţă

piese metalice mici, pînă la 40—50 mm diametru (pentru tuburi electronice mici) și se pot degaza prin bombardament electronic anozii tuburilor electronice mari (chiar în cazul tuburilor electronice de emisie).

Generatorul de înaltă frecvență are o putere utilă de 600 W, continuu reglabilă. Bobina de utilizare poate fi schimbată după necesitate, adaptarea făcîndu-se prin variația capacității C_0 (formată din mai mulți condensatori care pot fi introduși în paralel în circuit, cu ajutorul unor călăreți).

Degazarea prin bombardament electronic se face în curent alternativ. Puterea disipată de anodul lămpii de degazat este variată prin variația tensiunii aplicate pe un electrod de polarizare pînă la valoare necesară, instalația permițînd un consum maxim de putere de 4 kW.

Atît tuburile generatorului de degazare cît și tuburile de degazat sînt alimentate — pe anod și grilă — cu tensiuni alternative. Tensiunea anodică este constantă în ambele cazuri și variația puterii se face prin variația tensiunii de polarizare. În cazul funcționării ca generator, tensiunea anodică este de 2900 V. Pe grilă, pe lîngă negativarea automată dată de grupul *RC*, se aplică, în antifază cu tensiunea anodică, o tensiune alternativă, prin variația căreia se reglează puterea generatorului. În cazul cînd se folosește instalația pentru degazare prin bombardament electronic, pe anodul de degazare se poate aplica 2 900 V, sau 5 800 V. Pe grilă se aplică o tensiune alternativă de 220 V, variabilă continuu, care poate fi în fază sau în antifază cu tensiunea anodică.

A fost adoptat acest montaj pentru simplitatea lui și siguranța în funcționare pe care o prezintă, rezultatele pe care le dă fiind apropiate de cele ale unui generator alimentat cu curent continuu. Randamentul global al acestui generator, de exemplu, este circa 60%, față de randamentul maxim posibil în curent continuu, de circa 70%.

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI A INSTITUTULUI DE FIZICĂ

30 noiembrie 1956—1 februarie 1957

În cadrul seminariilor care se ţin în Institutul de fizică atomică s-au mai ţinut următoarele referate la seminarul de Fizica energiilor înalte:

— *Mezoni grei.*
— *Momentul cinetic. Paritatea.*
— *Paritatea* (continuare). *Spinul izobaric*, E. Friedländer.
— *Spinul izobaric al menzonilor π şi aplicaţii la împrăştierea mezonilor pe nucleon.*
— *Spinul izobaric al particulelor „curioase" şi clarificarea acestor particule*, M. Mayer.

La seminarul de Radiochimie:

— *Probleme din electrochimia radioelementelor*, M. Mihalcu.
— *Sinteza nucleară a radioelementelor*, D. Topor.

În cadrul sesiunii ordinare a Academiei R.P.R. din 18 ianuarie 1957, Institutele noastre au prezentat următoarele comunicări:

Ţiţeica Şerban, *Formularea covariană a legilor mecanice statistice.*

Ionescu T. V., *Pături ionosferice, explicaţia sateliţilor observaţi la frecvenţe critice.*

Bedreag C., *Omologarea sistemului cuantic al elementelor.*

Croitoru Nathan şi Helberg Adrian, *Influenţa bombardamentelor electronice asupra structurii peliculei de clorură de sodiu.*

Bally Dorel şi Beneş Ludmila, *Structura fină a crestelor K^- de absorbţie la niekel şi aliajele lui cu fierul.*

Mugur Mioara *Asupra relaxărilor în cîmp extern-intern a asamblărilor de microsisteme permanent polare.*

Weiner Richard, *Deplasarea radioactivă izomerică a limitelor spectrale şi modelelor nucleare ale păturilor.*

Micu Mircea şi Ciulli Sorin, *Metodă statistică de studiu a unui colectiv de particule electrizate.*

Friedländer Erwin, *Măsurători asupra unei jerbe de mezoni cu divergenţă unghiulară anomală, observată într-o emulsie nucleară.*

Alper Sighard, *Măsurători asupra unui hiperfragment de heliu dezintegrat în zbor într-o emulsie nucleară şi durata lui de zbor.*

Balea Ovidiu, Friedländer Erwin, Fiuciuc Natalia, Ion X. Ion, Mayer Meinhard Potoceanu Constanţa, *Instalaţia pentru studiul jerbelor nucleare.* (în colab. cu K.F.K.I. Budapesta).

Alper Sighard, Balea Elena, Friedländer E., Mayer Meinhard, *Rezultate preliminare în studiul jerbelor delta.*

Friedländer E., *Despre studiul statistic al energiei cascadelor electronofotonice.*

Bogdan Dragoş şi Iusim Chaim, *Emisia radiaţiei gama în modelul păturilor nucleare.*

Pătraşcu Marius şi Beşliu Călin, *Asupra determinării sarcinii nucleare cu ajutorul razelor delta.*

Grumăzescu Mircea, *Consideraţii asupra unor condiţii de măsurare a materialelor şi obiectelor absorbante de sunet.*

Giurgea Margareta, Haragea Sergiu, Ţopa Vladimir, *Proprietăţi optice ale mastixului.*

Grigoriu Alex., *Metodă de integrare grafică pentru determinarea experimentală a coeficientului de energie al termometrelor sau a coeficientului de schimb cinetic.*

Herovanu Mircea, *O metodă pentru măsurarea absorbţiei spectrale a radiaţiilor de către suprafeţele înnegrite.*

Drăgănescu Mihai, *Asupra capacităţii de intrare a unui tub electronic.*

Cătuneanu Vasile, *Sisteme radiante în semiconductori.*

Lăbuşcă Elena şi Constantinescu F., *Cercetări experimentale asupra proprietăţilor magnetice ale feritelor mixte de nichel şi cupru.*

Valeriu Adrian şi Pascaru Iancu, *Măsurători de cîmp magnetic cu ajutorul rezonanţei nucleare.*

Weiner Marta şi Niculescu Zinca, *Un tip special de contori Geiger-Müller.*

Birnbaum Martin, Felea Ion, Katz Elly şi Toţia Horaţiu, *Aparate electronice pentru studiul radiaţiilor şi a detectorilor de radiaţii.*

Comşa George şi Musa Geavit, *Un nou tip de pompă de ionizare.*

Nicolau Edmond, *Maşini pentru stabilit propoziţiuni.*

V. SERGIESCU, *Introducere în fizica solidului*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1956, 276 pag.

În Biblioteca Societăţii de Ştiinţe matematice şi fizice din R.P.R. au apărut o serie de lucrări destinate a fi accesibile şi unui public mai larg decît cel universitar, cum ar fi profesorii din învăţămîntul mediu, inginerii din producţie, chimiştii, care vor să-şi ridice nivelul lor ştiinţific. Se cerea ca aceste lucrări să folosească ca punct de plecare cunoştinţele generale de fizică şi matematică pe care le posedă un asemenea cerc de cititori şi, totuşi, să fie scrise în mod competent şi să trateze chiar chestiunile mai noi şi mai grele într-o formă simplă, intuitivă.

Lucrarea *Introducere în fizica solidului* de V. Sergiescu, satisface cerinţele de mai sus. În plus, ea este de un real folos fizicienilor experimentatori în domenii conexe cu fizica solidului, care n-au timp să consulte tratate voluminoase, încărcate de un formalism matematic greoi.

Pentru a lărgi gradul de accesibilitate al cărţii, autorul expune într-un capitol introductiv complementele teoretice necesare în fizica solidului. În acest capitol se dau noţiuni de calculul probabilităţilor, de mecanică ondulatorie, termodinamică şi mecanică statistică. Cea mai întinsă dezvoltare se dă mecanicii statistice. O dezvoltare mai restrînsă se dă mecanicii ondulatorii. Autorul a făcut acest lucru, deoarece în întreaga carte mecanica ondulatorie a fost folosită într-o măsură redusă şi anume numai în măsura în care studiul clasic era cu totul nesatisfăcător. Dimpotrivă, mecanica statistică a fost folosită din plin.

Stilul este clar, noţiunile şi ideile sînt dezvoltate într-o înlănţuire uşor de urmărit. Pentru a uşura cititorilor urmărirea textului, deducţiile au fost simplificate. Astfel, pentru găsirea statisticii Fermi-Dirac, s-a dat o deducere uşoară, ingenioasă, care a fost precizată în anexa 1.

În capitolul II se studiază proprietăţile generale ale corpurilor solide. Aceste proprietăţi sînt sistematizate utilizînd paragrafe şi subparagrafe, procedeu utilizat de altfel în întreaga carte. După o clasificare a corpurilor solide, se explică în ce constă metoda adiabatică de studiu, bazată pe ideea cîmpului self-consistent. Într-un paragraf special se studiază mişcarea electronilor caracterizaţi prin funcţii de tip Bloch şi, folosind o expunere curgătoare, cititorul este familiarizat cu teoria zonelor. După aceea se face teoria clasică a mişcării nucleelor. Capitolul se încheie cu statistica electronilor şi statistica vibraţiilor reţelei. Cu această ocazie se dă un criteriu teoretic al conductibilităţii metalice şi se introduce conceptul de fonon.

Capitolul III se ocupă cu metalele. Se începe cu studiul acelor fenomene „în care rolul electronilor este secundar şi atomii constitutivi ai reţelei se comportă ca un tot, adică cu transformările structurale", tratîndu-se transformările de ordinul I, la început pentru metale, apoi pentru aliaje, apoi transformările de ordinul II, fenomenele de ordine-dezordine. Metoda de lucru constă în găsirea valorii minime a energiei libere a sistemului. Se trece apoi la „fenomenele în care electronii joacă un rol esenţial, deşi rămîn incorporaţi în atomi". Astfel se studiază fenomenele magnetice. Se insistă asupra feromagnetismului, dîndu-se o tratare semiclasică pentru găsirea magnetizării unui domeniu şi făcîndu-se apoi o expunere mai mult calitativă asupra teoriei domeniilor şi a curbei tehnice de magnetizare.Capitolul se încheie cu studiul fenomenelor de conductibilitate electrică şi a fenomenelor optice, în care este esenţial rolul elctronilor optici.

Capitolul IV se ocupă de dielectrici şi semiconductori. Studiul teoretic al acestor corpuri este mai dificil decît la metale, de aceea sarcina autorului a fost cu atît mai grea cu cît trebuia să se ferească de a întrebuinţa un aparat matematic complicat. Sarcina aceasta a fost dusă cu succes la îndeplinire. Un cititor care nu cunoaşte nimic în legătură cu aceste probleme, la sfîrşitul lecturii capitolului se va putea considera familiarizat cu ideile principale şi problemele dielectricilor şi semiconductorilor. De asemenea, va avea de profitat chiar şi un cititor care a mai citit şi alte cărţi asupra dielectricilor şi semiconductorilor, întrucît se va alege cu o succintă prezentare, clară, sistematizatoare.

În primul paragraf se discută structura dielectricilor și semiconductorilor — dîndu-se o caracterizare generală, o clasificare pe baza structurii benzilor și nivelelor adiționale — și statistica electronilor. În următorul paragraf se studiază polarizarea dielectricilor, dîndu-se o teorie macroscopică și microscopică a constantei dielectrice. Cîteva paragrafe sînt consacrate conductibilității electrice a dielectricilor și semiconductorilor de natură ionică și electronică, apoi fenomenului de redresare prin contact. La sfîrșitul capitolului se studiază fenomenele optice în dielectrici și semiconductori, pe o cale mai mult sugestivă și intuitivă.

Capitolul V se ocupă cu solidele amorfe, consacrîndu-se două paragrafe studiului proprietăților elastice, statice, respectiv dinamice ale cauciucului.

La sfîrșitul cărții s-au introdus trei anexe, dintre care una din ele dă cîteva constante numerice mult întrebuințate și care scutesc pe cititor să cerceteze tabele greoaie sau să caute în diferite volume. Autorul a dat și o bibliografie și un indice alfabetic, ambele de un real folos.

Ne vom opri acum asupra unor observații generale în legătură cu cartea lui V. Sergiescu. Am vrea să subliniem în primul rînd grija și meticulozitatea, dozarea treptată, sistematizarea, care au stat la baza realizării acestei cărți.

Autorul a reușit să expună într-un spațiu relativ restrîns un material bogat. Nu sînt tratate toate problemele de fizica solidului, însă, în ceea ce conține s-a încercat „să se împingă discuția pînă la stadiul cel mai recent al problemei". Deși materialul este bogat, expunerea făcută cu multă grijă a dus la faptul că, și pentru un necunoscător, dacă are puțină bunăvoință, aproape nu există problemă tratată care să rămînă nelămurită.

Volumul are un pronunțat caracter aplicativ. Au fost incluse cîteva paragrafe cu directe aplicații tehnice, folositoare pentru fizicienii experimentatori și ingineri. În aceste paragrafe s-a păstrat însă, cum era firesc, linia generală teoretică și explicativă a fenomenelor.

În textul tipărit s-au strecurat cîteva mici greșeli, unele din vina tiparului. Erata nu este completă, totuși greșelile pot fi în general ușor sezisate. Există și cîteva deduceri incomplete și forțate. Ele au fost probabil provocate din lipsa de spațiu. Autorul și le-a notat și într-o viitoare ediție ele vor fi fără îndoială refăcute.

O calitate esențială a lucrării este claritatea. O serie de probleme greoaie, dificil de înțeles au fost expuse într-o formă ușor accesibilă. În acest sens, chiar pentru un cititor cunoscător al problemelor lectura este de folos, clarificînd și sistematizînd problemele.

Apariția acestei cărți reprezintă, în rezumat, un succes al literaturii originale din domeniul fizicii de la noi din țară.

A. Corciovei

ED. NICOLAU, *Metode variaționale și tensoriale în electricitate*. Ed. tehnică, București, 1956, 148 pag.

Utilizarea metodelor variaționale și tensoriale în problemele cîmpului electromagnetic este puțin utilizată în manualele de circulație curentă. De aceea *Metode variaționale și tensoriale în electricitate* este o lucrare bine venită, ea aducînd o completare a literaturii de informare științifică de la noi.

Lucrarea cuprinde o mare varietate de material.

În capitolul I sînt cuprinse clasificarea generală a legilor fizicii, în legi diferențiale și integrale, principiul variațional al lui Fermat, din optică, cu noțiuni despre mărimi în variație orientată și exemple de probleme de minim din electricitate și magnetism.

În capitolul II este expusă, pe scurt, metoda funcțională în calculul variațional, împreună cu un exemplu de funcțională minimă și o aplicație la ecuațiile de tip eliptic (care în electricitate au corespondent în ecuațiile lui Laplace și Poisson).

Capitolul III este destinat metodelor variaționale clasice (deducerea ecuației lui Euler, pentru una sau mai multe variabile). Teoria expusă este aplicată diferitelor cazuri concrete (deducerea variațională a ecuației telegrafiștilor și a ecuației lui Maxwell). În încheiere se deduce ecuația geodezicelor în spațiul euclidian.

Elementele de mecanică analitică sînt expuse în capitolul IV. Capitolul are o întindere destul de mare și cuprinde aplicații imediate la probleme analoge din electricitate (teoria rețelelor). După cum era și normal, se insistă asupra principiilor variaționale ale mecanicii analitice.

Capitolul V este dedicat studiului ghidurilor de undă. Aici, după o scurtă expunere introductivă, se trece la deducerea variațională (ca o problemă izoperimetrică) a ecuației ghidurilor de undă.

Elementele de calcul tensorial și aplicațiile lui la transcrierea ecuațiilor lui Maxwell sînt expuse în capitolul VI, care, cuprinde noțiuni despre spațiile vectoriale, notația indicială și transformările de coordonate. Tot aici este dată o transcriere compactă, tensorial complexă, a ecuației lui Maxwell și a tensiunilor cîmpului electromagnetic.

Electrodinamica relativistă este prezentată în capitolul VII. Aici sînt date transformările lui Lorentz și apoi aplicate la ecuațiile electromagnetismului. Capitolul VIII cuprinde elemente de mecanică relativistă, împreună deducerea lagrangeanului și a cuadrivectorului energie impuls. Mai este tratată și problema mișcării particulelor încărcate în cîmpuri. Lucrarea se încheie prin capitolul IX, care dă o schemă a electrodinamicii neliniare.

Asupra lucrării ar fi de făcut cîteva observații:

— ordinea prezentării materialului putea fi alta, și anume, s-ar fi putut începe lucrarea cu calculul tensorial. Aceasta din cauză că în întreaga lucrare se utilizează metoda de scriere indicială;

— capitolul II nu are o legătură directă cu restul lucrării. Metoda funcțională nefiind utilizată în restul lucrării. Completarea acestui capitol cu metoda aproximativă a lui Ritz pentru soluționarea problemelor de minim în teoria potențialelor ar fi justificat prezența sa în lucrare;

— la deducerea variațională a ecuației lui Maxwell era indicat să se fi specificat că în teoria cîmpului electromagnetic există numai doi invarianți care conduc la electrodinamici diferite (acest lucru putea fi și demonstrat ușor).

Din prezentarea făcută, rezultă caracterul enciclopedic al lucrării care face ca ea să prezinte un mare interes pentru o masă largă de cititori.

În concluzie, trebuie spus că citirea acestei lucrări este utilă pentru studenți și ingineri, ridicîndu-le nivelul științific și ușurîndu-le accesul la literatura periodică de specialitate.

H. Toția

A. SANIELEVICI, *Radioactivitatea*. Ed. Acad. R.P.R., București, 1956, 247 pag.

Întrucît numărul cărților din domeniul fizicii nucleare apărute în limba romînă este încă destul de redus, lucrarea *Radioactivitatea* de prof. A. Sanielevici apare la timp și corespunde cerințelor resimțite, mai ales că unele ramuri ale industriei și ale cercetărilor medicale, fără a mai vorbi de cercetările în domeniul fizicii nucleare, au și început utilizarea izotopilor radioactivi.

Alcătuită pe baza cursului de radioactivitate pe care autorul îl predă în cadrul secției de fizică atomică a Facultății de fizică, cartea, mult amplificată față de curs, se adresează atît studenților cît și cadrelor de chimiști și fizicieni din domeniile corespunzătoare.

Cartea cere o pregătire de nivel universitar, iar în capitolele V și VI, mai puțin accesibile, cunoștințe speciale de teorie.

Bazată în special pe latura experimentală, *Radioactivitatea* cuprinde și teoriile corespunzătoare diverselor fenomene. Cartea începe cu un capitol istoric, în care sînt date și primele noțiuni, trecînd apoi, în capitolul următor, la noțiunile de fizică atomică necesare în cursul expunerii.

Cu capitolul III se intră propriu-zis în materie. Pornind de la aspectul macroscopic al proceselor radioactive, se tratează legile lor cantitative, deducîndu-le pentru un nuclid pînă la N nuclizi, legați sau nu genetic de derivații lor. De asemenea, se scoate în evidență caracterul statistic al proceselor de dezintegrare, expunîndu-se și verificarea lor experimentală.

Înainte de a trece la aspectul microscopic al dezintegrării, se prezintă diverse metode de cercetare și determinare a intensității radiațiilor emise, cît și a energiei acestor radiații, în cadrul capitolului *Spectroscopia și spectrometria radiațiilor nucleare*. După descrierea principiilor de funcționare ale principalelor tipuri de spectrometre, se trece la prezentarea datelor experimentale obținute — exemplificate prin tabele și grafice — accentuîndu-se asupra naturii discrete a spectrelor și subliniindu-se apariția, în cazul dezintegrării β, atît a spectrului continuu cît și a spectrului discret.

Datele experimentale obținute au fost prelucrate în capitolul V, care tratează teoria dezintegrărilor. În acest capitol se explică, pe baza metodelor mecanicii cuantice, dezintegrarea

α şi relaţia empirică a lui Geiger-Nuttall. De asemenea, se arată legătura dintre caracterul discret al spectrelor şi nivelele energetice ale nucleului, care se şi determină pe baza acestor spectre.

În acelaşi capitol se tratează teoria lui Fermi a dezintegrărilor β, prezentată simplificat după F e r m i, şi se arată cum s-a postulat existenţa neutrinului, pentru a putea explica spectrele β continue. Argumentarea existenţei neutrinului, cît şi verificarea experimentală deosebit de delicată, sînt prezentate cu o remarcabilă claritate, constituind una din părţile cele mai bune ale cărţii (experienţele — L e i p u n s c h i A l l e n — S h e r w i n — C r a n e şi H a l p e r n). De asemenea, în cazul dezintegrării β sînt explicate curbele Sargent, pe baza ordinelor de interdicţie a tranziţiilor şi se dau date asupra verificării teoriei Fermi pe baza graficelor Curie.

În cadrul aceluiaşi capitol se tratează şi teoria dezintegrărilor γ, adică emisia de cuante γ, conversia internă şi conversia internă cu generare de perechi pozitron-electron. De asemenea, este introdus aici şi un paragraf privitor la tranziţiile izometrice, metodele de detectare a izomerilor, cauzele existenţei stărilor izomerice şi schema lor energetică.

Analizînd interacţiunea radiaţiei cu materia, autorul prezintă în cadrul capitolului VI absorbţia radiaţiilor. Aici sînt tratate difuzia elastică a particulelor α şi β, relaţia pierderii medii de energie pe unitatea de lungime, ionizarea specifică şi totală, parcursul particulelor α şi β expunîndu-se atît metodele experimentale utilizate cît şi datele obţinute.

Se explică absorbţia radiaţiei γ datorită efectului Compton, fotoelectric şi generarea de perechi. De asemenea, este expusă difuzia γ şi formula Klein-Nischina. Reacţiile nucleare nu sînt incluse în acest capitol, urmînd să apară în volumul II al cărţii.

Interacţiunea radiaţiilor cu materia provoacă o serie de efecte ce constituie obiectul capitolului VII. Aici se dau şi o serie de rezultate originale în detectarea acestui efect (metoda microcalorimetrică).

Cu ajutorul măsurătorilor microcalorimetrice se pot deduce constanta radioactivă a unui nuclid şi ionizarea totală a unei radiaţii. De asemenea, metodele calorimetrice au adus contribuţii la clarificarea problemei conservării energiei în cazul procesului individual de dezintegrare.

Una din metodele principale de studiu în fizica atomică se bazează pe efectul fotografic al radiaţiilor. Pe baza urmelor lăsate pe „placa nucleară" se poate determina natura şi energia particulelor. Această parte elaborată de prof. J. A u s l ä n d e r cuprinde după prezentarea problemelor pe care le ridică prepararea plăcilor adecvate, aplicaţiile acestor plăci la determinarea difuziei, parcursului şi ionizării specifice a particulelor.

În cadrul aceluiaşi capitol sînt arătate efectele chimice, luminescenţa şi colorarea, cît şi efectele biologice ale radiaţiilor.

Cartea este astfel de un real folos pentru acei care lucrează în domeniul radioactivităţii.

Geavit Musa

ABONAMENTELE SE FAC LA OFICIILE POŞTALE,
PRIN FACTORII POŞTALI ŞI DIFUZORII VOLUNTARI
DIN ÎNTREPRINDERI ŞI INSTITUŢII

F 979

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

BUCUREŞTI
CSERE - WYMIANA
CMEHA

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

3

ANUL VIII

1957

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VIII, nr. 3 1957

SUMAR

Pag.

STUDII

H. ROTHMAN, Sondaje în coloana pozitivă a unei descărcări în neon la curenţi mici 255

A. CORCIOVEI şi M. MUGUR, Rezonanţa magnetică nucleară la un sistem de trei nucleoni 267

A. CORCIOVEI, Curba de absorbţie magnetică nucleară la un sistem de trei nucleoni, formînd un triunghi echilateral 295

MIOARA MUGUR, Asupra relaxărilor în cîmp extern intens a ansamblurilor de microsisteme permanent polare 311

M. ROSENBERG, Studiul dependenţei de temperatură a forţei coercitive la unele materiale laminate magnetic moi şi pulberi feromagnetice fin dispersate 321

ELENA LĂBUŞCĂ şi FLORICA CONSTANTINESCU, Variaţia proprietăţilor magnetice ale feritelor mixte Cu+Ni, în funcţie de raportul ferit de cupru/ferit de nichel 347

ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ 359

NOTE 379

INSTALAŢII ŞI APARATE DE LABORATOR 383

DIN ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ . 385

DIN ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ 387

RECENZII 389

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VIII, n° 3 1957

SOMMAIRE

Page

ÉTUDES

H. ROTHMAN, Sondages dans la colonne positive d'une décharge à faibles courants dans le néon 255

A. CORCIOVEI et M. MUGUR, Nuclear magnetic resonance in a three-nucleon-system 267

A. CORCIOVEI, La courbe d'arbsorption magnétique nucléaire d'un système de trois nucléons formant un triangle équilatéral 295

MIOARA MUGUR, On the relaxation of the groups of permanently polarised microsystems, in a strong external field 311

M. ROSENBERG, Variation avec la température du champ coercitif des laminés de faible épaisseur et des poudres ferromagnétiques fines 321

ELENA LĂBUŞCĂ et FLORICA CONSTANTINESCU, Variation des propriétés magnétiques des ferrites mixtes Cu+Ni, en fonction du rapport ferrite de cuivre/ferrite de nickel 347

ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE 359

NOTES 379

INSTALLATIONS ET APPAREILS DE LABORATOIRE 383

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE . . . 385

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE 387

COMPTES RENDUS 389

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VIII, № 3 1957

СОДЕРЖАНИЕ

СТАТЬИ Стр.

Г. РОТМАН, Зондирование в положительном столбе разряда в неоне при слабых токах 255

А. КОРЧИОВЕЙ и М. МУГУР, Ядерный магнитный резонанс в системе трех нуклонов 267

А. КОРЧИОВЕЙ, Кривая ядерной магнитной абсорбции в системе трех нуклонов, образующих равносторонний треугольник 295

М. МУГУР, О релаксациях во внешнем интенсивном поле совокупностей постоянно полярных микросистем 311

М. РОЗЕНБЕРГ, Исследование температурной зависимости коэрцитивной силы тонколистных магнито-мягких материалов и мелкодисперсных ферромагнитных порошков 321

Е. ЛЭБУШКЭ и Ф. КОНСТАНТИНЕСКУ, Вариация магнитных свойств смешанных ферритов Cu+Ni, в зависимости от отношения феррита меди к ферриту никеля 347

НОВОЕ И ДИСКУССИИ В ФИЗИКЕ 359

ЗАМЕТКИ 379

ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ 383

В ИНСТИТУТЕ АТОМНОЙ ФИЗИКИ 385

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ 387

РЕЦЕНЗИИ 389

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

STUDII

SONDAJE ÎN COLOANA POZITIVĂ A UNEI DESCĂRCĂRI ÎN NEON LA CURENŢI MICI*)

DE

H. ROTHMAN

Cu ocazia unei lucrări [1] efectuată în coloana pozitivă a unor descărcări în Ne pur şi amestecuri Ne + Hg, în diferite proporţii, s-au obţinut în Ne caracteristici semilogaritmice de sondă care se abăteau net de la liniaritate, în timp ce caracteristicile ridicate în amestec, — de exemplu la o presiune parţială a mercurului de 3.10^{-4} mm Hg, ceea ce înseamnă o fracţiune de numai $2{,}6.10^{-4}$ mercur în amestec — aveau formă rectilinie. Era deci exclus ca abaterea de la liniaritate observată în neon să se datoreze unei erori experimentale.

Alte determinări făcute în coloana pozitivă a descărcărilor în neon au arătat că distribuţia de viteze a electronilor este în unele cazuri maxwelliană. În determinările lui R. Seeliger şi R. Hirchert [2] s-a acoperit un domeniu mare de presiuni între 0,1 şi 10 mm Hg, lucrînd cu curenţi de 50,100 şi 300 mA. L. Guseva [3] a lucrat la presiuni joase de 0,02 şi 0,08 mm Hg şi la curenţi de 150 şi 30 mA. Însă, după cum se ştie, din ecuaţia cinetică a mişcării electronilor în gaz rezultă că distribuţia de viteze a electronilor în coloana pozitivă a descărcării în neon nu trebuie să fie maxwelliană, deoarece secţiunea eficace a atomilor de neon este practic independentă de viteza electronilor [4]. Această teorie este dezvoltată ţinîndu-se seama numai de ciocnirile elastice, de aceea este de aşteptat ca ea să fie aplicabilă numai la densităţi mici de curent. Or, în lucrarea lui L. Guseva raportul $\frac{j}{p^2}$ (densitate de curent supra presiunea gazului la pătrat), mărime care, după legile de asemănare are rolul esenţial, este cuprins între 4.10^5 şi 5.10^3, în timp ce în determinările noastre $\frac{j}{p^2}$ variază între 2.10^1 şi 1. În lucrarea

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 10 februarie 1957.

citată a lui R. Seeliger și R. Hirchert, raportul $\frac{j}{p^2}$ variază între 5.10^3 și 3*); trebuie însă remarcat pe de o parte că legile de asemănare nu sînt aplicabile decît în absența fenomenelor cumulative, că prin urmare chiar numai valori mai mari ale lui j, la același raport $\frac{j}{p^2}$, pot explica deosebiri în distribuția de viteze a electronilor, pe de altă parte că spre capătul cu $\frac{j}{p^2}$ mic, susmenționații autori găsesc caracteristici nerectilinii.

Cu aceste premise, era de așteptat ca în condițiile noastre de lucru (curent de descărcare 6,1 și 23 mA, presiunea depășind puțin 1 mm Hg și diametrul tubului 24 mm) distribuția de viteze găsită să fie de tipul Druyvesteyn-Davîdov. Sondaje repetate în condiții mai bune de lucru (degazare mai bună, densitate de curent mai mică, curenții de descărcare fiind de 1,5 și 2 mA) au dus la aceeași concluzie.

Din documentarea de care dispunem, rezultă că distribuția de viteze Druyvesteyn-Davîdov nu a fost dovedită pînă acum prin determinări cu sonda Langmuir. De aceea vom calcula mai întîi caracteristica de sondă pentru cazul unei astfel de distribuții, arătînd cum se pot obține din aceste caracteristici mărimile interesante pentru plasmă : energia cinetică medie a electronilor, potențialul locului, numărul de purtători pe centimetru cub. Apoi vom compara caracteristicile ridicate din determinări cu rezultatele acestui calcul.

Teorie. O sondă introdusă într-o regiune a descărcării în care există o distribuție de viteze oarecare, dar izotropă, primește pe unitatea de suprafață un curent electronic elementar proporțional cu

$$di \sim eNf(c)\, c^2\, dc \sin\theta\, d\theta c \cos\theta$$

contribuție a electronilor cu viteza cuprinsă între c și $c + dc$ care cad sub un unghi între θ și $\theta + d\theta$ față de normala la suprafață.

Aici N este numărul de electroni pe centimetru cub, e sarcina electronului, iar $f(c)$ respectiva funcție de distribuție. Dacă schimbăm variabila c cu variabila $W = \frac{1}{2} mc^2$, energia cinetică a electronului, se poate scrie

$$di \sim eNf(W)\, WdW \sin\theta \cos\theta\, d\theta. \qquad (1)$$

Presupunînd sonda la un potențial V_s negativ față de potențialul locului, V_l, și notînd $V_0 = V_s - V_l$, integrarea asupra lui θ se face între $\cos^2\theta = \frac{eV_0}{W}$ și $\cos\theta = 1$

$$di \sim f(W) W\, dW \left(1 - \frac{eV_0}{W}\right)$$

$$i \sim \int_{\infty}^{eV_0} f(W)\, WdW - eV_0 \int_{\infty}^{eV_0} f(W)\, dW$$

*) Diametrele tuburilor utilizate în [1], [2] și [3] fiind aproximativ egale, s-au comparat rapoartele $\frac{I}{p^2}$, I fiind curentul de descărcare.

Dacă în regiunea sondată distribuția de viteze este o distribuție Druyvesteyn-Davîdov, putem înlocui $f(W) = e^{-\frac{1}{2}\cdot\frac{W^2}{W_p^2}}$, W_p fiind energia cea mai probabilă în această distribuție. Atunci

$$i \sim -W_p^2 e^{-\frac{(eV_0)^2}{2W_p^2}} + eV_0 \int_{eV_0}^{\infty} e^{-\frac{W^2}{2W_p^2}} dW.$$

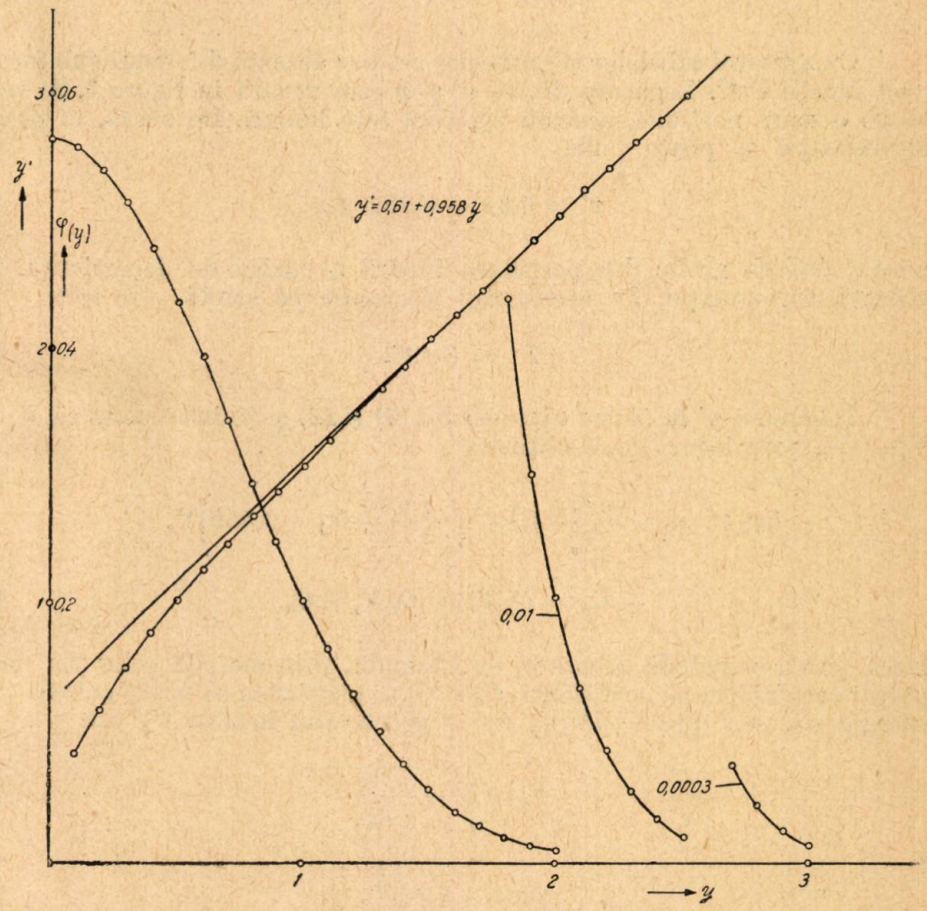


Fig. 1

Notăm

$$\frac{eV_0}{\sqrt{2}W_p} = y, \quad \frac{W}{\sqrt{2}W_p} = x, \tag{2}$$

$$i \sim -e^{-y^2} + y\left[\sqrt{\pi} - \int_{-y}^{+y} e^{-x^2} dx\right].$$

Prin urmare, folosind notațiile $\varphi(y) = \frac{e^{-y^2}}{\sqrt{\pi}}$ pentru funcțiunea erorilor a lui Gauss și $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-y}^{+y} e^{-x^2}\, dx$ pentru integrala erorilor, obținem

$$i \sim - \varphi(y) + y\,[1 - \Phi(y)].$$

Cu ajutorul tabelelor și graficelor s-a pus această diferență sub forma unei funcții $e^{-y'^2}$. Legătura dintre y' și y este redată în figura 1. Se vede că pe o mare porțiune, această legătură este liniară. De aceea, în prima aproximație se poate pune

$$y' = 0{,}61 + 0{,}958\ y, \tag{3}$$

relație dedusă grafic din porțiunea liniară a curbei de dependență. În această aproximație, I^- — curentul electronic pe sondă — se scrie

$$I^- = Ce^{-y'^2}. \tag{4}$$

Înlocuind y' în (4) cu ajutorul lui (3) și (2) și ținînd seama că $V_0 = V_s - V_l$, prin logaritmare obținem

$$\log I^- = -\frac{0{,}199}{V_p^2} V_s^2 + \frac{1}{V_p}\left(\frac{0{,}398}{V_p} V_l - 0{,}359\right) V_s^- +$$

$$+ C_0 = C_2 V_s^2 + C_1 V_s + C_0. \tag{5}$$

Dacă printr-o metodă oarecare, de exemplu, prin metoda celor mai mici patrate se determină coeficienții C_2 și C_1 ai parabolei, se poate calcula atît energia cea mai probabilă V_p cît și potențialul locului V_l din relațiile

$$V_p = \sqrt{-\frac{0{,}199}{C_2}} \tag{6}$$

și

$$V_l = \frac{(C_1 V_p + 0{,}359)\, V_p}{0{,}398}. \tag{7}$$

De asemenea, trebuie să existe un punct (ar corespunde poziției vîrfului parabolei, să-l notăm cu α) față de care reprezentarea $\log I^- = f[(V_s - \alpha)^2] = f(\mathcal{V}_s^2)$ să dea o dreaptă. Valoarea lui α se obține înlocuind în (5) $V_s = \mathcal{V}_s + \alpha$ și anulînd termenul de gradul întîi în $\mathcal{V}_s$. Rezultă

$$\alpha = V_l - 0{,}902\ V_p. \tag{8}$$

Dacă curba $\log I^- = f(V_s^2)$ este într-adevăr o dreaptă avem dovada că distribuția de viteze a electronilor este cea presupusă.

O primă serie de corecții trebuie aplicată ținînd seama de curba de dependență din figura 1. Într-adevăr, după determinarea în primă aproximație a potențialului locului, V_l, se cunoaște mărimea V_0, deci și y, după (2), pentru fiecare punct al determinării.

Ridicînd ordonata respectivului punct pînă la intersecția cu dreapta și ducînd o paralelă cu abscisa din acest punct de intersecție pînă la intersecția cu adevărata curbă de dependență se obține grafic Δy și corespunzător, ΔV_s. Adăugînd aceste creșteri valorilor lui V_s obținute experimental se obține un nou șir de valori V_s' cu care se lucrează ca și cu cele de la început. Operația se repetă de un număr oarecare de ori pentru a determina limita spre care converg V_p, V_s și α.

Metoda permite și determinarea numărului de purtători pe centimetru cub. Punînd pentru funcția de distribuție normată $f(c) = \frac{1{,}94}{4\pi C_p^3} e^{-\frac{1}{2}\frac{c^4}{c_p^4}}$ rezultă, la potențialul locului, pentru curentul primit de sondă

$$I = \frac{1{,}94}{4\pi C_p^3} eNS \int e^{-\frac{1}{2}\frac{c^4}{c_p^4}} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \, c^3 \, dc \, d\psi$$

Integrînd ψ de la 0 la 2π, θ de la 0 la $\frac{\pi}{2}$ și c de la 0 la $+\infty$ obținem

$$I = \frac{1{,}94}{8} eNSc_p \tag{9}$$

unde am notat cu N numărul de purtători pe centimetru cub, cu e sarcina electronului, cu S suprafața sondei, cu c_p viteza cea mai probabilă a electronilor. De aici

$$N = 1{,}35 \cdot 10^{11} \frac{I}{\Phi l \sqrt{V_p}}, \tag{10}$$

unde I este curentul în amperi, Φ și l diametrul, respectiv lungimea sondei cilindrice în centimetri, V_p energia cea mai probabilă a electronilor în electronivolți.

Dispozitiv experimental. După cum s-a amintit, determinările au fost făcute în două etape.

În prima etapă s-a lucrat cu un tub de 24 mm diametru interior, cu electrozi cilindrici din fier, lungimea coloanei fiind 450 mm. Sonda cilindrică din fir de wolfram cu diametrul de 0,023 mm și lungimea de 1,45 mm era așezată perpendicular pe axul tubului și simetric față de acesta,

la o distanță de 130 mm de anodă. Presiunea mercurului a fost de 1,17 mm Hg, măsurată cu manometrul de compresiune. Degazarea tubului și electrozilor s-a făcut prin încălzire timp de circa 12 ore la temperatura de 520°C și apoi prin descărcare. Neonul extras dintr-un flacon garantat de fabrică ca avînd puritate spectrală, a mai fost purificat prin descărcare lăsînd tubul să funcționeze mai mult de 24 ore, cu intermitențe. Curentul a fost măsurat cu un microampermetru Siemens și Halske cu sensibilitatea $4{,}5.10^{-7}$ A/div., șuntat în mod convenabil, tensiunea față de anodă cu un voltmetru etalon Volta. În aceste condiții s-au ridicat caracteristicile la 6,1/mA și 23 mA curent de descărcare.

În a doua etapă au fost unele deosebiri. S-a lucrat cu un tub cu același diametru avînd drept catodă un filament de wolfram, ceea ce permitea o bună degazare a catodei. Tubul era prevăzut cu două sonde de wolfram cu diametrul de 0,048 mm situate una la 120 mm de anodă — o vom nota sonda (1) — avînd lungimea de 1,08 mm, cealaltă — sonda (2) — la 355 mm de anodă, avînd lungimea de 1,2 mm. Distanța dintre anodă și catodă a fost de 555 mm. Presiunea neonului era 1,31 mm Hg. Curentul de sondă a fost măsurat cu un microampermetru Hartmann și Braun cu trei scale : 10, 100 și 1000 μA, iar diferența de potențial dintre sondă și anodă cu un voltmetru Hartmann și Braun cu două scale, utilizîndu-se pentru determinările cu sonda (1) scala de 130 V, pentru sonda (2) scala de 260 V. În aceste condiții s-au făcut determinările la 1,5 și 2 mA curent de descărcare cu sondele (1) și (2).

Exemplu de calcul. Pentru ilustrarea modului de lucru vom prezenta calculul făcut la una din determinări, fie determinarea la 6,1 mA. Mersul curbei log I^- funcție de V_s este redat în figura 2. În figura 2, E este reprezentată regiunea ionică a curentului de sondă a cărei extrapolare a fost necesară pentru determinarea curentului electronic.

Extrapolarea a fost făcută în același mod ca în cazul distribuției maxwelliene, folosind o porțiune liniară care se întinde între −7 și −50 V față de potențialul sondei izolate.

Cum poziția potențialului locului nu poate fi apreciată direct, o problemă o constituie alegerea punctelor care urmează să fie utilizate pentru determinarea coeficienților C_2 și C_1. Este evident, pe de o parte, că nu este permis să se utilizeze puncte situate dincolo de potențialul locului deoarece ele nu se supun ipotezei că sonda este mai negativă decît locul. Pe de altă parte, reducerea prea mare a numărului de puncte utilizat scade simțitor precizia calculului, nu numai pe considerentul statistic obișnuit, dar mai ales pentru că punctele determinate la curenți electronici mici capătă o pondere mai mare ; însă, acestea sînt afectate atît de imprecizia extrapolării curentului ionic cît și de eroarea care survine la citirea unui număr mic de diviziuni.

S-au folosit întîi în calcul 13 puncte situate între 124 și 100 V. A rezultat $C_2 = -1{,}979.10^{-3}$ și $C_1 = 0{,}369$, de unde, folosind (6) și (7) s-a găsit pentru energia cea mai probabilă $V_p = 10{,}4$ eV, iar pentru potențialul locului $V_l = 101{,}7$ V. A fost deci necesară refacerea calculului, luîndu-se numai 12 puncte între 124 și 102 V. S-a găsit astfel $V_p = 10{,}3$ eV, $V_l = 101{,}3$ V și $\alpha_1 = 92{,}0$ V.

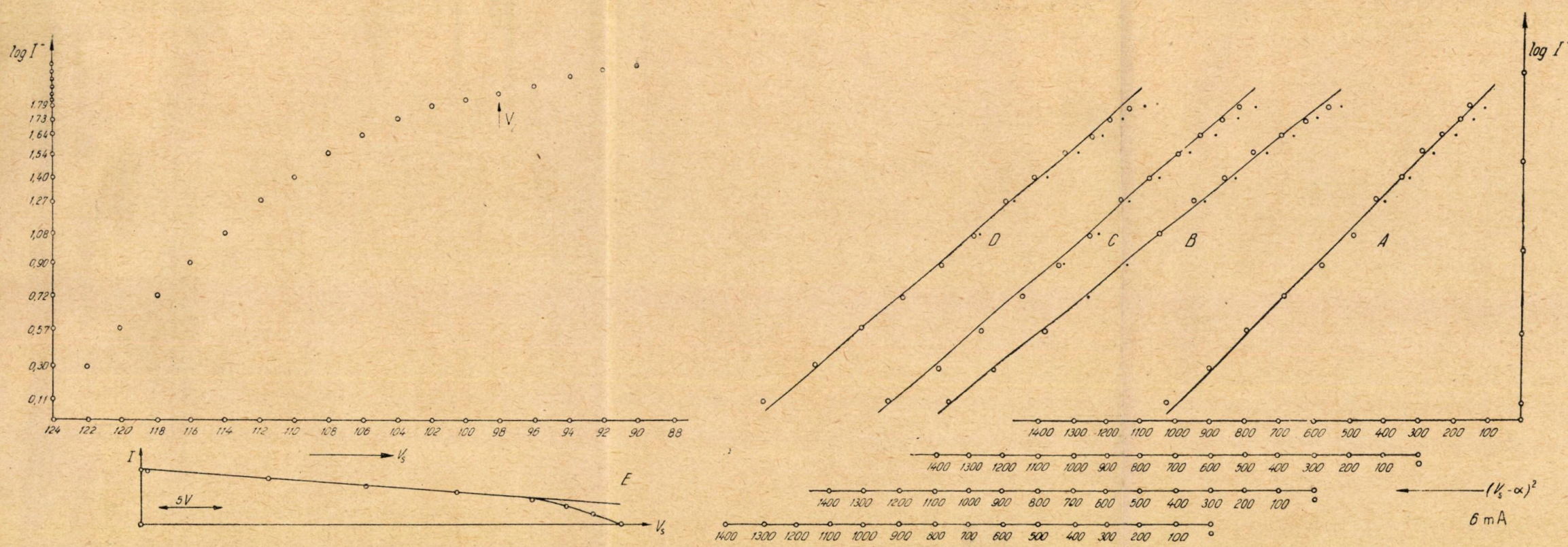

log I⁻
1,79
1,73
1,64
1,54
1,40
1,27
1,08
0,90
0,72
0,57
0,30
0,11
V
124 122 120 118 116 114 112 110 108 106 104 102 100 98 96 94 92 90 88
I
V_s
E
5V
V_s
log I⁻
D
C
B
A
1400 1300 1200 1100 1000 900 800 700 600 500 400 300 200 100
$(V_s - \alpha)^2$
6 mA

Fig. 2

Cu aceste valori s-a alcătuit tabloul de corecții (tabloul nr. 1).

Tabloul nr. 1

V_s	V_0	ΔV_s	$V_s' - \alpha_1$	log I^-
124	22,7	—	32	0,11
122	20,7	—	30	0,30
120	18,7	—	28	0,51
118	16,7	0,1	26,1	0,72
116	14,7	0,2	24,2	0,90
114	12,7	0,5	22,5	1,08
112	10,7	0,6	20,6	1,27
110	8,7	0,8	18,8	1,40
108	6,7	1,1	17,1	1,54
106	4,7	1,4	15,4	1,64
104	2,7	1,6	16,6	1,73
102	0,7	2,7	12,7	1,79

S-a reprezentat log I^- funcție de $(V_s - \alpha_1)^2$ — prin puncte — și funcție de $(V_s' - \alpha_1)^2$ — prin cercuri — (figura 2, *A*). Corecția ameliorează în mod vizibil mersul liniar. S-a trecut apoi la a doua aproximație, folosind valorile V_s' (corectate) și s-a calculat $V_p = 11{,}0$ $V_l = 97{,}1$, $\alpha_2 = 87{,}0$ V. Ca și în cazul precedent s-au aplicat corecții pentru noile valori V_0 și s-au determinat potențialele de sondă corectate V_s'' cu care s-a efectuat calculul în a treia aproximație. S-a obținut $V_p = 10{,}7$, $V_l = 98{,}7$ $\alpha_3 = 89{,}0$. După o nouă serie de corecții aplicate în raport cu noua valoare găsită pentru potențialul locului a rezultat în a patra aproximație $V_p = 10{,}9$, $V_l = 98{,}0$ și $\alpha_4 = 88{,}1$. Nu s-a mai continuat deoarece s-a considerat că precizia, mai bună de 0,7 V în determinarea potențialului locului este satisfăcătoare, iar convergența valorilor obținute rezultă clar din tabloul nr. 2, în care cifrele romane reprezintă ordinul aproximației.

Tabloul nr. 2

	I	II	III	IV
V_p	10,3	11	10,7	10,9
V_l	101,3	97,1	98,7	98
α	92	87	89	88,1

În figura 2, *B*, *C*, *D* s-a reprezentat log I^- funcție de $(V_s - \alpha_2)^2$ (puncte) și $(V_s'' - \alpha_2)^2$ (cercuri), de $(V_s - \alpha_3)^2$ și $(V_s''' - \alpha_3)^2$, de $(V_s - \alpha_4)^2$ și $(V_s^{IV} - \alpha_4)^2$. Abaterile punctelor de la dreaptă nu depășesc, după corectare, erorile de experiență.

Rezultate. Figurile 3, 4, 5, 6 și 7 redau în mod analog rezultatele celorlalte determinări efectuate, cu deosebirea că reprezentarea log I^- funcție de $(V_s - \alpha_k)^2$ necorectat (puncte) și corectat (cercuri) n-a mai fost arătată decît pentru ultima aproximație la care s-a ajuns. Menționăm că aceasta a fost a patra aproximație pentru determinarea

la 23 mA, a doua aproximație pentru determinarea la 2 mA cu sonda (1), a doua aproximație pentru determinarea la 1,5 mA cu sonda (1), a patra la 2 mA cu sonda (2), și a treia în cazul determinării la 1,5 cu sonda (2). Aproximarea succesivă a fost considerată terminată numai atunci cînd diferența dintre potențialul locului obținut în ultimul și penultimul calcul era atît de mică încît nu se mai obțineau deosebiri simțitoare în corecțiile măsurate pe curba din figura 1.

În tabloul nr. 3 s-au strîns rezultatele finale la cele 6 cazuri studiate. Pe primele trei coloane sînt notate condițiile de experiență care au fost variate : I — intensitatea curentului de descărcare, p — presiunea neonului, d — distanța sondei de la anodă. În coloanele următoare se află V_p — energia cea mai probabilă a electronilor, $\overline{V}$ — energia medie a electronilor din relația $\overline{V} = 1{,}046$. V_p, valabilă la acest tip de distribuție, V_l — potențialul locului față de anodă, calculat în ultima aproximație și N — numărul de purtători calculat din relația (9).

Tabloul nr. 3

I mA	p mm Hg	d mm	V_p eV	$\overline{V}$ eV	V_l V	α V	N cm^{-3}
6,1	1,17	130	10,9	11,4	98,0	88,1	$5{,}7.10^9$
23	1,17	130	8,17	8,4	97,4	90,2	$1{,}6.10^{10}$
1,5	1,31	120	6,7	7,0	40,4	34,4	$5{,}9.10^8$
2	1,31	120	6,4	6,7	40,0	34,0	$7{,}1.10^8$
1,5	1,31	355	9,6	10,0	112,1	103,4	$1{,}4.10^9$
2	1,31	355	7,4	7,7	115,4	108,8	$1{,}4.10^9$

Energiile cinetice medii ale electronilor obținute sînt mari, ceea ce este explicabil la distribuția de viteze Druyvesteyn-Davîdov, unde electronii repezi se găsesc — pentru aceeași energie medie — în număr mult mai mic decît în distribuția maxwelliană. Se observă că energia medie depinde foarte puternic de presiunea neonului, energiile din primele două determinări fiind în ansamblu mari față de cele din determinările următoare, deși presiunea gazului nu este cu mult mai mică. Cu totul de așteptat era scăderea energiei cinetice medii a electronilor la mărirea curentului, din cauza ionizărilor pe cale cumulativă, foarte probabile de neon. Această scădere se observă atît la trecerea de la curentul de 6,1 la 23 mA cît și la trecerea de la 1,5 la 2 mA în diferitele condiții de lucru. În sfîrșit, un fapt remarcabil este că energia cinetică medie a electronilor nu este aceeași în două puncte ale coloanei pozitive situate la distanțe diferite de anodă și anume ea rezultă sensibil mai mare din sondajele făcute departe de anodă. Aceasta se datorește faptului că în gaze nobile coloana pozitivă nu este niciodată absolut omogenă, ca dovadă nelipsita apariție a două, trei strate în capătul ei negativ, în continuarea spațiului întunecat al lui Faraday. Totuși în cazul curentului de 1,5 mA, nu ne putem explica diferența deosebit de mare dintre energia cinetică medie a electronilor în cele două regiuni sondate.

Din determinarea potențialului locului pe cele două sonde s-a calculat gradientul mijlociu între regiunile sondate. Aceasta a rezultat de

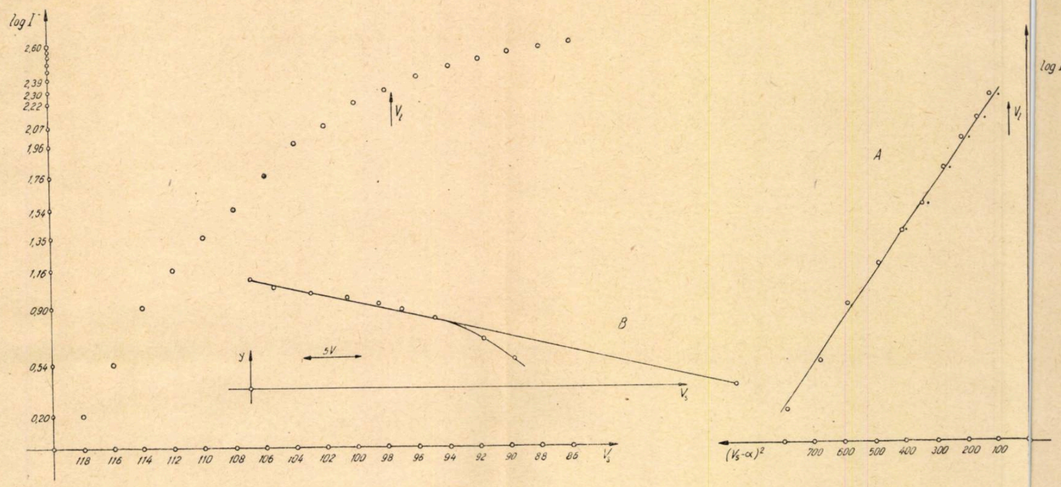


Fig. 3

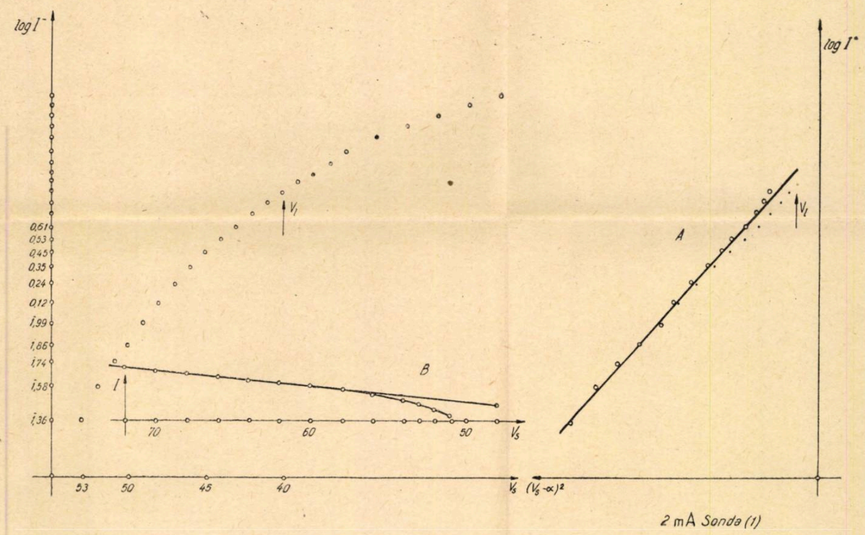
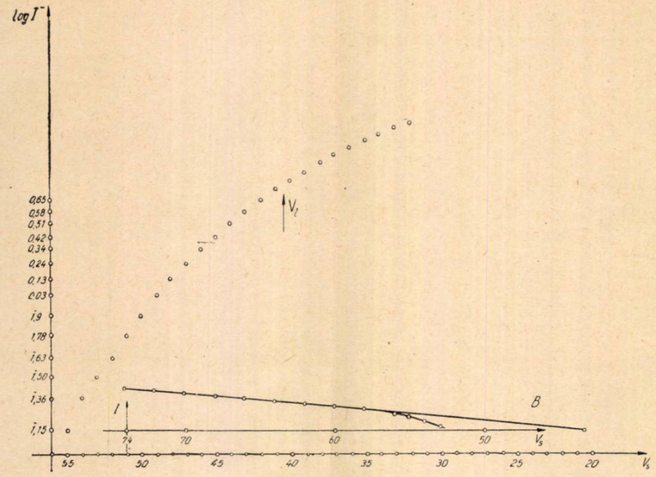


Fig. 5

H. Rothman. Studii și cercetări de fizică, 1/1947



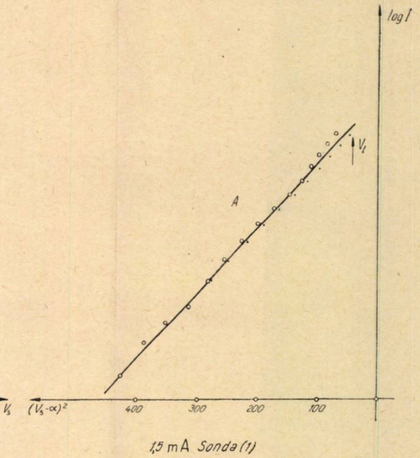
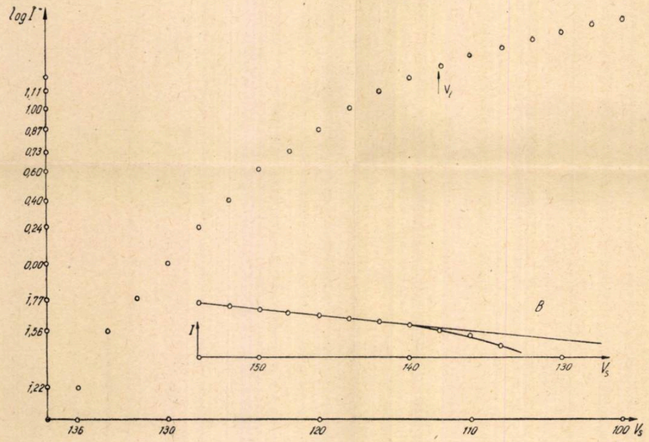


Fig. 4



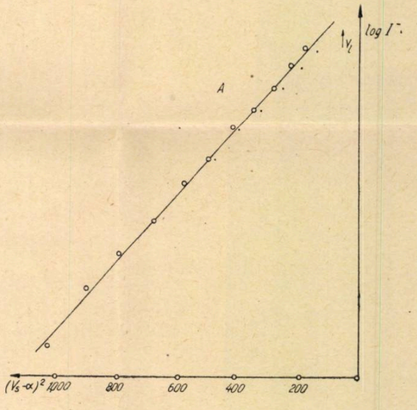


Fig. 6

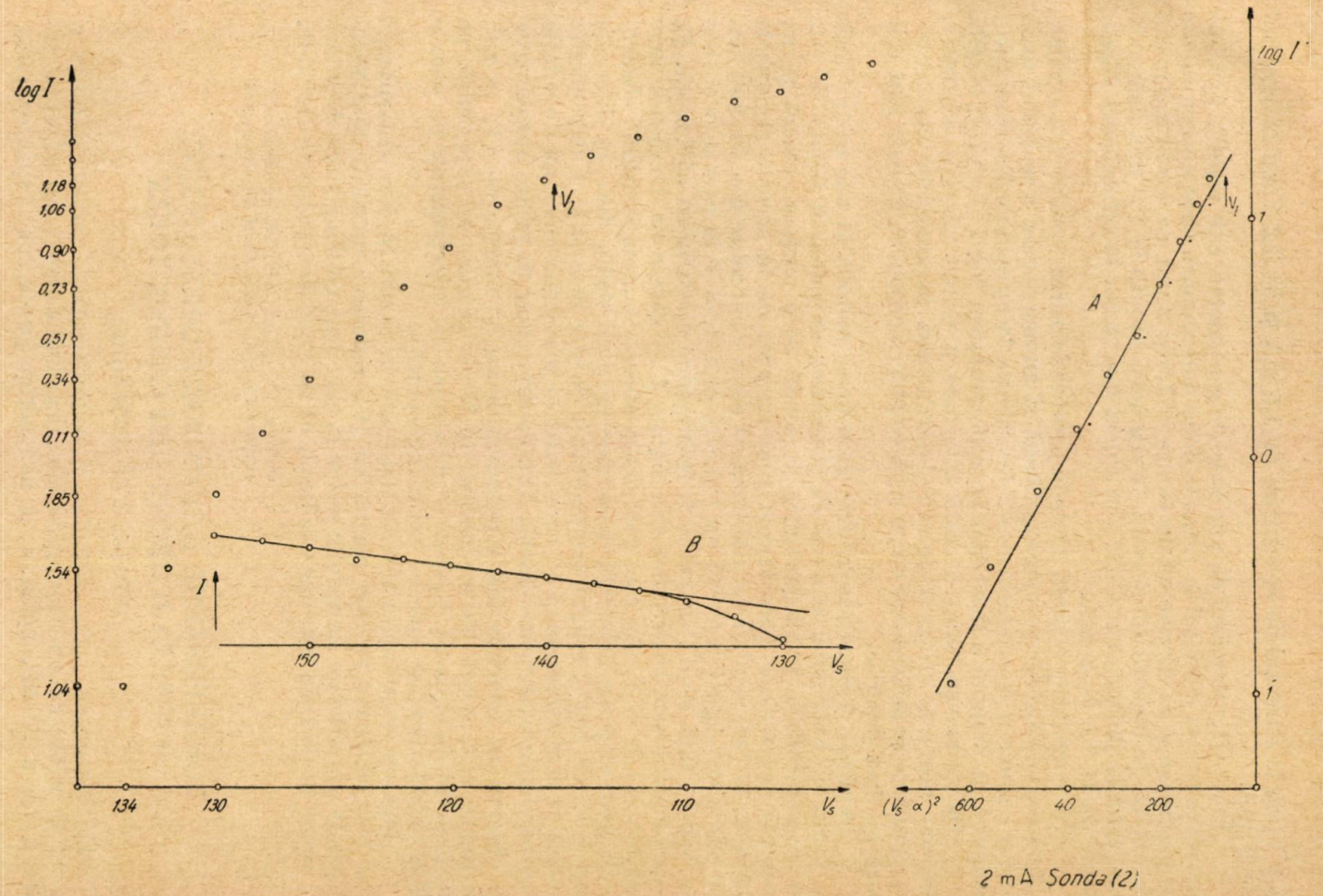

log I
1,18
1,06
0,90
0,73
0,51
0,34
0,11
1,85
1,54
1,04
V_I
B
I
150
140
130
V_S
134
130
120
110
V_S
log I
A
V_I
1
0
1
(V_S α)²
600
40
200
2 mA Sonda (2)

Fig. 7

3,1 V/cm la curentul de descărcare de 1,5 mA şi de 3,2 V/cm la curentul de 2 mA.

În sfîrşit, numărul de purtători pe centimetru cub rezultă aproape proporţional cu curentul la primele două determinări. Cam acelaşi raport se păstrează şi la determinările făcute la 1,5 şi 2 mA cu sonda apropiată de anodă. În opoziţie cu aceasta, în regiunea situată la 355 mm de anodă numărul de purtători rezultat din calcul n-a variat la schimbarea curentului de la 1,5 la 2 mA.

În concluzie, această metodă permite folosirea sondei Langmuir şi într-un caz de distribuţie nemaxwelliană şi anume pentru a se stabili dacă într-o regiune a descărcării există distribuţia Druyvesteyn-Davîdov (prin aşezarea pe dreaptă a punctelor în reprezentarea $\log I^- = f[(V_s - \alpha)^2]$).

De asemenea, dacă această întrebare a primit răspuns afirmativ, metoda poate fi utilizată pentru determinarea parametrilor descărcării cu rezultate satisfăcătoare chiar şi în condiţii apropiate, precum sînt cele care au fost descrise.

În sfîrşit, asupra posibilităţii de a folosi metoda în alte cazuri decît la neon, ne exprimăm părerea că încercarea ar putea fi făcută de cîte ori caracteristicile semilogaritmice de sondă au o porţiune liniară pe un interval de tensiune prea mic şi cînd trecerea de la această regiune la regiunea în care sonda este mai pozitivă decît locul nu se face în mod net. Pe curba din figura 2 există un interval cam de 8 V în care dependenţa lui $\log I^-$ faţă de V_s ar putea fi foarte bine aproximată ca liniară. Pe caracteristica semilogaritmică din figura 4 se găsesc de asemenea mici porţiuni de 5—6 V, din care s-ar putea aprecia o „temperatură" electronică. Dar alegerea arbitrară a acestor porţiuni poate duce la diferenţe mai mari de 100% asupra temperaturii. Se ştie însă [5], că dependenţa liniară pe o porţiune mică în caracteristica semilogaritmică nu dovedeşte că distribuţia este maxwelliană. Din contră, chiar în prima aproximaţie se observă că punctele din reprezentarea $\log I^-$ funcţie de $(V_s - \alpha_1)^2$, în figura 2, se aşază pe o dreaptă, în limita erorilor de experienţă, pe un interval de circa 20 V, ceea ce dovedeşte că interpretarea pe care o dăm caracteristicilor este cu totul îndreptăţită.

Metoda ar prezenta interes îndeosebi în cazuri în care determinări mai noi, efectuate pe cale magnetică [6], contrazic rezultate mai vechi obţinute din sondaje Langmuir şi duc la concluzia că distribuţia de viteze în cazul studiat nu este maxwelliană, ci de tipul Druyvesteyn-Davîdov.

Catedra de optică, acustică şi descărcări electrice în gaze. Laboratorul de electronică

ЗОНДИРОВАНИЕ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТОЛБЕ РАЗРЯДА В НЕОНЕ ПРИ СЛАБЫХ ТОКАХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Исследования, произведенные в положительном столбе разряда в неоне в трубке 24 мм диаметром при давлении около 1 мм рт. ст. и токах в 1,5 и 23 мА, привели к полулогарифмической характеристике

зонда, сходной с параболой формы. В результате расчета тока зонда, в предположении, что в плазме электроразряда существует распределение типа Дрюйвештейна-Давыдова, автор приходит к заключению, что в первом приближении полулогарифмическая характеристика должна иметь при таком распределении именно ту форму, которая была найдена при произведенных исследованиях. Отсюда делается вывод, что в положительном столбе разряда в неоне при слабых токах, то есть в том случае, в котором процессы кумуляции играют незначительную роль, распределение скоростей является распределением Дрюйвештейна-Давыдова, как это и предусматривает теория движения электронов в газах для газов с эффективным сечением, практически независимым от скорости электронов.

Из расчета полулогарифмической характеристики следует, что определение характеристических величин для плазмы возможно путем идентификации коэффициентов C_1 и C_2 параболы в двух членах равенства (5) V_s — потенциал зонда, V_p — наиболее вероятная энергия электронов, выраженная в электрон-вольтах V_l — потенциал места. При помощи отношения (10) можно также определить число носителей на 1 мл.

Из экспериментальных данных получены по способу наименьших квадратов коэффициенты C_1 и C_2 параболы и, путем вышеупомянутой идентификации, получены для различных условий работы значения, приведенные в таблице 3 (Обозначения: I — разрядный ток в мА, p — давление неона в мм рт. ст., V_p — наиболее вероятная энергия в электронвольтах, V_l — потенциал места, N — число носителей на 1 мл. Эти результаты получены при помощи способа последовательных приближений.

Наконец представление логарифма I^- в зависимости от $(V_s - \alpha)^2$ где α представляет собой вычисленное положение вершины параболы, позволяет, непосредственно, проверить путем размещения точек на прямой, что скорость является той, какая была предположена. Это представление показано на рисунках 2*A*, 3*A*, 4*A*, 5*A*, 6*A* и 7*A*; в левой части каждого из этих рисунков находится полулогарифмическая характеристика тока в зависимости от потенциала зонда.

SONDAGES DANS LA COLONNE POSITIVE D'UNE DÉCHARGE À FAIBLES COURANTS DANS LE NÉON

(RÉSUMÉ)

Des déterminations effectuées dans la colonne positive de décharge dans le néon, à l'intérieur d'un tube de 24 mm de diamètre, à des pressions d'environ 1 mm Hg et avec des courants de 1,5 à 23 mA, ont conduit à des caractéristiques de sonde semi-logarithmiques, d'une forme ressemblant à une parabole. Si l'on calcule le courant de sonde, dans l'hypothèse que la distribution dans le plasma de la décharge serait du type Druyvesteyn-Davydov, on arrive à la conclusion que la caractéristique semi-

logarithmique doit avoir en première approximation, dans le cas de cette distribution, justement la forme obtenue à partir des déterminations mentionnées. On en tire la conclusion que, dans la colonne positive du néon à des courants faibles, c'est-à-dire dans le cas où les processus cumulatifs ne jouent pas un rôle important, la distribution des vitesses est une distribution Druyvesteyn-Davydov, ce qui concorde avec la théorie du mouvement des électrons dans les gaz dont la section efficace est pratiquement indépendante de la vitesse des électrons.

Le calcul de la caractéristique semi-logarithmique offre en même temps la possibilité de déterminer les grandeurs caractéristiques du plasma, en identifiant les coefficients C_1 et C_2 de la parabole dans les deux membres de l'équation (5) (V_s étant le potentiel de la sonde, V_p l'énergie la plus probable des électrons en électron-volts et V_l le potentiel du lieu). Enfin, la relation (10) permet de déterminer le nombre de porteurs d'électricité par cm^3.

Les données expérimentales ont permis de trouver, à l'aide de la méthode des plus petits carrés, les coefficients C_1 et C_2 de la parabole qui, rendus identiques ainsi qu'on vient de le voir, ont conduit à établir, pour les diverses conditions de travail, les valeurs présentées dans le tableau 3 (où l'on a noté par : I, le courant de décharge en mA, p, la pression du néon en mm Hg, V_p, l'énergie la plus probable en électron-volts, V_l le potentiel du lieu et N, le nombre des porteurs par cm^3). Ces résultats ont été obtenus par une méthode d'approximations successives.

Enfin, une représentation log I^-, en fonction de $(V_s - \alpha)^2$, où α est la position calculée du sommet de la parabole, permet de vérifier directement que la distribution des vitesses est bien celle qu'on avait supposée, par l'arrangement des points sur une droite. Cette représentation est rendue par les figures 2 *A*, 3 *A*, 4 *A*, 5 *A*, 6 *A* et 7 *A* où, à la partie gauche de chacune d'entre elles, se trouve la caractéristique semi-logarithmique du courant, fonction du potentiel de la sonde.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Rothman, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, 1956, nr. 4, p. 579.
2. R. Seeliger u. R. Hirchert, Ann. der Phys., 1932, nr. 2, p. 817.
3. L. Guseva, J. T. F., 1951, nr. 21, p. 427.
4. V. L. Granovskii, *Elektriceskii tok v gaze*, Moscova-Leningrad, 1952, p. 241.
5. M. J. Druyvesteyn, Phys. Zeitschrift, 1932, nr. 33, p. 856.
6. C. Haigh a. T. Smith, Phil. Mag., 1950, nr. 41, p. 557.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

REZONANŢA MAGNETICĂ NUCLEARĂ LA UN SISTEM DE TREI NUCLEE *)

DE

A. CORCIOVEI şi M. MUGUR

1. INTRODUCERE

Un sistem de spini nucleari, introdus într-un cîmp magnetic extern omogen şi constant $\mathcal{H}_0$ ajunge, în urma unui proces de interacţie cu vibraţiile termice ale reţelei [1], [2], la o distribuţie de echilibru Boltzmann a spinilor pe nivelele de energie în cîmpul $\mathcal{H}_0$. Dacă se introduce şi un cîmp magnetic oscilant, foarte slab faţă de $\mathcal{H}_0$ şi perpendicular pe acesta se vor induce nucleelor din sistem *tranziţii* ale spinilor de la o stare la alta, cu o probabilitate, care nu depinde de sensul tranziţiei, dar care tinde repede spre zero, cînd creşte diferenţa $\nu - \nu_0$ dintre frecvenţa ν a cîmpului oscilant şi frecvenţa Larmor în cîmpul $\mathcal{H}_0$, dată de formula

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} g \frac{e}{2MC} \mathcal{H}_0, \tag{1}$$

unde notaţiile sînt cele consacrate.

Datorită faptului că spinii sînt distribuiţi după *statistica Boltzmann*, nivelele de energie mică sînt mai populate şi numărul de tranziţii ale spinilor din stări cu energie mai mică spre stări cu energie mai mare este mai mare decît numărul de tranziţii inverse. Astfel, fenomenologic apare un efect de *absorbţie de energie* de la cîmpul magnetic oscilant. Dacă nu ar exista cîmpuri locale în sistem, absorbţia s-ar produce numai la frecvenţe practic egale cu frecvenţa ν_0. *Datorită interacţiei spin-spin* apar însă cîmpuri locale mici, ce se compun cu cîmpul extern şi devine posibilă absorbţia de energie şi pentru frecvenţe diferite de ν_0. Astfel, experimental, se obţine o curbă a intensităţii absorbţiei în funcţie de frecvenţa cîmpului oscilant. Expresia teoretică a acestei curbe nu a putut fi stabilită teoretic pînă în prezent pe cale cuantică. Fenomenologic, ea a fost studiată de

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 26 februarie 1957.

F. Bloch şi colaboratori [3],[4]. Pe cale cuantică, anumite rezultate în această direcţie au fost obţinute de Van Vleck [5]. El a evaluat *lărgimea curbei* pentru un cristal cu ajutorul abaterilor de ordinul doi şi patru ale frecvenţei [6], [7].

Scopul urmărit în această lucrare este să se găsească spectrul frecvenţelor absorbite şi intensităţile corespunzătoare lor, în cazul simplu al unui sistem de trei nuclei *) identici, de spin $\hbar/2$. Momentele magnetice de natură electronică sînt presupuse nule, pentru a scoate în evidenţă absorbţia de rezonanţă nucleară. Poziţiile nucleilor, determinate de interacţiunea lor cu electronii şi eventual cu alte nuclee din sistem sînt considerate cunoscute şi *variabile lent*, adică se lucrează într-o *aproximaţie adiabatică* [8], [9]. Cazul celor trei protoni ai atomilor de hidrogen din molecula de NH_3 poate constitui un astfel de exemplu. Vom considera deci poziţia nucleonilor dată şi vom exprima nivelele de energie în cîmp magnetic în funcţie de parametrii de poziţie ai nucleonilor.

Hamiltoniana sistemului în aceste condiţii va fi chiar hamiltoniana lui Van Vleck [6], conţinînd *termenul Zeeman, termenul dipolar şi termenul de schimb* **). Vom presupune energia Zeeman foarte mare faţă de energia dipolară şi energia de schimb. Vom calcula *nivelele staţionare* ale acestui sistem. În prezenţa cîmpului magnetic oscilant probabilităţile de tranziţie între aceste nivele vor fi proporţionale cu pătratele modulelor elementelor de matrice corespunzătoare ale matricei spinului total al sistemului, proiectat de direcţia cîmpului magnetic oscilant [6]. Dacă se alege axa Oz după direcţia lui $\mathcal{H}_0$, iar axa Ox după direcţia cîmpului oscilant, probabilitatea tranziţiei de la starea j la starea k, este deci proporţională cu $|S_{kj}^{(x)}|^2$, iar intensitatea energiei absorbite de frecvenţă corespunzătoare ν_{kj} este [11]

$$\frac{|\nu_{kj}|^2}{kT} \cdot |S_{kj}^{(x)}|^2, \tag{2}$$

unde k este constanta lui Boltzmann, T temperatura absolută a sistemului. Observăm însă că în cazul absorbţiei de *rezonanţă* frecvenţa ν_{kj} este apropiată de ν_0, abaterile fiind cu totul neglijabile faţă de valoarea lui ν_0. De aceea, la o anumită temperatură intensităţile de absorbţie sînt chiar proporţionale cu $|S_{kj}^{(x)}|^2$.

Probleme analoge cu aceea tratată în această lucrare au mai fost abordate. J. Eisenstein [12] a studiat comportarea unui sistem de doi spini în cîmp magnetic exterior. G. E. Pake [13] a făcut un cal-

*) Considerăm că fiecare nucleu are un singur nucleon (un proton).

**) De observat că termenul de schimb are în unele cazuri importanţă deşi, în general este mic faţă de termenul dipolar, datorită distanţei mari între nucleoni, faţă de dimensiunile unui nucleu [10]. Acest termen, care era considerat riguros nul de către Van Vleck [5], s-a dovedit ulterior că nu este riguros nul, deşi are o valoare, în general, mică faţă de termenul dipolar. El se datoreşte unei interacţiuni suplimentare, cu un caracter de supraschimb, care se exercită între nucleoni prin intermediul electronilor.

cul asemănător, însă, incomplet. E. R. Andrew și R. Bersohn [14], [15] au studiat și ei comportarea a trei spini în condiții de rezonanță, mărginindu-se la o primă evaluare a nivelelor și tranzițiilor, prin luarea în considerare numai a unei părți din energia dipolară. Mai tîrziu, R. B. Potts [16] a studiat o problemă de magnetizare pentru trei spini, dar în aproximația lui Ising, de aceea studiul lui nu are o legătură directă cu problema noastră. O notă aproximativă și incompletă a fost dată și pentru patru nucleoni [17]. S-au făcut și cîteva studii experimentale în problema a trei spini [18], [19], însă, numai prima lucrare indicată ne-a fost accesibilă.

2. NIVELELE ȘI PROBABILITĂȚILE DE TRANZIȚIE ÎNTR-O PRIMĂ APROXIMAȚIE

Pe baza celor expuse la punctul 1, hamiltoniana sistemului de trei spini în cîmpul exterior are următoarea formă :

$$H = \mathcal{H}_0 g\beta \sum_{j=1}^{3} S_j^{(z)} + \sum_{j<k} \widetilde{A}_{jk} \mathbf{S}_j \mathbf{S}_k + g^2\beta^2 \sum_{j<k} \left[r_{jk}^{-3} (\mathbf{S}_j \mathbf{S}_k) - 3 r_{jk}^{-3} (\mathbf{r}_{jk} \mathbf{S}_j)(\mathbf{r}_{jk} \mathbf{S}_k) \right] \quad (1)$$

unde $\mathbf{S}_j$ este operatorul spin al nucleului j, măsurat în unități $\hbar$, β este magnetonul nuclear, g este factorul giromagnetic, $\widetilde{A}_{jk}$ este integrala de schimb între nucleii j și k, iar $\mathbf{r}_{jk}$ este vectorul de poziție al nucleonului j în raport cu nucleonul k. Primul termen din (1) este termenul *Zeeman*, al doilea este termenul de *schimb*, iar al treilea reprezintă interacția *dipolară* a nucleilor. Pentru $\mathcal{H}_0$ de ordinul miilor de gauși, contribuțiile termenului dipolar și al celui de schimb sînt, după cum am mai spus, mici în raport cu contribuția termenului Zeeman.

Vom căuta întîi nivelele de energie corespunzătoare hamiltonianei (1), iar aplicarea cîmpului oscilant mic, de ordinul cîtorva gauși, o vom considera apoi ca pe o perturbație nestaționară ce va induce tranziții între nivele.

Diagonalizarea riguroasă a întregei hamiltoniane (1) ar impune rezolvarea unei ecuații algebrice de gradul 8, ceea ce ar putea duce la dificultăți de netrecut. Vom evita aceste dificultăți scriind hamiltoniana (1) ca sumă a doi termeni, dintre care unul este mic față de celălalt și diagonalizînd întîi numai termenul mare. Astfel, aflăm nivelele în primă aproximație. Ulterior vom calcula corecțiile la nivele date de termenul mic. Cu prima parte a problemei ne ocupăm la acest punct, cu a doua la punctul 3.

Alegerea unei reprezentări

Să alegem întîi o reprezentare în care să scriem matricele care apar în problema noastră, inclusiv hamiltoniana. În acest scop vom defini un sistem de vectori de bază. Poziția unui nucleon j, considerat punctual, este dată de vectorul lui de poziție $\mathbf{r}_j$. În acest fel funcția lui de undă de

poziție este o funcție delta. Pozițiile nucleonilor fiind cunoscute, ne vom ocupa numai de *funcția lor de spin.*

Avem trei nucleoni, deci trei vectori de poziție. În fiecare vîrf al celor trei vectori se găsește un singur nucleon. Conform principiului de indiscernabilitate nu putem spune care anume nucleon dintre cei trei nucleoni ai sistemului se găsește în locul $\mathbf{r}_j$. Însă dat fiind locul $\mathbf{r}_j$, putem vorbi despre spinul nucleonului care se găsește în acest loc. Proiecția acestui spin pe axa OZ poate lua numai două valori, $\pm \hbar/2$, sau mai simplu, $\pm \frac{1}{2}$ dacă măsurăm spinul în unități $\hbar$. În felul acesta se poate lucra cu operatorul $\mathbf{S}_j$ ca operator al spinului din locul $\mathbf{r}_j$. Acesta este sensul atribuit lui $\mathbf{S}_j$ în cele ce urmează. După cum acest spin are proiecția pe Oz, $+\frac{1}{2}$ sau $-\frac{1}{2}$, funcția de undă de spin corespunzătoare o vom nota cu ξ_j, respectiv η_j. Sistemul de funcții de undă de bază va fi atunci de forma

$$\begin{aligned} u_1 &= \xi_1\,\xi_2\,\xi_3,\ u_2 = \xi_1\,\xi_2\,\eta_3,\ u_3 = \xi_1\,\eta_2\,\xi_3,\ u_4 = \eta_1\,\xi_2\,\xi_3, \\ u_5 &= \xi_1\,\eta_2\,\eta_3,\ u_6 = \eta_1\,\xi_2\,\eta_3,\ u_7 = \eta_1\,\eta_2\,\xi_3,\ u_8 = \eta_1\,\eta_2\,\eta_3. \end{aligned} \tag{2}$$

Se observă că în starea u_1, respectiv u_8, sistemul celor trei spini are ca proiecție a spinului total pe Oz valoarea $+3/2$, respectiv $-3/2$, iar în stările u_2, u_3, u_4, respectiv u_5, u_6, u_7, proiecția spinului total pe Oz este $+1/2$, respectiv $-1/2$.

Cunoscînd regulile de operație ale matricelor de spin*) asupra funcțiilor ξ, η [20]

$$\begin{aligned} S_j^{(x)}\xi_j &= \frac{1}{2}\eta_j, & S_j^{(x)}\eta_j &= \frac{1}{2}\xi_j, \\ S_j^{(y)}\xi_j &= \mathrm{i}\frac{1}{2}\eta_j, & S_j^{(y)}\eta_j &= -\mathrm{i}\frac{1}{2}\xi_j, \\ S_j^{(z)}\xi_j &= \frac{1}{2}\xi_j, & S_j^{(z)}\eta_j &= -\frac{1}{2}\eta_j \end{aligned} \tag{3}$$

și regulile de ortogonalitate ale funcțiilor ξ_j, η_j, putem acum calcula imediat elementele de matrice ale matricelor de spin $\mathbf{S}_1$, $\mathbf{S}_2$, $\mathbf{S}_3$. Matricele pe care le vom obține în acest fel sînt de fapt matricele spinilor din cele *trei poziții* $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_3$ indiferent ce nucleon ocupă aceste poziții.

Am insistat asupra acestor amănunte, numai pentru o mai mare rigoare în exprimare. În fond am fi putut să dăm direct reprezentarea de bază (2). De fapt, chiar dacă am fi lucrat cu funcții complete de spin și poziție pentru cei trei nucleoni și totodată antisimetrizate cu o alegere convenabilă lor, s-ar fi obținut final aceleași rezultate.

Nu dăm aici calculul elementelor de matrice ale spinilor. Iată doar rezultatele :

*) Cu i s-a notat $\sqrt{-1}$.

pentru $\mathbf{S}_1$:

$$S_1^{(x)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0 \end{array}\right]; \quad S_1^{(y)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0&0&0&-i&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&-i&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&-i&0\\ i&0&0&0&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&0&0&0&-i\\ 0&i&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&i&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&i&0&0&0 \end{array}\right] \tag{4_1}$$

$$S_1^{(z)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&-1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&-1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&-1 \end{array}\right];$$

pentru $\mathbf{S}_2$:

$$S_2^{(x)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ \hline 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0 \end{array}\right]; \quad S_2^{(y)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0&0&-i&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&-i&0&0&0\\ i&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&-i&0\\ \hline 0&i&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&-i\\ 0&0&0&i&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&i&0&0 \end{array}\right]; \tag{4_2}$$

$$S_2^{(z)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&-1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&-1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&-1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&-1 \end{array}\right];$$

pentru S_3:

$$S_3^{(x)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ \hline 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&1&0 \end{array}\right]; \quad S_3^{(y)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 0&-i&0&0&0&0&0&0\\ i&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&-i&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&-i&0&0\\ \hline 0&0&i&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&i&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&-i\\ 0&0&0&0&0&0&i&0 \end{array}\right]$$

$$S_3^{(z)} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&-1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&-1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&-1 \end{array}\right] \tag{4$_3$}$$

Introducînd aceste expresii în hamiltoniana (1) a sistemului obţinem matricea hamiltoniană a sistemului, cu 8 linii şi 8 coloane.

Matricea hamiltoniană

Termenul Zeeman, pe care-l vom nota cu H_z, se scrie imediat

$$H_z = Z\left[\begin{array}{cccc|cccc} 3&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0\\ \hline 0&0&0&0&-1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&-1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&-3 \end{array}\right], \tag{5}$$

unde am notat

$$Z = \frac{1}{2}\mathcal{H}_0 g\beta \tag{5'}$$

Se vede că în reprezentarea (2) acest termen este *diagonal*. Se obţin astfel patru nivele distincte, corespunzătoare lui $S_z = +3/2, +1/2, -1/2$ şi $-3/2$ *). Nivelele corespunzătoare lui $S_z = +1/2$ şi $S_z = -1/2$ sînt

*) S_z este numărul cuantic al proiecţiei spinului total pe Oz.

triplu degenerate. Termenul Zeeman este termenul cel mai important din hamiltoniană, după cum arată imediat un calcul numeric (vezi, B l o c h [3]). Termenul cel mai mic este cel de schimb, iar cel dipolar are o valoare intermediară. De aceea, pentru a ridica degenerarea ne vom fixa deocamdată atenția axupra termenului dipolar. Pentru a ridica degenerarea nivelului cu $S_z = +1/2$, respectiv cu $S_z = -1/2$, va trebui să considerăm însă numai elementele de matrice ale termenului dipolar între stări care au un același S_z și anume, S_z al nivelului degenerat respectiv. Astfel, pentru termenul corespunzător lui $S_z = +1/2$, de valoare Z din (5) va trebui să considerăm numai elementele de matrice între stări cu $S_z = +1/2$. În mod analog pentru termenul Zeeman corespunzător lui $S_z = -1/2$. Dar aceste elemente formează două trepte în hamiltoniana dipolară. Vom lucra mai departe cu o hamiltoniană H^0, conținînd termenul Zeeman și aceste trepte din termenul dipolar, lăsînd la o parte toate celelalte elemente. Hamiltoniana H^0 ia forma

$$H^\circ = \begin{bmatrix} 3Z + v_1 + v_2 + v_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z + v_3 - v_1 - v_2 & -v_1 & -v_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_1 & Z + v_2 - v_1 - v_3 & -v_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_2 & -v_3 & Z + v_1 - v_2 - v_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Z + v_1 - v_2 - v_3 & -v_3 & -v_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -v_3 & -Z + v_2 - v_1 - v_3 & -v_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -v_2 & -v_1 & -Z + v_3 - v_2 - v_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3Z + v_1 + v_2 + v_3 \end{bmatrix} \tag{6}$$

unde

$$v_i = D_{jk}(1 - 3\gamma_{jk}^2) \tag{6'}$$

pentru orice $i, j, k \neq$ și aparținînd șirului 1, 2, 3, γ_{jk} este cosinusul director al direcției r_{jk} față de Oz, iar

$$D_{jk} = \frac{1}{4} g^2 \beta^2 r_{jk}^{-3} \tag{6''}$$

Aceasta este hamiltoniana de ordinul zero cu care vom lucra, iar restul hamiltonianei îl vom nota cu H^1, astfel încît

$$H = H^\circ + H^1 \tag{7}$$

H^1 va fi considerat ca o *perturbație* la H^0. El va conține termenul de schimb H^{1sc} și elementele din termenul dipolar H^{1dp}, între stări între care S_z variază cu una sau două unități, adică vom putea scrie

$$H^1 = H^{1sc} + H^{1dp} \tag{7'}$$

Expresia lui H^{1sc} este

$$H^{1sc}=\left[\begin{array}{c|ccc|ccc|c} s_1+s_2+s_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & s_3-s_1-s_2 & 2s_1 & 2s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2s_1 & s_2-s_3-s_1 & 2s_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2s_2 & 2s_3 & s_1-s_2-s_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & s_1-s_2-s_3 & 2s_3 & 2s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2s_3 & s_2-s_3-s_1 & 2s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2s_2 & 2s_1 & s_3-s_1-s_2 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_1+s_2+s_3 \end{array}\right] \tag{8}$$

unde

$$s_i = \frac{1}{4}\,\widetilde{A}_{jk} \tag{8'}$$

cu $i, j, k \neq$ şi aparţinînd şirului 1, 2, 3, iar expresia lui H^{1dp} este

unde

$$-3D_{jk} = d_i,\ \alpha_{jk} = \alpha_i,\ \beta_{jk} = \beta_i,\ \gamma_{jk} = \gamma_i \tag{9'}$$

cu $i, j, k \neq$ şi aparţinînd şirului 1, 2, 3, α_{jk}, β_{jk}, γ_{jk} fiind cosinusurile directoare ale lui $\mathbf{r}_{jk}$.

$$H^{1dp} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c}
0 & d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 + & d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 + & d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 + & d_1(\alpha_1^2 - \beta_1^2 - & d_2(\alpha_2^2 - \beta_2^2 - & d_3(\alpha_2^2 - \beta_3^2 - & 0 \\
 & + d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 & + d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 & + d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 & - 2\,i\alpha_1\,\beta_1) & - 2\,i\alpha_2\,\beta_2) & - 2\,i\alpha_3\,\beta_3) & \\
\hline
d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 + & 0 & 0 & 0 & - d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 + & - d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 + & 0 & d_3(\alpha_3^2 - \beta_3^2 - \\
+ d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 & & & & + d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 & + d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 & & - 2i\alpha_3\beta_3) \\
\hline
d_1(\alpha_2 + i\beta_1)\gamma_1 + & 0 & 0 & 0 & - d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 + & 0 & d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 - & d_2(\alpha_2^2 - \beta_2^2 - \\
+ d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & & & & + d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 & & - d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 & - 2i\alpha_2\beta_2) \\
\hline
d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 + & 0 & 0 & 0 & 0 & d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 - & d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 - & d_1(\alpha_1^2 - \beta_1^2 - \\
+ d_3\,(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & & & & & - d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 & - d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 & - 2i\alpha_1\beta_1) \\
\hline
d_1(\alpha_1^2 - \beta_1^2 + & - d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 + & - d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 + & 0 & 0 & 0 & 0 & - d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 - \\
+ 2i\alpha_1\beta_1) & + d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & + d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & & & & & - d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 \\
\hline
d_2(\alpha_2^2 - \beta_2^2 + & - d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 + & 0 & d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 - & 0 & 0 & 0 & - d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 - \\
+ 2\,i\alpha_2\beta_2) & + d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 & & - d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & & & & - d_3(\alpha_3 - i\beta_3)\gamma_3 \\
\hline
d_3(\alpha_3^2 - \beta_3^2 + & 0 & d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 - & d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 - & 0 & 0 & 0 & - d_1(\alpha_1 - i\beta_1)\gamma_1 - \\
+ 2i\alpha_3\beta_3) & & - d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 & - d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & & & & - d_2(\alpha_2 - i\beta_2)\gamma_2 \\
\hline
0 & d_1(\alpha_1^2 - \beta_1^2 + & d_2(\alpha_2^2 - \beta_2^2 + & d_3(\alpha_3^2 - \beta_3^2 + & - d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 - & - d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 - & - d_1(\alpha_1 + i\beta_1)\gamma_1 - & 0 \\
 & + 2i\alpha_1\beta_1) & + 2i\alpha_2\beta_2) & + 2i\alpha_3\beta_3) & - d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & - d_3(\alpha_3 + i\beta_3)\gamma_3 & - d_2(\alpha_2 + i\beta_2)\gamma_2 &
\end{array}\right] \qquad (9)$$

În acest capitol vom diagonaliza termenul H° *), operație relativ simplă, prin care degenerarea nivelelor Zeeman va fi înlăturată. La punctul 3 ne vom ocupa de termenul H^1 calculînd prin metodele teoriei *perturbațiilor staționare* corecțiile pe care acest termen le aduce la nivelele calculate în acest paragraf.

Diagonalizarea lui H^0 și matricea unitară de diagonalizare

Matricea hamiltoniană H°, dată de (6), este formată din 4 trepte, dintre care două numai de cîte un element, iar celelalte două cu 3 linii și 3 coloane. Diagonalizarea acestei matrici revine la rezolvarea unor ecuații seculare de gradul trei cel mult. Fiecare treaptă se diagonalizează separat. De fapt trebuie diagonalizate numai cele două trepte cu 3 linii și 3 coloane, iar dacă am diagonalizat una dintre acestea, cealaltă se diagonalizează la fel.

Pentru prima treaptă de 3 linii și 3 coloane trebuie rezolvată următoarea ecuație seculară

$$\begin{vmatrix} v_3 - v_1 - v_2 - x & -v_1 & -v_2 \\ -v_1 & v_2 - v_1 - v_3 - x & -v_3 \\ -v_2 & -v_3 & v_1 - v_2 - v_3 - x \end{vmatrix} = 0 \qquad (10)$$

unde $x = E - Z$, E fiind valoarea proprie căutată.

Efectuînd calculul determinantului se obține ecuația

$$x\{x^2 + (v_1 + v_2 + v_3)x + 2[(v_1 v_2 + v_1 v_3 + v_2 v_3) - (v_1^2 + v_2^2 + v_3^2)]\} = 0, \qquad (11)$$

adică termenul liber dispare.

Soluțiile ecuației (11) sînt

$$x = 0, \quad x = a + b, \quad x = a - b, \qquad (12)$$

unde

$$a = -\frac{1}{2}\sum_i v_i, \quad b = \frac{3}{2}\sqrt{\sum_i v_i^2 - \frac{2}{3}\sum_{i<j} v_i v_j}. \qquad (12')$$

Notînd și

$$q^2 = 2\left[\sum_i v_i^2 - \sum_{i<j} v_i v_j\right] = b^2 - a^2 \qquad (12'')$$

---

*) Acest termen este tocmai acela cu care lucrează Van Vleck [5]. De asemenea, H^{1dp} este tocmai termenul din parantezele groase ale lui Van Vleck [6] pe care acesta îl lasă la o parte.

se observă că se poate scrie

$$b = \sqrt{a^2 + q^2} \quad \text{și} \quad 3a^2 + b^2 = 3\sum_i v_i^2$$

adică întotdeauna $b > |a|$.

Putem scrie acum matricea H° în acea reprezentare în care ea este diagonală. Elementele diagonale pot fi scrise în ordinea următoare :

$$E_1 = 3Z - 2a, E_2 = Z, E_3 = Z + a + b, E_4 = Z + a - b,$$
$$E_5 = -Z + a - b, E_6 = -Z + a + b, E_7 = -Z, E_8 = -3Z - 2a. \tag{13}$$

Notînd matricea H° diagonalizată cu $H^{\circ\delta}$ putem căuta transformarea unitară U care realizează diagonalizarea dorită, astfel încît să putem scrie

$$H^{\circ\delta} = UHU^{-1}$$

Calculul duce la următoarea expresie pentru U (a se vedea anexa) :

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{v_1 - v_2}{q} & \frac{v_3 - v_1}{q} & \frac{v_2 - v_3}{q} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_3\right)}{\sqrt{2b(b+a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_2\right)}{\sqrt{2b(b+a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_1\right)}{\sqrt{2b(b+a)}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_3\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_2\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_1\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_1\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_2\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_3\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_1\right)}{\sqrt{2b(b+a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_2\right)}{\sqrt{2b(b+a)}} & \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_3\right)}{\sqrt{2b(b+a)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{v_2 - v_3}{q} & \frac{v_3 - v_1}{q} & \frac{v_1 - v_2}{q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14$$

În cele ce urmează pentru a simplifica scrierea vom folosi următoarele notații:

$$P_i = \frac{v_j - v_k}{q} \tag{15$_1$}$$

cu $i, j, k \neq$ și luați în ordinea 1, 2, 3, de asemenea

$$M_i = \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_i\right)}{\sqrt{2b(b+a)}}, \tag{15$_2$}$$

$$N_i = \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_i\right)}{\sqrt{2b(b-a)}}, \tag{15$_3$}$$

unde i este 1, 2 sau 3. Vom introduce de asemenea și vectorii simbolici $\mathbf{P}(P_1, P_2, P_3)$, $\mathbf{M}(M_1, M_2, M_3)$, $\mathbf{N}(N_1, N_2, N_3)$ și care satisfac relația $\mathbf{P} = \mathbf{M} \times \mathbf{N}$ și alte două relații similare. Am putea bineînțeles să scriem și funcțiile proprii ale lui H°. Acest lucru nu-l vom face însă aici. Vom observa numai că în stările 1 și 8, S_z este $+3/2$, respectiv $-3/2$, iar în stările 2, 3, 4, și 5, 6, 7 este $+1/2$, respectiv $-1/2$.

Probabilitățile de tranziție

Va trebui, conform cu cele expuse la punctul 1, să scriem matricea $S^{(x)} = \sum_i S_i^{(x)}$ în noua reprezentare în care H° este diagonală. Cu ajutorul formulelor (4) se obține mai întîi în vechea reprezentare

$$2S^{(x)} = \left[\begin{array}{cccc:cccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hdashline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \tag{16}$$

Pentru a scrie matricea $S^{(x)}$ în noua reprezentare, în care H° este diagonală, va trebui să găsim matricea $US^{(x)}U^{-1}$ pe care o vom nota $S^{(x)\delta}$.

Rezultatul obținut (anexa 1) este

Acum vom putea citi imediat probabilitatea de tranziție din starea j în starea k și ea va fi de forma

$$p_{j\to k} = p\,|\,2S_{kj}^{(x)}\,|^2 \tag{18}$$

unde $S^{(x)}$ se înlocuiește cu $S^{(x)\delta}$, iar p este o constantă, aceeași indiferent de k și j. Intensitățile, pe baza celor expuse la punctul 1, vor fi și ele proporționale cu $p_{j\to k}$ *). În acest fel vom putea vorbi tot așa de bine de intensități de absorbție cît și de probabilități de tranziție.

Expresiile diferitelor probabilități vor fi date la punctul 4.

Deocamdată remarcăm că am obținut tranziții numai între stări pentru care $\Delta S_z = \pm 1$. Totuși, nu orice tranziție cu $\Delta S_z = \pm 1$ este permisă. Am însemnat cu *zero subliniat* tranzițiile interzise și avînd $\Delta S_z = \pm 1$ (în (17)).

*) Evident $p_{j\to k} = p_{k\to j}$, deci probabilitatea de tranziție a sistemului de nucleoni din starea j în starea k este aceeași cu probabilitatea de tranziție din starea k în starea j. Dacă avem însă un colectiv de asemenea sisteme, distribuite Boltzman pe nivele, pe plan macroscopic va apare o absorbție netă de energie, intensitățile (vezi punctul 1, relația (2)) fiind practic-proporționale cu $p_{j\to k}$.

$$2S^{(\varkappa)\delta} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c}
0 & \underline{0} & \sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b+a}{b}} & -\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b-a}{b}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & \underline{0} & \underline{0} & -1 & 0 \\
\hline
\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b+a}{b}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2b}\sqrt{b^2-a^2} & \frac{b+3a}{2b} & \underline{0} & 0 \\
\hline
-\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b-a}{b}} & 0 & 0 & 0 & \frac{b-3a}{2b} & -\frac{3}{2b}\sqrt{b^2-a^2} & \underline{0} & 0 \\
\hline
0 & \underline{0} & -\frac{3}{2b}\sqrt{b^2-a^2} & \frac{b-3a}{2b} & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b-a}{b}} \\
\hline
0 & \underline{0} & \frac{b+3a}{2b} & -\frac{3}{2b}\sqrt{b^2-a^2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b+a}{b}} \\
\hline
0 & -1 & \underline{0} & \underline{0} & 0 & 0 & 0 & \underline{0} \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b-a}{b}} & \sqrt{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b+a}{b}} & \underline{0} & 0
\end{array}\right] \quad (\;$$

Mai observăm că punînd condiția ca :

$$\sum_{j>k} p_{k\to j} = 1$$

se obține pentru p valoarea

$$p = \frac{1}{12}. \tag{18'}$$

Această valoare a lui p o vom păstra și la punctul 3, deoarece corecțiile pe care le vom obține la probabilitățile de tranziție sînt mici.

Matricea H^{1sc} și H^{1dp} în noua reprezentare

Trecerea de la vechea reprezentare, la noua reprezentare, pe care o însemnăm și aici cu un δ se face cu ajutorul matricei U, după regula $H^{1\delta} = UH^1U^{-1}$. Aici $H^1 = H^{1sc} + H^{1dp}$, unde H^{1sc}, H^{1dp} sînt dați de expresiile (8) și (9) respectiv. Expresiile matricelor H^{1sc} și H^{1dp} în noua reprezentare sînt foarte complicate.

Pentru a simplifica scrisul lui $(H^{1sc})^\delta$ vom introduce următoarele notații :

$$g_i^A = -1 + 2A_i^2 + 4A_jA_k \tag{19}$$

$$g_i^{A,B} = A_iB_i - A_jB_j - A_k'B_k' + 2(A_jB_k' + A_k'B_j) \tag{19'}$$

cu $i, j, k \neq$ și $i = 1, 2$ sau 3 $A \neq B$ și $A, B = P, M$ sau N.

Cu aceste notații $(H^{1sc})^\delta$ se va scrie astfel :

De asemenea $(H^{1dp})^{\delta}$ este foarte complicat de scris. Vom introduce următoarele notaţii :

$$m_i = d_j\,(\alpha_i - \mathrm{i}\beta_j)\,\gamma_j + d_k^{\cdot}\,(\alpha_k^{\cdot} - \mathrm{i}\beta_k)\,\gamma_k \qquad (21_1)$$

$$n_i = d_i\,(\alpha_i^2 - \beta_i^2 - 2\,\mathrm{i}\,\alpha_i\,\beta_i) \qquad (21_2)$$

$$q_i = d_j\,(\alpha_j - \mathrm{i}\,\beta_j)\,\gamma_j + d_k\,(\alpha_k - \mathrm{i}\,\beta_k)\,\gamma_k^{\cdot} \qquad (21_3)$$

cu $i,\ j,\ k \neq$ şi în ordinea ciclică 1, 2, 3.

Acum putem introduce şi vectorii simbolici $\mathbf{m}\ (m_1\ m_2,\ m_3)$, $\mathbf{n}\ (n_1,\ n_2,\ n_3)$ $\mathbf{q}\ (q_1,\ q_2,\ q_3)$. Cu ajutorul acestor notaţii (H^{1dp}) se poate scrie astfel *) :

$$(H^{1dp})^{\delta} = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c} 0 & m_P & m_M & m_N & n_N & n_M & n_P & 0 \\ \hline m_P^{*} & 0 & 0 & 0 & q_M & -q_N & 0 & n_P \\ \hline m_M^{*} & 0 & 0 & 0 & -q_P & 0 & q_N & n_M \\ \hline m_N^{*} & 0 & 0 & 0 & 0 & q_P & -q_M & n_N \\ \hline n_N^{*} & q_M^{*} & -q_N^{*} & 0 & 0 & 0 & 0 & -m_N \\ \hline n_M^{*} & -q_P^{*} & 0 & q_N^{*} & 0 & 0 & 0 & -m_M \\ \hline n_P^{*} & 0 & q_P^{*} & -q_M^{*} & 0 & 0 & 0 & -m_P \\ \hline 0 & n_P^{*} & n_M^{*} & n_N^{*} & -m_N^{*} & -m_M^{*} & -m_P^{*} & 0 \end{array}\right] \qquad (22)$$

Remarcăm că matricea $(H^{1dp})^{\delta}$ continuă să nu aibă elemente pentru $\Delta S_z = 0$. Ea continuă să aibă goale tocmai acele trepte care au fost pline în H°.

O dată aceste operaţii terminate, putem să trecem la găsirea corecţiilor la nivelele de energie calculate mai sus, cît şi a corecţiilor la probabilităţile de tranziţie.

*) Am notat cu m_N produsul scalar $\mathbf{mN}$, analog şi pentru celelalte. Am folosit proprietatea $\mathbf{P} = \mathbf{M} \times \mathbf{N}$ cît şi similarele.

3. VALORILE CORECTATE ALE NIVELELOR ȘI PROBABILITĂȚILOR DE TRANZIȚIE

Pentru a face acest lucru, după cum am spus de la început, vom folosi rezultatele teoriei perturbațiilor staționare [20]. Matricea perturbației este $H^{1\delta}$. Degenerarea nivelelor a fost ridicată încă la punctul 2.

Matricea $H^{1\delta}$ va avea rolul să perturbe puțin nivelele obținute la punctul 2, formula (13). Se va verifica că într-adevăr perturbația adusă de H^1 este mică.

Nivelele corectate

Nivelele obținute la punctul 2, relațiile (13), le vom nota cu $E_i^{(0)}$, iar perturbațiile de ordinul întîi și doi le vom nota respectiv cu $E_i^{(1)}$ și $E_i^{(2)}$. Conform teoriei perturbației

$$E_i^{(1)} = (H^{1\delta})_{ii}, \tag{1}$$

$$E_i^{(2)} = \sum_j \frac{(H^{1\delta})_{ij}\,(H^{1\delta})_{ji}}{E_i^{(0)} - E_j^{(0)}}. \tag{2}$$

Observăm că $(H^{1dp})^\delta$ nu are elemente diagonale. Din această cauză în loc de (1) se poate scrie

$$E_i^{(1)} = [\,(H^{1sc})^\delta\,]_{ii}. \tag{1'}$$

Pe de altă parte corecția de schimb este în orice caz mică. Ne putem mărgini deci la *perturbația de schimb de ordinul întîi* pentru nivelele de energie, ceea ce revine la lăsarea neschimbată a funcțiilor de undă proprii. Pentru *corecția dipolară* trebuie însă neapărat să recurgem la expresia (2), căci corecția de ordinul întîi, după cum am văzut, este nulă. Vom scrie deci

$$E_i^{(2)} = \sum_j \frac{(H^{1dp})^\delta_{ij}\,(H^{1dp})^\delta_{ji}}{E_i^{(0)} - E_j^{(0)}}. \tag{2'}$$

Combinînd expresiile date la punctul 2, formula (13), cu (1'), (2') și folosindu-ne de expresiile (20) și (22) de la punctul 2, pentru matricele în reprezentarea H° diagonal, obținem pentru nivele *) următoarele ex-

*) Observăm că la numitor în (2') am exprimat peste tot $E_i^{(0)} - E_j^{(0)}$ ca simpla diferență a nivelelor Zeeman, ceea ce este perfect justificat în aproximația noastră.

presii :

$$E_1 = 3Z + \sum_i v_i + \sum_i s_j + \frac{1}{2Z}\left[|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right]$$

$$E_2 = Z + \sum_i s_i g_i^P + \frac{1}{2Z} f^P$$

$$E_3 = Z + a + b + \sum_i s_j g_i^M + \frac{1}{2Z} f^M$$

$$E_4 = Z + a - b + \sum_i s_i g_i^N + \frac{1}{2Z} f^N \qquad (3)$$

$$E_5 = -Z + a - b + \sum_i s_i g_i^N - \frac{1}{2Z} f^N$$

$$E_6 = -Z + a + b + \sum_i s_i g_i^M - \frac{1}{2Z} f^M$$

$$E_7 = -Z + \sum_i s_i g_i^P - \frac{1}{2Z} f^P$$

$$E_8 = -3Z + \sum_i v_i + \sum_i s_i - \frac{1}{2Z}\left[|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right]$$

unde

$$f^A = |\mathbf{q}|^2 - |m_A|^2 - |q_A|^2 + \frac{1}{2}|n_A|^2 \qquad (3')$$

A fiind P, M sau N.

În expresia (3) s-au făcut notaţiile introduse la punctul precedent. Se vede în mod clar că fiecare nivel este dat de 3 termeni. *Primul termen* este deplasarea Zeeman. El se caracterizează prin prezenţa lui Z la puterea întîia. *Al doilea termen* este prima corecţie adusă de interacţiunea dipolară. Ea înlătură degenerarea pentru cele două nivele Zeeman degenerate. Acest termen conţine pe Z la puterea zero *).

În sfîrşit, *al treilea termen* este compus dintr-o parte de schimb, în orice caz mică faţă de al doilea termen şi o parte dipolară care este de asemenea mică faţă de al doilea termen, căci conţine pe Z la puterea minus unu. Acest al treilea termen reprezintă o corecţie la nivelele E_i şi-l vom nota cu c_i.

*) A se vedea şi lucrarea lui Andrew şi Bersohn [13] unde au fost daţi numai aceşti doi termeni.

Corectarea expresiei lui $S^{(x)\delta}$

În teoria perturbațiilor staționare există o teoremă [21] care spune că valoarea medie a hamiltonianei în starea dată de funcția de undă calculată în aproximația a n-a *) este egală cu valoarea energiei calculată în aproximația $n+1$. Acest rezultat este valabil pentru cazul nivelelor nedegenerate. Or, noi mergem cu calculul nivelelor pînă la aproximația a doua pentru perturbația dipolară. Va trebui deci să găsim corecțiile la funcțiile de undă în aproximația întîia. Noile funcții de undă ψ_i' vor fi date de expresiile

$$\psi_i' = \psi_i + \sum_{j \neq i} c_{ij}\, \psi_j, \tag{4}$$

unde

$$c_{ij} = \frac{H_{ji}^{1\delta}}{E_i^{(0)} - E_j^{(0)}}. \tag{5}$$

Pe baza faptului că în privința perturbației de schimb ne mărginim la aproximația de ordinul întîi pentru nivele, și numai pentru termenul dipolar calculăm perturbația de ordinul doi, vom mai putea scrie

$$c_{ij} = \frac{(H^{1dp})_{ji}^{\delta}}{E_i^{(0)} - E_j^{(0)}}. \tag{5'}$$

Să observăm că datorită faptului că H^{1dp} nu comută cu matricea $S^{(z)}$ a spinului total proiectată pe Oz noile funcții ψ_i' nu vor mai fi riguros proprii pentru $S^{(z)}$. Totuși, cum c_{ij} sînt foarte mici față de unitate, de ordinul D/Z, noile funcții rămîn practic proprii pentru $S^{(z)}$ și le vom putea caracteriza și mai departe fără a greși prin numărul cuantic S_z. Dar funcțiile ψ_i' le corespund stările cu energiile de la (3). Astfel nivelul 1 și 8 va corespunde practic în continuare lui $S_z = +3/2$, respectiv $S_z = -3/2$, iar nivelele 2, 3, 4 și 5, 6,7 vor fi caracterizate mai departe de $S_z = +1/2$, respectiv $S_z = -1/2$ și vom putea vorbi de tranziții cu $\Delta S_z = 0, \pm 1$, sau ± 2. De această observație va trebui să ținem seama la punctul 4.

Să mai observăm că funcțiile (4) nu sînt normate. Normarea ar fi absolut obligatorie pentru a obține ca valori medii în stările ψ_i' expresiile (3)pentru energie și anume pentru a obține corect corecția de ordinul doi. În cele ce urmează nu ne vom preocupa însă de acest lucru, ci vom urmări să scriem matricea $S^{(x)}$ în noua reprezentare, dată de (4). Vom putea în acest caz să ne dispensăm, într-o primă aproximație, de normarea funcțiilor (4). Fie c matricea coeficienților c_{ij}. Atunci $U = 1 + c$ reprezintă trans-

*) Această funcție trebuie totodată să fie normată, ceea ce necesită o operație în plus față de calculul obișnuit din teoria perturbațiilor.

formarea ce ne duce de la ψ_i la ψ'_i. Se poate verifica că $(1+c)^{-1} = 1 + c^+ = 1 - c$. În felul acesta matricea U este unitară, pînă la o corecție $-c \cdot c$. În noua reprezentare matricea $S^{(x)}$ se va scrie :

$$(1+c)\, S^{(x)\delta}\, (1+c)^{-1} = S^{(x)\delta} + cS^{(x)\delta} - S^{(x)\delta}\, c \tag{6}$$

unde $S^{(x)\delta}$ este matricea $S^{(x)}$ în reprezentarea H^0 diagonală, pe care am dat-o la punctul 2, relația (17). Pe baza lui (5′) matricea c are expresia *)

$$c = \frac{1}{2Z} \begin{bmatrix} 0 & m_P^* & m_M^* & m_N^* & \frac{1}{2} n_N^* & \frac{1}{2} n_M^* & \frac{1}{2} n_P^* & 0 \\ -m_P & 0 & 0 & 0 & q_M^* & -q_N^* & 0 & \frac{1}{2} n_P^* \\ -m_M & 0 & 0 & 0 & -q_P^* & 0 & q_N^* & \frac{1}{2} n_M^* \\ -m_N & 0 & 0 & 0 & 0 & q_P^* & -q_M^* & \frac{1}{2} n_N^* \\ -\frac{1}{2} n_N & -q_M & q_P & 0 & 0 & 0 & 0 & -m_N^* \\ -\frac{1}{2} n_M & q_N & 0 & -q_P & 0 & 0 & 0 & -m_M^* \\ -\frac{1}{2} n_P & 0 & -q_N & q_M & 0 & 0 & 0 & -m_P^* \\ 0 & -\frac{1}{2} n_P & -\frac{1}{2} n_M & -\frac{1}{2} n_N & m_N & m_M & m_P & 0 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Se vede că în noua reprezentare $S^{(x)}$ va fi de forma

$$S^{(x)\delta} + S^{(x)\delta}_{\text{corecție}} \tag{8}$$

unde

$$S^{(x)\delta}_{\text{corecție}} = cS^{(x)\delta} - S^{(x)\delta}\, c \tag{8'}$$

și are pe Z la numitor. Vom face următoarele notații simplificatoare

$$\beta = \sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{b+a}{b}}, \quad \breve{\beta} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{b-a}{b}}, \quad \alpha = \frac{b+3a}{2b},$$

$$\breve{\alpha} = \frac{b-3a}{2b}, \quad \gamma = -\frac{3}{2b} \sqrt{b^2 - a^2} \tag{9}$$

*) Cu aproximația de la relația (3) (vezi nota din josul paginii 281).

$$2S^{(x)\delta}_{\text{corectie}} = \frac{1}{2Z}$$

$$\begin{vmatrix}
(m_M + m_M^*)\beta + & -\frac{1}{2}n_P^* & \frac{1}{2}n_N^*\gamma + \frac{1}{2}n_M^*\alpha & \frac{1}{2}n_N^*\bar{\alpha} + \frac{1}{2}n_M^*\gamma & m_M^*\gamma + m_N^*\bar{\alpha} + & m_M^*\alpha + m_N^*\gamma - & -m_P^* - q_N^*\beta + & 0 \\
+ (m_N + m_N^*)\bar{\beta} & & & & + q_P^*\beta & - q_P^*\bar{\beta} & + q_M^*\bar{\beta} & \\
-\frac{1}{2}n_P & 0 & -m_P\beta + q_M^*\gamma - & -m_P\bar{\beta} + q_M^*\bar{\alpha} - & \frac{1}{2}n_P^*\bar{\beta} & \frac{1}{2}n_P^*\beta & 0 & q_M^*\bar{\beta} - q_N^*\beta - m_P^* \\
 & & - q_N^*\alpha - q_N & - q_N^*\gamma + q_M & & & & \\
\frac{1}{2}n_N\gamma + \frac{1}{2}n_M\alpha & -m_P^*\beta + q_M\gamma - & -(m_M + m_M^*)\beta - & -m_M\bar{\beta} - q_P^*\bar{\alpha} - & 0 & 0 & -\frac{1}{2}n_P^*\beta & -q_P^*\bar{\beta} + m_N^*\gamma + \\
 & q_N\alpha - q_N^* & - (q_P + q_P^*)\gamma & - m_N^*\beta + q_P\alpha & & & & + m_M^*\alpha \\
\frac{1}{2}n_N\bar{\alpha} + \frac{1}{2}n_M\gamma & -m_P^*\bar{\beta} + q_M\bar{\alpha} - & -m_M^*\bar{\beta} - q_P\bar{\alpha} - & -(m_N + m_N^*)\bar{\beta} + & 0 & 0 & -\frac{1}{2}n_P^*\bar{\beta} & q_P^*\beta + m_N^*\alpha + \\
 & - q_N\gamma + q_M^* & - m_N\beta + q_P^*\alpha & + (q_P + q_P^*)\gamma & & & & + m_M^*\gamma \\
m_M\gamma + m_N\bar{\alpha} + & \frac{1}{2}n_P\bar{\beta} & 0 & 0 & -(m_N + m_N^*)\bar{\beta} + & -m_M\bar{\beta} - q_P^*\bar{\alpha} - & -m_P\bar{\beta} + q_M^*\bar{\alpha} - & -\frac{1}{2}m_M^*\gamma - \frac{1}{2}n_N^*\bar{\alpha} \\
+ q_P\beta & & & & + (q_P + q_P^*)\gamma & - m_N^*\beta + q_P\alpha & - q_N^*\gamma + q_M & \\
m_M\alpha + m_N\gamma - & \frac{1}{2}n_P\beta & 0 & 0 & -m_M^*\bar{\beta} - q_P\bar{\alpha} - & (m_M + m_M^*)\beta - & -m_P\beta + q_M^*\gamma - & -\frac{1}{2}n_M^*\alpha - \frac{1}{2}n_N^*\gamma \\
- q_P\bar{\beta} & & & & m_N\beta + q_P^*\alpha & - (q_P + q_P^*)\gamma & - q_N^*\alpha - q_N & \\
-m_P - q_N\beta + & 0 & -\frac{1}{2}n_P\beta & -\frac{1}{2}n_P\bar{\beta} & -m_P^*\bar{\beta} + q_M\bar{\alpha} - & -m_P^*\beta + q_M\gamma - & 0 & \frac{1}{2}n_P \\
+ q_M\bar{\beta} & & & & - q_N\gamma + q_M^* & - q_N\alpha - q_N^* & & \\
0 & -m_P + q_M\bar{\beta} - q_N\beta & m_N\gamma + m_M\alpha - & m_N\bar{\alpha} + m_M\gamma + q_P\beta & -\frac{1}{2}n_Mq - \frac{1}{2}n_N\bar{\alpha} & -\frac{1}{2}n_M\alpha - \frac{1}{2}n_M\gamma & \frac{1}{2}n_P & (m_M + m_M^*)\beta + \\
 & & - q_P\bar{\beta} & & & & & + (m_N + m_N^*)\bar{\beta}
\end{vmatrix} \qquad (10)$$

Cu ajutorul acestor notații se poate scrie pentru $S^{(x)}_{\text{corecție}}$ expresia

Această corecție trebuie adăugată lui $S^{(x)\delta}$ din relația (17), punctul 2, pentru a obține întregul $S^{(x)}$ în noua aproximație. Remarcăm că tranzițiile interzise, cu $\Delta S_z = \pm 1$ devin permise, dar cu o probabilitate în $(D/Z)^2$, deci foarte mică. Discuția rezultatelor o vom face la punctul următor.

4. FRECVENȚELE ȘI INTENSITĂȚILE LOR

În cele de mai sus am calculat nivelele corectate ale sistemului de trei nucleoni, ținînd seama de perturbația produsă, de termenul de schimb al hamiltonianei și de partea din termenul dipolar, lăsată la o parte în hamiltoniana neperturbată. De asemenea am corectat expresia lui $S^{(x)}$, ținînd seama în primă aproximație de funcțiile de undă perturbate.

Folosind expresiile nivelelor de la punctul 3 (relațiile (3)) și ale lui $S^{(x)}$ de la punctul 2 (relația (17)) și tot de la punctul 3, relația (10) putem întocmi un tabel final cu frecvențele permise și cu probabilitățile, respectiv intensitățile de absorbție sau de emisie a lor (pentru probabilități folosim formula (18) și (18′) de la punctul 2, dar cu $S^{(x)}$ dat de relația (8) de la punctul 3).

Să remarcăm că folosind expresiile necorectate ale nivelelor și formula (17) de la punctul 2 pentru $S^{(x)}$, se obțin tranziții numai pentru $\Delta S_z = \pm 1$. Tranzițiile cu $\Delta S_z = \pm 1$ au frecvențe foarte apropiate de frecvența Larmor ν_0, dată în formula (1) (punctul 1). În felul acesta se obține o *structură fină a curbei de absorbție*, pentru frecvențele în jurul frecvenței Larmor.

Folosind însă expresia corectată pentru $S^{(x)}$(relația(8) dată la punctul 3) devin permise tranziții și cu $\Delta S_z = 0, \pm 2$ *), la care corespund frecvențe depărtate de frecvența Larmor, și anume pentru $\Delta S_z = 0$, frecvențe foarte mici față de frecvența Larmor, iar pentru $\Delta S_z = \pm 2$ frecvențe apropiate de dublul frecvenței Larmor. Aceste frecvențe apar însă cu o *intensitate foarte mică*, de ordinul $(D/Z)^2$, față de intensitatea liniilor puternice. În plus, tranzițiile cu $\Delta S_z = 0$ și $\Delta S_z = \pm 2$ nu modifică forma curbei de absorbție în apropierea frecvenței Larmor, de aceea nu le vom cerceta aici. Studiul lor rezultă însă imediat pe baza celor făcute înainte.

Ne vom ocupa în continuare numai cu tranzițiile cu $\Delta S_z = \pm 1$.

Tranziții de intensitate mare

Aceste tranziții le vom împărți în patru grupe.

1) *Linia cu* $\nu \simeq \frac{1}{h} 2Z = \nu_0$. Această linie se descompune datorită perturbației nivelelor într-un *triplet* compus din următoarele linii, cu următoarele probabilități **) :

$$\nu_{2\to 7} = \frac{1}{h}\left(2Z + \frac{1}{Z} f^P\right), \qquad p_{2\to 7} = \frac{1}{12},$$

$$\nu_{3\to 6} = \frac{1}{h}\left(2Z + \frac{1}{Z} f^M\right), \qquad p_{3\to 6} = \frac{1}{12}\left(\frac{b+3a}{2b}\right)^2, \tag{1}$$

$$\nu_{4\to 5} = \frac{1}{h}\left(2Z + \frac{1}{Z} f^N\right), \qquad p_{4\to 5} = \frac{1}{12}\left(\frac{b-3a}{2b}\right)^2.$$

*) Acest limbaj este justificat, deoarece după cum s-a subliniat la punctul 3, nivelele perturbate (3), pot fi practic încă caracterizate prin numărul cuantic S_z.

**) A se vedea textul de la formula (18) de la punctul 2.

Se observă că probabilitățile sînt aceleași, ca în absența perturbației

2) *Liniile cu* $\nu \simeq \frac{1}{h}(2Z \pm 2b)$. Datorită perturbației H^1 aceste linii au valorile corectate de mai jos, probabilitățile rămînînd aceleași ca și în cazul lipsei perturbației și anume

$$\nu_{3\to 5} = \frac{1}{h}\left[2Z + 2b + \sum_i s_i (g_i^M - g_i^N) + \frac{1}{2Z}(f^M + f^N)\right], \quad p_{3\to 5} = \frac{3}{16}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right)$$

$$\nu_{4\to 6} = \frac{1}{h}\left[2Z - 2b - \sum_i s_i (g_i^M - g_i^N) + \frac{1}{2Z}(f^M + f^N)\right], \quad p_{4\to 6} = \frac{3}{16}\left(1 - \frac{a^2}{g^2}\right) \tag{2}$$

3) *Liniile cu* $\nu \simeq \frac{1}{h}[2Z \pm (3a + b)]$. În acest caz, probabilitățile de tranziție se modifică puțin datorită prezenței perturbației, corecțiile aduse fiind în D/Z. Noi vom neglija aici aceste corecții. Valorile corectate ale liniilor cu probabilitățile necorectate sînt

$$\nu_{6\to 8} = \frac{1}{h}\left[2Z + 3a + b + \sum_i s_i (g_i^M - 1) - \frac{1}{2Z} f^M + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2Z}\left(|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right)\right], \quad p_{6\to 8} = \frac{1}{8}\left(1 + \frac{a}{b}\right),$$

$$\nu_{1\to 3} = \frac{1}{h}\left[2Z - (3a + b) - \sum_i s_i (g_i^M - 1)\frac{1}{2Z} f^M + \right. \tag{3}$$
$$\left. + \frac{1}{2Z}\left(|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right)\right], \quad p_{1\to 3} = \frac{1}{8}\left(1 + \frac{a}{b}\right).$$

4) *Liniile cu* $\nu \simeq \frac{1}{h}[2Z \pm (3a - b)]$. Putem face aceleași observații ca la punctul 3). Iată valorile corectate ale liniilor cu probabilitățile lor necorectate

$$\nu_{5\to 8} = \frac{1}{h}\left[2Z + (3a - b) + \sum s_i (g_i^N - 1) - \frac{1}{2Z} f^N + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2Z}\left(|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right)\right], \quad p_{5\to 8} = \frac{1}{8}\left(1 - \frac{a}{b}\right),$$

$$\nu_{1\to 4} = \frac{1}{h}\left[2Z - (3a - b) - \sum s_i (g_i^N - 1) - \frac{1}{2Z} f^N + \right. \tag{4}$$
$$\left. + \frac{1}{2Z}\left(|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right)\right], \quad p_{1\to 4} = \frac{1}{8}\left(1 - \frac{a}{b}\right).$$

Acestea sînt liniile de absorbție care apar cu intensitate mare. În afară de acestea mai sînt cîteva linii (tot cu $\Delta S_z = \pm 1$) care apar numai datorită aplicării perturbației. Ele au o intensitate foarte mică.

Tranziții cu intensitate mică

Aceste tranziții le vom împărți în trei grupe, pe care le vom nota în continuare față de grupele cu intensitate mare. Să observăm că intensitățile tuturor acestor linii sînt de ordinul $(D/Z)^2$ față de intensitățile liniilor puternice.

Aceste linii sînt cu totul interzise dacă lucrăm cu reprezentarea în care H^0 este diagonal. Dacă însă considerăm stările perturbate de H^1 în primă aproximație și scriem pe $S^{(x)}$ în noua reprezentare, *aceste linii devin permise, totuși cu o intensitate foarte mică*, după cum am subliniat încă de la început.

5) *Liniile cu* $\nu \simeq \frac{1}{h}[2Z \pm (a-b)]$. Valorile acestor linii și probabilitățile lor sînt

$$\nu_{4\to 7} = \frac{1}{h}\left[2Z + (a-b) + \sum_i s_i (g_i^N - g_i^P) + \frac{1}{2Z}(f^N + f^P)\right] \qquad (5)$$

$$p_{4\to 7} = \frac{1}{8}\left(\frac{|n_P|}{4Z}\right)^2\left(1 - \frac{a}{b}\right)$$

$$\nu_{2\to 5} = \frac{1}{h}\left[2Z - (a-b) - \sum_i s_i (g_i^N - g_i^P) + \frac{1}{2Z}(f^N + f^P)\right]$$

$$p_{2\to 5} = \frac{1}{8}\left(\frac{|n_P|}{4Z}\right)^2\left(1 - \frac{a}{b}\right)$$

6) *Liniile cu* $\nu \simeq \frac{1}{h}[2Z \pm (a+b)]$. Valorile acestor linii și probabilitățile lor sînt

$$\nu_{3\to 7} = \frac{1}{h}\left[2Z + (a+b) + \sum_i s_i (g_i^M - g_i^P) + \frac{1}{2Z}(f^M + f^P)\right],$$

$$p_{3\to 7} = \frac{1}{8}\left(\frac{|n_P|}{4Z}\right)^2\left(1 + \frac{a}{b}\right),$$

$$\nu_{2\to 6} = \frac{1}{h}\left[2Z - (a+b) - \sum_i s_i (g_i^M - g_i^P) + \frac{1}{2Z}(f^M + f^P)\right], \qquad (6)$$

$$p_{2\to 6} = \frac{1}{8}\left(\frac{|n_P|}{4Z}\right)^2\left(1 + \frac{a}{b}\right).$$

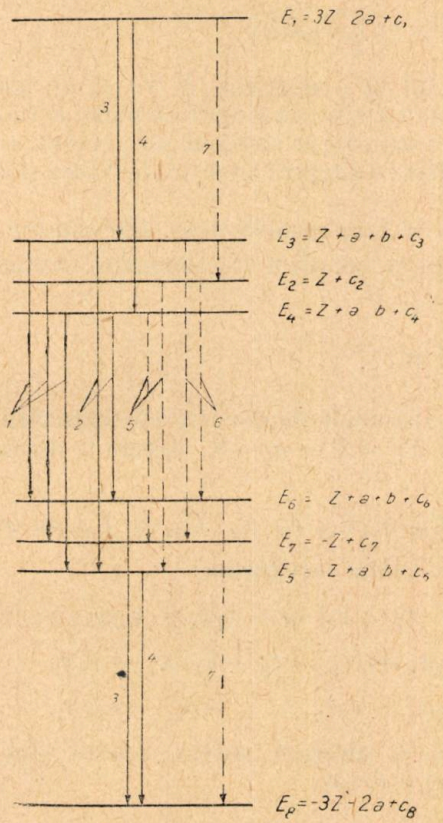
7) *Liniile cu* $\nu \simeq \frac{1}{h}(2Z \pm 2a)$. Analog ca mai sus putem scrie

$$\nu_{7\to 8} = \frac{1}{h}\left[2Z + 2a + \sum_i s_i (g_i^P - 1) - \frac{1}{2Z} f^P + \frac{1}{2Z}\left(|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right)\right],$$

$$p_{7\to 8} = \frac{1}{12}\left(\frac{|n_P|}{4Z}\right)^2, \qquad (7)$$

$$\nu_{1\to 2} = \frac{1}{h}\left[2Z - 2a - \sum_i s_i (g_i^P - 1) - \frac{1}{2Z} f^P + \frac{1}{2Z}\left(|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2}|\mathbf{n}|^2\right)\right].$$

Rezumînd, tranzițiile cu $\Delta S_z = \pm 1$ dau naștere la șapte grupe de linii, dintre care patru *intense* și trei *slabe*. Valorile frecvențelor și ale probabilităților determină structura fină a curbei de absorbție, în jurul frecvenței Larmor ν_0. Aceste valori depind de pozițiile în spațiu ale celor trei nucleoni, față de direcțiile celor două cîmpuri magnetice, cel constant și cel mic oscilant. Nu ne vom ocupa aici de această problemă, pe care o vom studia cu altă ocazie.



În schema alăturată (schema nivelelor și tranzițiilor) am notat cu linii pline tranzițiile cu intensitate mare și cu linii întrerupte tranzițiile cu intensitate în $(D/Z)^2$ față de intensitatea liniilor puternice.

Am lăsat cu totul la o parte studiul tranzițiilor cu $\Delta S_z = 0, \pm 2$.

ANEXĂ

Vom da aici pe scurt, calculul lui U și al matricei $S^{(\alpha)}$ în noua reprezentare, în care matricea H^0 este diagonală.

Pentru găsirea lui U trebuie să găsim acea matrice unitară de transformare care diagonalizează matricea H^0 (relația (6) de la punctul 2).

Am aflat valorile diagonale ale energiei din relațiile (13), punctul 2. Dacă formăm cu ajutorul lor matricea $H^{0\delta}$se poate scrie

$$H^{0\delta} = UH^0U^{-1}, \tag{1}$$

sau încă

$$H^{0\delta}U = UH^0. \tag{2}$$

Această relație matricială se poate transcrie astfel

$$H^{0\delta}_{ii}\, U_{ij} = \sum_k U_{ik} H^0_{kj}. \tag{3'}$$

Datorită structurii în trepte a lui H^0, matricea U va fi de asemenea o matrice în trepte, cu două trepte cu cîte un singur element și două trepte cu 3 linii și 3 coloane.Treptele cu un singur element au evident ca element chiar cifra 1. Este suficient să aflăm o singură treaptă de 3 linii și 3 coloane, cealaltă obținîndu-se analog.

Cele 3 ecuații (3) pentru $i = 2$ se rezolvă ușor. Ele conduc la următoarele rezultate (dacă impunem și condiția de normare, anume $U^2_{22} + U^2_{23} + U^2_{24} = 1$):

$$U_{22} = \frac{v_1 - v_2}{q};\ U_{23} = \frac{v_3 - v_1}{q},\ U_{24} = \frac{v_2 - v_3}{q}. \tag{4}$$

Mult mai greu se rezolvă sistemele de ecuații corespunzătoare valorilor proprii $E_3 = Z + a + b$ și $E_4 = Z + a - b$. Aceste 2 sisteme se pot rezolva asemănător notînd

U_{32} și U_{42} cu x_3, U_{33} și U_{43} cu x_2, U_{34} și U_{44} cu x_1

Cele două sisteme pot fi scrise acum sub forma

$$\begin{aligned}
(a \pm b)\, x_3 &= (v_3 - v_1 - v_2)\, x_3 - v_1 x_2 - v_2 x_1,\\
(a \pm b)\, x_2 &= -v_1 x_3 + (v_2 - v_3 - v_1)\, x_2 - v_3 x_1,\\
(a \pm b)\, x_1 &= -v_2 x_3 - v_3 x_2 + (v_1 - v_2 - v_3)\, x_1.
\end{aligned} \tag{5}$$

Dat fiind faptul că sistemul este omogen putem scoate din primele două ecuații pe x_3 și x_2 în funcție de x_1.

$$x_3 = x_1 \frac{V_1}{D_1};\ x_2 = x_1 \frac{V_2}{D_1}. \tag{6}$$

În (6) cantitățile V_i și D_i, cu i variind de la 1 la 3 sînt date de ($i,\ j,\ k \neq$)

$$D_i = (-a \pm b - 2v_j)(-a + b - 2v_k) - v_i^2, \tag{7}$$

$$V_i = v_i (a \pm b + 2v_i) + v_j v_k.$$

Relațiile de tip (6) se pot scrie sub forma generală

$$x_i = x_j \frac{V_k}{D_j}. \tag{8}$$

Combinîndu-le se obțin condițiile

$$V_i V_j = D_k V_k, \quad D_i D_j = V_k^2 \tag{9}$$

care arată că trebuie să putem pune pe V_i și D_i sub forma

$$V_i = Z_j Z_k; \; D_i = Z_i^2 \tag{10}$$

Se impune de exemplu alegerea lui V_i de forma

$$V_i = k\,(\alpha_i \mp b)\,(\beta_i \mp b), \tag{11}$$

cu

$$\alpha_i = \alpha_1^i v_1 + \alpha_2^i v_2 + \alpha_3^i v_3; \; \beta_i = \beta_1^i v_1 + \beta_2^i v_2 + \beta_3^i v_3 \tag{11'}$$

Efectuînd calculul se pot determina coeficienții lui α_i și β_i. Astfel rezultă Z_j, Z_k.

Iată rezultatele

$$Z_i = \sqrt{3}\,(a \pm \frac{1}{3} b + v_i). \tag{12}$$

În acest fel, folosind relația (8) se obține

$$\frac{x_1}{Z_1} = \frac{x_2}{Z_2} = \frac{x_3}{Z_3}, \tag{13}$$

de unde rezultă (pentru a avea normare)

$$x_i = \frac{Z_i}{\sqrt{\sum_{l=1}^{3} Z_l}}, \tag{13'}$$

unde calculele duc la

$$\sum_{l=1}^{3} Z_l = 2b\,(b \pm a). \tag{13''}$$

În acest fel se obține (revenind la vechea notație):

$$U_{32} = \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3} b + v_3\right)}{\sqrt{2b\,(b+a)}}, \quad U_{33} = \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3} b + v_2\right)}{\sqrt{2b\,(b+a)}},$$

$$U_{34} = \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3} b + v_1\right)}{\sqrt{2b\,(b+a)}},$$

$$U_{42} = \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3} b + v_3\right)}{\sqrt{2b\,(b-a)}}, \quad U_{43} = \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3} b + v_2\right)}{\sqrt{2b\,(b-a)}}, \tag{14}$$

$$U_{44} = \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3} b + v_1\right)}{\sqrt{2b\,(b-a)}}.$$

Astfel am găsit treapta a doua a matricei

Treapta a treia se obține analog.

Cu notațiile (15) de la punctul 2, proprietățile de unitaritate (matricea U este de fapt reală) se scriu simplu și de asemenea definind produsul vectorial în mod obișnuit se obține

$$\mathbf{P} = \mathbf{M} \times \mathbf{N}; \ \mathbf{M} = \mathbf{N} \times \mathbf{P}; \ \mathbf{N} = \mathbf{P} \times \mathbf{M}. \tag{15}$$

Acum se poate scrie imediat matricea $2S^{(x)}$ (vezi punctul 2, relația (16)) în noua reprezentare

Se obține

Efectuarea calculelor conduce la expresia (17) de la punctul 2, justificîndu-se totodată sublinierea unora dintre elemente, care apriori ar fi putut să fie diferite de zero și numai calculul concret a arătat că ele corespund unor tranziții interzise.

ЯДЕРНЫЙ МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В СИСТЕМЕ ТРЕХ ЯДЕР

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе рассматривается система 3 ядер со спином $\hbar/2$, положение которых задано параметрами их радиус-векторов. Исследуются стационарные состояния и находятся уровни энергии этой системы в постоянном магнитном поле $\mathcal{H}_0$. Для расчета гамильтониан системы, являющийся гамильтонианом Ван Влека [5], разделяется на два члена : на основной гамильтониан H^0, содержащий член Зеемана и часть дипольного члена только с элементами, для которых $\Delta S_z = 0$ и на гамильтониан возмущения H^1, содержащий остальные элементы дипольного члена и обменного члена. Таким образом, получается более точный расчет уровней, чем у других авторов [14]. Эти уровни даны в 3(3). Вычисляются также вероятности перехода в присутствии неболь-

$$2S^{(x)} = \begin{bmatrix} 0 & \Sigma P_i & \Sigma M_i & \Sigma N_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Sigma P_i & 0 & 0 & 0 & \Sigma (N_i + N_j) P_k & \Sigma (M_i + M_j) P_k & \Sigma (P_i + P_j) P_k & 0 \\ \Sigma M_i & 0 & 0 & 0 & \Sigma (N_i + N_j) M_k & \Sigma (M_i + M_j) M_k & \Sigma (P_i + P_j) M_k & 0 \\ \Sigma N_i & 0 & 0 & 0 & \Sigma (N_i + N_j) N_k & \Sigma (M_i + M_j) N_k & \Sigma (P_i + P_j) N_k & 0 \\ 0 & \Sigma (P_i + P_j) N_k & \Sigma (M_i + M_j) N_k & \Sigma (N_i + N_j) N_k & 0 & 0 & 0 & \Sigma N_i \\ 0 & \Sigma (P_i + P_j) M_k & \Sigma (M_i + M_j) M_k & \Sigma (N_i + N_j) M_k & 0 & 0 & 0 & \Sigma M_i \\ 0 & \Sigma (P_i + P_j) P_k & \Sigma (M_i + M_j) P_k & \Sigma (N_i + N_j) P_k & 0 & 0 & 0 & \Sigma P_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Sigma N_i & \Sigma M_i & \Sigma P_i & 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

шого колебательного магнитного поля. перпендикулярного к $\mathcal{H}_0$. Производится более правильный расчет и находятся для переходов с $\Delta S_z = \pm 1$ помимо 4 групп линий большой интенсивности, еще 3 группы линий очень малой интенсивности. Показывается также, что линии с $\Delta S_z = 0, \pm 2$ не запрещены, как это считали другие авторы, несмотря на малую их интенсивность порядка $(D/Z)^2$ по сравнению с интенсивными линиями. Линии и вероятности их перехода приводятся в § 4, а D и Z приводятся в 2(5′) и 2(6″).

NUCLEAR MAGNETIC RESONANCE IN A THREE-NUCLEI-SYSTEM

(ABSTRACT)

In this work, a three-nuclei-system, each nucleus with a $\hbar/2$ spin, the positions of which are parametrically given by their position vectors, is taken into consideration. By studying the stationary states, the energy levels of the system, in the constant magnetic field $\mathcal{H}_0$, are determined. In view of the calculus the hamiltonian of the system—that is the Van Vleck's one [5] — is divided into two terms : the fundamental hamiltonian H°, including Zeeman's term and that part of the dipolar term that contains the elements for which $\Delta S_z = 0$ (where S_z is the magnetic quantic total spinning number); and the perturbation hamiltonian H^1, containing the remainder of the dipolar term elements and the exchange term. In this way, the level values are obtained more accurately than by other scientists [14]. These levels are given in paragraph 3, formula (3). The transition probabilities in a weak oscillating magnetic field, normal to $\mathcal{H}_0$ are also determined. A more accurate calculus is done and for the transitions $\Delta S_z = \pm 1$, three other groups of very low intensity are found, in addition to the four groups' lines of high intensity. It is also shown that the lines for which $\Delta S_z = 0, \pm 2$ are not absolutely forbidden, as some authors had established, though they are of a low intensity, of about $(D/Z)^2$ with regard to the high intensity lines. The lines and their probabilities are given in paragraph 4, the D and Z values, in 2(5′) and 2(6″).

BIBLIOGRAFIE

1. J. Waller, Zs. f. Phys., 1932, t. 79, p. 370.
2. N. Bloembergen, E. M. Purcell a. R. V. Pound, Phys. Rev., 1948, t. 73, p. 679.
3. F. Bloch, Phys. Rev., 1946, t. 70, p. 460.
4. R. Wangsness a. F. Bloch, Phys. Rev., 1953, t. 89, p. 728.
5. J. H. Van Vleck, Phys. Rev., 1948, t. 74, p. 1168.
6. A. Corciovei, Studii și cercetări de fizică, t. VII, nr. 1, 1957, p. 55.
7. M. Mugur, Studii și cercetări de fizică, t. VII, nr. 2, 1957, p. 171
8. L. Pauling a. W. Wilson, *Introduction in Quantum Mechanics*. Mac Grow Hill, New York, 1935.

9. L. Schiff, *Quantum Mechanics*. Mac Grow Hill, New York, 1955, ediția a doua.
10. N. Bloembergen, T. Rowland, Phys. Rev., 1955, t. 97, p. 1679.
11. L. J. Broer, Physica, 1943, t. 10, p. 801.
12. J. Eisenstein, Phys. Rev., 1952, t. 85, p. 603.
13. G. E. Pake, J. Chem. Phys., 1948, t. 16, p. 333.
14. E. R. Andrew a. R. Bersohn, J. Chem. Phys., 1950, t. 18, p. 159.
15. — J. Chem. Phys., 1952, t. 20, p. 924.
16. R. B. Potts, Phys. Rev., 1952, t. 88, p. 352.
17. R. Bersohn, Phys. Rev., 1952, t. 82.
18. H. S. Gutowschi, a. G. E. Pake, J. Chem. Phys., 1950, t. 18, p. 162.
19. S. John a. YHumphrey, J. Phys. Chem., 1953, t. 31, p. 820.
20. D. I. Blohinţev, *Bazele mecanicii cuantice*. Ed. tehnică, București, 1955.
21. D. Bohm, *Quantum Theory*. Prentice Hall, New York, 1952.

STUDII ȘI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

CURBA DE ABSORBȚIE MAGNETICĂ NUCLEARĂ LA UN SISTEM DE TREI NUCLEONI, FORMÎND UN TRIUNGHI ECHILATERAL *)

DE

A. CORCIOVEI

Într-o lucrare precedentă [1] a fost considerat fenomenul de rezonanță magnetică nucleară la un sistem de trei nucleoni cu spin $\hbar/2$. Pentru a putea studia numai rezonanța nucleară s-au presupus nule momentele magnetice de natură electronică. S-a lucrat în binecunoscuta aproximație *adiabatică*, adică pozițiile nucleonilor au fost considerate cunoscute și variabile lent, fără a se analiza felul cum sînt determinate aceste poziții de interacțiunea nucleonilor cu electronii și eventual cu alte nuclee.

Astfel s-au aflat *nivelele de energie* ale sistemului, considerat în cîmpul magnetic constant $\mathcal{H}_0$, în funcție de parametrii de poziție ai nucleonilor. Aceste nivele au fost calculate pornind de la obișnuita hamiltoniană a sistemului dată de Van Vleck [2], [3], separînd un termen de bază și un termen perturbator. După ce au fost găsite valorile nivelelor obținute diagonalizînd hamiltoniana de bază s-au calculat valorile mai exacte perturbate ale acestor nivele, prin luarea în considerare a termenului perturbator. Astfel au fost obținute valorile mai corecte ale nivelelor decît le obținuseră alți autori [4], [5].

De asemenea au fost calculate *probabilitățile de tranziție* între aceste nivele, în prezența unui cîmp oscilant mic, perpendicular pe $\mathcal{H}_0$. Pentru calcul s-au folosit rezultatele teoriei perturbațiilor nestaționare.

În cele ce urmează vom aplica formulele găsite în lucrarea precedentă [1] la cazul particular cînd pozițiile celor trei nucleoni formează un *triunghi echilateral*, cum este de exemplu cazul celor trei protoni din molecula de amoniac. Vom enunța și demonstra cu această ocazie o teoremă importantă relativă la nivelele de energie și probabilitățile de tranziție ale sistemului. După aceea vom studia ce se întîmplă cînd avem un *colectiv* foarte mare de sisteme de triunghiuri echilaterale de cîte trei nucleoni, presupuse independente între ele, căutînd să deducem pe cale grafică,

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 20 aprilie 1957.

folosind rezultatele precedente, *curba de absorbție* de energie de la cîmpul magnetic oscilant în funcție de frecvență. Studiul curbei de absorbție îl vom face în jurul frecvenței de rezonanță Larmor dată de

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot g \frac{e}{2MC} \cdot \mathcal{H}_0 \tag{1}$$

unde notațiile sînt cele consacrate.

Vom începe prin a da rezultatele din lucrarea precedentă strict necesare în cele ce urmează *).

Nivelele de energie ale sistemului de trei nucleoni în cîmpul $\mathcal{H}_0$ sînt :

$$\begin{aligned}
E_1 &= 3Z + \sum_i v_i + \sum_i s_i + \frac{1}{2Z} \cdot \left[|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2} |\mathbf{n}|^2 \right] \\
E_2 &= Z \qquad\qquad + \sum_i s_i g_i^P + \frac{1}{2Z} f^P \\
E_3 &= Z + a + b + \sum_i s_i g_i^M + \frac{1}{2Z} f^M \\
E_4 &= Z + a - b + \sum_i s_i g_i^N + \frac{1}{2Z} f^N \\
E_5 &= -Z + a - b + \sum_i s_i g_i^N - \frac{1}{2Z} f^N \\
E_6 &= -Z + a + b + \sum_i s_i g_i^M - \frac{1}{2Z} f^M \\
E_7 &= -Z \qquad\qquad + \sum_i s_i g_i^P - \frac{1}{2Z} f^P \,, \\
E_8 &= -3Z + \sum_i v_i + \sum_i s_i - \frac{1}{2Z} \left[|\mathbf{m}|^2 + \frac{1}{2} |\mathbf{n}|^2 \right].
\end{aligned} \tag{2}$$

În aceste formule au fost folosite următoarele notații :

$$Z = \frac{1}{2} \mathcal{H}_0 g\beta \tag{3}$$

cu β magnetonul nuclear ;

$$v_i = \frac{1}{4} \cdot g^2 \beta^2 r_{jk}^{-3} (1 - 3\gamma_{jk}^2), \tag{3'}$$

$$s_i = \frac{1}{4} \widetilde{A}_{jk}, \tag{3''}$$

pentru $i = 1, 2, 3$ și $i, j, k \neq$, și în ordine ciclică, cu $\mathbf{r}_{jk}$ vectorul care

*) Adesea ne vom referi direct la lucrarea precedentă, pe care o vom nota cu I. Astfel de exemplu indicația I, 2 (17) va însemna formula (17) de la punctul 2 al lucrării [1].

unește nucleonii j și k, cu sensul de la j spre k, de cosinusuri directoare $\alpha_{jk} = \alpha_i$, $\beta_{jk} = \beta_i$, $\gamma_{jk} = \gamma_i$ și $\widetilde{A}_{jk}$ introdus la I, 2 (1);

$$g_i^X = -1 + 2X_i^2 + 4X_j X_k \tag{4}$$

unde X se înlocuiește pe rînd cu P, M, N, iar componentele vectorilor simbolici $\mathbf{P}(P_1, P_2, P_3)$, $\mathbf{M}(M_1 M_2 M_3)$, $\mathbf{N}(N_1, N_2, N_3)$ sînt date de I, 2(15), anume

$$P_i = \frac{v_j - v_k}{q}, \quad M_i = \frac{\sqrt{3}\left(a + \frac{1}{3}b + v_i\right)}{\sqrt{2b(b+a)}}, \quad N_i = \frac{\sqrt{3}\left(a - \frac{1}{3}b + v_i\right)}{\sqrt{2b(b-a)}} \tag{4'}$$

pentru $i = 1, 2, 3$ și $i, j, k \neq$ și de asemenea

$$a = -\frac{1}{2}\sum_i v_i, \quad b = \frac{3}{2}\sqrt{\sum v_i^2 - \frac{2}{3}\sum_{i<j} v_i v_j}, \quad q^2 = b^2 - a^2 \tag{4''}$$

$$f^X = |q|^2 - |m_X|^2 - |q_X|^2 + \frac{1}{2}|n_X|^2, \tag{5}$$

unde X se înlocuiește pe rînd cu P, M, N, m_X, q_X, n_X sînt proiecțiile după X, ale vectorilor simbolici $\mathbf{m}(m_1, m_2, m_3)$, $\mathbf{n}(n_1, n_2, n_3)$ $\mathbf{q}(q_1, q_2, q_3)$ ale căror componente sînt date de

$$\begin{aligned} m_i &= d_j(\alpha_j - \mathrm{i}\,\beta_j)\gamma_j + d_k(\alpha_k - \mathrm{i}\,\beta_k)\gamma_k, \\ n_i &= d_i(\alpha_i^2 - \beta_i^2 - \mathrm{i}\,2\alpha_i\beta_i) \\ q_i &= -d_i(\alpha_j - \mathrm{i}\,\beta_j)\gamma_j + d_k(\alpha_k - \mathrm{i}\,\beta_k)\gamma_k \end{aligned} \tag{5'}$$

cu $i = 1, 2, 3$ și $i, j, k \neq$ și în ordine ciclică și unde am notat

$$d_i = -3D_{jk} = -\frac{3}{4}g^2\beta^2 r_{jk}^{-3} \tag{5''}$$

cu aceleași condiții pentru i, j, k.

Pe baza formulei (2) se vede că fiecare nivel este dat de 3 termeni. *Primul termen* este deplasarea Zeeman. El se caracterizează prin prezența lui Z la puterea întîia. *Termenul al doilea* este prima corecție adusă de interacțiunea dipolară. Totodată ea înlătură degenerarea care există pentru cele două nivele Zeeman degenerate. Acest termen conține pe Z la puterea zero și este de ordinul D/Z față de primul termen. În sfîrșit *al treilea termen* este compus dintr-o parte de schimb, în orice caz mică față de al doilea termen și o parte dipolară, care este de asemenea mică față de al doilea termen, căci conține pe Z la puterea minus unu. În acest fel partea dipolară din acest al treilea termen este de ordinul $(D/Z)^2$ față de primul termen.

Între cele opt nivele, date în (2) se produc tranziții. În general probabilități de tranziție apreciabile sînt numai pentru regula de selecție

$\Delta S_z = \pm 1$, unde S_z este numărul cuantic magnetic al spinului total. Această regulă de selecție este valabilă în măsura în care cele opt nivele de mai sus sînt caracterizate prin S_z, ceea ce se poate considera practic valabil, ținînd seama că funcțiile de undă corectate, corespunzătoare nivelelor corectate date în (2), rămîn practic proprii pentru operatorul total al spinului proiectat pe Oz. Am arătat în I că sînt permise și tranziții cu $\Delta S_z = 0, \pm 2$, dar că probabilitățile de tranziție respective sînt de ordinul $(D/Z)^2$ față de intensitățile liniilor principale, deci practic neglijabile *). De altfel pe noi nu ne vor interesa decît tranzițiile cu $\Delta S_z = \pm 1$ deoarece lor le corespund frecvențe apropiate de ν_0.

Pe de altă parte în I s-a arătat că liniile cu $\Delta S_z = \pm 1$ se separă în *patru* grupe de *intensitate mare* și trei grupe de intensitate mică, de asemenea de ordinul $(D/Z)^2$ față de intensitatea liniilor puternice. Probabilitățile de tranziție corespunzătoare liniilor de intensitate mare au fost date în I, 4 (1), (2), (3), (4) și nu le repetăm aici. Menționăm numai că ele sînt funcții numai de a și b. Cît privește celelalte trei grupe de linii, date în I, 4 (5), (6), (7), ele sînt funcții de $Z, |n_p|$, a și b.

Aceste observații vor fi importante în demonstrarea teoremei anunțate. Tot în același scop va trebui să vedem cum depind diferitele cantități introduse mai sus de poziția concretă a triunghiului nucleonilor în spațiu.

POZIȚIA TRIUNGHIULUI NUCLEONILOR ÎN SPAȚIU

Ca axe fixe vom alege axa Oz, după direcția cîmpului magnetic constant $\mathcal{H}_0$, axa Ox, după direcția cîmpului oscilant mic și axa Oy, perpendiculară pe ele astfel ca triedrul să fie drept. Triunghiul nucleonilor îl vom lega de un triedru cu o poziție variabilă în spațiu, față de triedrul fix, dar cu același centru O. Fie $Ox'\,y'\,z'$ triedrul mobil. Fie θ unghiul dintre Oz și Oz', φ unghiul dintre axa Ox și intersecția dintre planele $Ox'\,y'$ și Oxy, măsurat în sens direct, începînd de la Ox, ψ unghiul dintre intersecția planelor Oxy și $Ox'\,y'$ și Ox', măsurat începînd de la intersecție. Acestea sînt tocmai unghiurile Euler, convenabil definite.

Dat fiind un punct din spațiu, de coordonate x', y', z', respectiv x, y, z, după cum este raportat la triedrul mobil sau la triedrul fix, se poate scrie

$$\begin{aligned} x &= x'(\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi\cos\theta) + \\ &+ y'(-\sin\psi\cos\varphi - \cos\psi\sin\varphi\cos\theta) + z'(\sin\varphi\sin\theta), \\ y &= x'(\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\cos\varphi\cos\theta) + y'(-\sin\psi\sin\varphi + \\ &+ \cos\psi\cos\varphi\cos\theta) + z'(-\cos\varphi\sin\theta), \qquad (6) \\ z &= x'(\sin\psi\sin\theta) + y'(\cos\psi\sin\theta) + z'\cos\theta \end{aligned}$$

Cei trei nucleoni vor fi așezați în punctele P_1, P_2, P_3, unde P_i are coordonatele x_i', y_i', z_i', cu $i = 1, 2, 3$. Vom presupune triunghiul nucle-

*) Pentru $\mathcal{H}_0 = 10\,000$ gauși $D/Z \sim 10^{-3} - 10^{-4}$.

onilor așezat în planul $Ox'y'$. Atunci fiecare vîrf P_i va putea fi dat prin distanțele r_i la punctul O și unghiul θ_i între direcția Ox' și raza OP_i. Vom putea deci scrie

$$x_i' = r_i \cdot \cos\theta_i,\ y_i' = r_i \sin\theta_i,\ z_i = 0. \tag{7}$$

Poziția celor trei nucleoni, față de triedrul axelor fixe va fi dată acum, folosind formulele (6), de

$$\begin{aligned} x_i &= r_i \cos\theta_i\,(\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi\cos\theta) + \\ &\quad + r_i \sin\theta_i\,(-\sin\psi\cos\varphi - \cos\psi\sin\varphi\cos\theta), \\ y_i &= r_i \cos\theta_i\,(\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\cos\varphi\cos\theta) + r_i\sin\theta_i\,(-\sin\psi\sin\varphi + \\ &\quad + \cos\psi\cos\varphi\cos\theta), \\ z_i &= r_i\cos\theta_i\,(\sin\psi\sin\theta) + r_i\sin\theta_i\,(\cos\psi\sin\theta). \end{aligned} \tag{8}$$

Pentru cosinusurile directoare ale vectorilor $\mathbf{r}_{ij}$ vom avea

$$\begin{aligned} \alpha_{ij} &= [(r_j\cdot\cos\theta_j - r_i\cos\theta_i)(\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi\cos\theta) + \\ &+ (r_j\sin\theta_j - r_i\sin\theta_i)(-\sin\psi\cos\varphi - \cos\psi\sin\varphi\cos\theta)]\frac{1}{r_{ij}}, \\ \beta_{ij} &= [(r_j\cos\theta_j - r_i\cos\theta_i)(\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\cos\varphi\cos\theta) + \\ &+ (r_j\sin\theta_j - r_i\sin\theta_i)(-\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\cos\varphi\cos\theta)]\cdot\frac{1}{r_{ij}}, \\ \gamma_{ij} &= [(r_j\cdot\cos\theta_j - r_i\cos\theta_i)(\sin\psi\sin\theta) + (r_j\sin\theta_j - r_i\sin\theta_i)(\cos\psi\sin\theta)]\frac{1}{r_{ij}}, \end{aligned} \tag{9}$$

unde

$$r_{ij} = \sqrt{r_i^2 + r_j^2 - 2\,r_i\,r_j\cdot\cos(\theta_i - \theta_j)}. \tag{9'}$$

Folosind aceste formule putem exprima nivelele (2) și probabilitățile de tranziție date la I, 4 cu ajutorul mărimilor r_i, θ_i care determină forma triunghiului și φ, ψ, θ care determină poziția lui în spațiu. Calculul este însă lung, obositor și nefolositor. Vom considera în cele ce urmează numai cazul triunghiului echilateral, caz ce se apropie de anumite cazuri experimentale.

În acest caz vom putea alege :

$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \frac{2\pi}{3},\ \theta_3 = -\frac{2\pi}{3}, \tag{10}$$

$$r_{12} = r_{23} = r_{31} = r \tag{10'}$$

și atunci $r_1 = r_2 = r_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}r$. Formulele (9) vor putea fi acum transcrise imediat, obținîndu-se

$$\begin{cases} \alpha_{23} = \sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\varphi\cos\theta \\ \beta_{23} = \sin\psi\sin\varphi - \cos\psi\cos\varphi\cos\theta \\ \gamma_{23} = -\cos\psi\sin\theta \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \alpha_{31}=\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos\psi\cos\varphi-\sin\psi\sin\varphi\cos\theta)+\frac{1}{2}(-\sin\psi\cos\varphi-\cos\psi\sin\varphi\cos\theta) \\ \beta_{31}=\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos\psi\sin\varphi+\sin\psi\cos\varphi\cos\theta)+\frac{1}{2}(-\sin\psi\sin\varphi+\cos\psi\cos\varphi\cos\theta) \\ \gamma_{31}=\frac{\sqrt{3}}{2}(\sin\psi\sin\theta)+\frac{1}{2}(\cos\psi\sin\theta) \end{cases} \tag{11'}$$

$$\begin{cases} \alpha_{12}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos\psi\cos\varphi-\sin\psi\sin\varphi\cos\theta)+\frac{1}{2}(-\sin\psi\cos\varphi-\cos\psi\sin\varphi\cos\theta) \\ \beta_{12}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos\psi\sin\varphi+\sin\psi\cos\varphi\cos\theta)+\frac{1}{2}(-\sin\psi\sin\varphi+\cos\psi\cos\varphi\cos\theta) \\ \gamma_{12}=-\frac{\sqrt{3}}{2}(\sin\psi\sin\theta)+\frac{1}{2}(\cos\psi\sin\theta) \end{cases} \tag{11''}$$

Gruparea $\alpha_{jk}-i\beta_{jk}$ va apare uneori în cele ce urmează și cu această ocazie vom folosi formulele

$$(-\sin\psi\cos\varphi-\cos\psi\sin\varphi\cos\theta)-i(-\sin\psi\sin\varphi+\cos\psi\cos\varphi\cos\theta)= \\ =-e^{-i\varphi}[\sin\psi+i\cos\psi\cos\theta], \tag{12}$$

$$(\cos\psi\sin\varphi-\sin\psi\sin\varphi\cos\theta)-i(\cos\psi\sin\varphi+\sin\psi\cos\varphi\cos\theta)= \\ =e^{-i\varphi}[\cos\psi-i\sin\psi\cos\theta].$$

Vom trece acum la enunțarea și demonstrarea teoremei de care am vorbit mai sus.

DEPENDENȚA NUMAI DE θ ȘI r A NIVELELOR ȘI TRANZIȚIILOR

Teorema pe care vrem s-o demonstrăm este următoarea :

Nivèlele de energie date la (2) și probabilitățile de tranziție între nivele, date la I,4 (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), pentru un triunghi *echilateral* de nucleoni depind numai de mărimea *laturii triunghiului* r și de *unghiul* θ, între normala la planul triunghiului și direcția cîmpului magnetic constant $\mathcal{H}_0$, și bineînțeles de anumite constante fizice și mărimea cîmpurilor magnetice.

Pentru demonstrarea acestei teoreme va trebui să arătăm că anumite cantități care apar în expresiile nivelelor și probabilităților depind de asemenea numai de θ și r. Înainte de aceasta vom remarca însă că un rezultat particular a mai fost găsit și de alți autori [4]. Rezultatul lor era particular, deoarece ei nu calculaseră expresiile corectate ale nivelelor și probabilităților de tranziție. Rezultatul de față este interesant tocmai datorită faptului că nu era deloc evident apriori că aplicarea teoriei perturbației în primul și al doilea ordin va da anumite corecții, de asemenea dependente numai de θ și r *).

*) În privința unor corecții superioare nu afirmăm că ar depinde numai de θ și r, deși este posibil și acest lucru.

Începem cu găsirea expresiilor cantităților a și b de la (4''). Se vede din (5'') că pentru un triunghiu echilateral cantitățile D_{ij} devin egale între ele. Astfel vom putea nota

$$D_{12} = D_{23} = D_{31} = D = \frac{1}{4} \cdot g^2 \beta^2 r^{-3}. \tag{13}$$

Mărimile v_i devin

$$v_i = D(1 - 3\gamma_{jk}^2). \tag{13'}$$

Cu ajutorul expresiilor (11) și notația cunoscută $\gamma_{ii} = \gamma_k$ se stabilesc ușor următoarele relații :

$$\sum \gamma_i^2 = 3/2 \cdot \sin^2\theta, \tag{14}$$

$$\sum \gamma_i^4 = \frac{18}{16} \cdot \sin^4\theta, \tag{14'}$$

$$\sum_{i<j} \gamma_i^2 \gamma_j^2 = \frac{9}{16} \cdot \sin^4\theta, \tag{14''}$$

Folosind relațiile (4'') și (14) obținem

$$a = \frac{3}{2} D\left(\frac{3}{2}\sin^2\theta - 1\right) = \frac{3}{4} D\,(1 - 3\cos^2\theta), \tag{15}$$

$$q = \sqrt{2}\,\frac{9}{4} D \sin^2\theta, \tag{15'}$$

$$b = \frac{3}{2} D\sqrt{1 - 3\sin^2\theta + \frac{27}{4} \cdot \sin^4\theta} = \frac{3}{4} D\sqrt{19 - 42\cos^2\theta + 27\cos^4\theta}, \tag{15''}$$

de unde se vede că într-adevăr a, b și q depind numai de θ și r (r este conținut în D). De aici rezultă că al doilea termen, datorită interacțiunii dipolare, din expresiile nivelelor cît și probabilitățile de tranziție corespunzătoare liniilor intense date în I, 4 (1), (2,) (3), (4), depind de asemenea numai de θ și r*). Lucrul este evident deoarece în mărimile respective intervin numai cantitățile a și b.

Să trecem la *corecții*. Pentru găsirea corecțiilor dipolare la nivele va trebui să găsim cantitățile f^X, cu $X = P, M, N$. Va trebui să vedem ce devin expresiile (5), pentru cazul cînd triunghiul nucleonilor este echilateral. În acest scop începem prin a da expresiile anumitor sume, care se obțin din (11), printr-un calcul algebric migălos. Iată aceste sume**)

$$\sum_i (\alpha_i - \mathrm{i}\,\beta_i)\,\gamma_i = -\,\mathrm{i}\,\frac{3}{2} \cdot e^{-\mathrm{i}\varphi} \sin\theta\cos\theta \tag{16$_1$}$$

$$\sum (\alpha_i - \mathrm{i}\,\beta_i)^2 = \frac{3}{2} e^{-2\mathrm{i}\varphi} \sin^2\theta \tag{16$_2$}$$

*) În corecțiile la probabilitățile de tranziție, nedate în I.4, apare φ

**) Am utilizat notația i, pentru cantitatea imaginară, de modul unitate, pentru a evita confuzia cu i, indicele de sumare.

$$\sum_i (\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i^3 = -i\frac{9}{8}\cdot \sin^3\theta\cos\theta\, e^{-i\varphi} \tag{16_3}$$

$$\sum_i (\alpha_i - i\beta_i)^2\gamma_i^2 = -\frac{3}{8}\cdot e^{-2i\varphi}\sin^2\theta(3\cos^2\theta - 1) \tag{16_4}$$

$$\sum_{\substack{i,j,k\neq \\ \text{ciclici}}} (\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = -\frac{3\sqrt{3}}{8}\sin^3\theta\, e^{-i\varphi} \tag{16_5}$$

$$\sum_{\substack{i,j,k\neq \\ \text{ciclici}}} (\alpha_i - i\beta_i)(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = \frac{3\sqrt{3}}{4} i\sin^2\theta\cos\theta\, e^{-2i\varphi} \tag{16_6}$$

Vom folosi sumele (16) pentru calculul proiecțiilor vectorilor simbolici **m**, **n**, **q** pe vectorii simbolici de modul unu, anume **P**, **M**, **N**. În acest scop vom folosi formulele (4′) și (5′), pentru vectorii **m**, **n**, **q** și **P**, **M**, **N** respectiv. Se observă că vor trebui găsite sume de următoarele tipuri $\sum_i m_i$, $\sum_i m_i\gamma_i^2$, $\sum_{i,j,k\neq} m_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2)$. Aceste sume se exprimă cu ajutorul formulelor (16) astfel *)

$$\begin{cases} \sum m_i = -6D.\sum(\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i & (17_1)\\ \sum n_i = -3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)^2 & (17_2)\\ \sum q_i = 0 & (17_3)\end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum m_i\gamma_i^2 = -3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i\left[\frac{3}{2}\sin^2\theta - \gamma_i^2\right] & (17_4)\\ \sum n_i\gamma_i^2 = -3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)^2\gamma_i^2 & (17_5)\\ \sum q_i\gamma_i^2 = -3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) & (17_6)\end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum m_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = 3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) & (17_7)\\ \sum n_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = -3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)^2(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) & (17_8)\\ \sum q_i(\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = 6D\sum(\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i^3 - 3D\sum(\alpha_i - i\beta_i)\gamma_i\left[\frac{3}{2}\sin^2\theta - \gamma_i^2\right] & (17_9)\end{cases}$$

Folosind acum formulele (16), expresiile (17) devin

$$\begin{cases} \sum m_i = i\,9D\, e^{-i\varphi}\cdot\sin\theta\cos\theta & (18_1)\\ \sum n_i = -\frac{9}{2}D\, e^{-2i\varphi}\sin^2\theta & (18_2)\\ \sum q_i = 0 & (18_3)\end{cases}$$

*) Vom utiliza numai simbolul Σ fără a explica cum se face sumarea deoarece se vede ușor.

$$\begin{cases} \sum m_i \gamma_i^2 = \frac{27}{8} \mathrm{i} \cdot De^{-i\varphi} \cdot \sin^3\theta \cos\theta & (18_4) \\ \sum n_i \gamma_i^2 = \frac{9}{8} De^{-2i\varphi} \sin^2\theta \cdot (3\cos^2\theta - 1) & (18_5) \\ \sum q_i \gamma_i^2 = \frac{9\sqrt{3}}{8} De^{-i\varphi} \sin^3\theta & (18_6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum m_i (\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = -\frac{9\sqrt{3}}{8} De^{-i\varphi} \sin^3\theta & (18_7) \\ \sum n_i (\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = -\mathrm{i}\frac{9\sqrt{3}}{4} De^{-2i\varphi} \sin^2\theta \cos\theta & (18_8) \\ \sum q_i (\gamma_j^2 - \gamma_k^2) = -\mathrm{i}\frac{27}{8} De^{-i\varphi} \sin^3\theta & (18_9) \end{cases}$$

În sfîrșit, folosind și expresiile (4′) pentru componentele vectorilor simbolici **P**, **M**, **N**, obținem cu ajutorul relațiilor (18) următoarele expresii pentru proiecțiile lui **m**, **n**, **q** pe **P**, **M**, **N**.

$$\begin{cases} m_P = \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} De^{-i\varphi} \sin\theta & (19_1) \\ n_P = i3\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2} De^{-2i\varphi} \cos\theta & (19_2) \\ q_P = i\frac{9}{2\sqrt{2}} \cdot De^{-i\varphi} \sin\theta \cos\theta & (19_3) \end{cases}$$

$$m_{M,N} = 9\, i \sqrt{\frac{3}{2b(b \pm a)}}\, De^{-i\varphi} \sin\theta \cos\theta \left[D\left(\frac{9}{8}\sin^2\theta - \frac{1}{2}\right) \pm \frac{1}{3} b \right], \quad (19_4)$$

$$n_{M,N} = -\frac{9}{2} \sqrt{\frac{3}{2b(b \pm a)}}\, De^{-2i\varphi} \left(D \pm \frac{1}{3} b \right) \sin^2\theta, \quad (19_5)$$

$$q_{M,N} = -\frac{27\sqrt{3}}{8} \cdot \sqrt{\frac{3}{2b(b \pm a)}}\, D\, e^{-i\varphi} \sin^3\theta, \quad (19_6)$$

iar pentru mărimile vectorilor **m**, **n**, **q** găsim

$$|\mathbf{m}|^2 = \frac{27}{8} D^2 \sin^2\theta (1 + 9\cos^2\theta), \quad (20_1)$$

$$|\mathbf{n}|^2 = 27 D^2 (1 - \sin^2\theta + \frac{3}{8}\sin^4\theta), \quad (20_2)$$

$$|\mathbf{q}|^2 = \frac{81}{8} D^2 \sin^2\theta (1 + \cos^2\theta). \quad (20_3)$$

Să remarcăm că ψ a dispărut încă în expresiile pentru sumele (16). În acest fel cantităţile (19) depind numai de r, θ şi φ. Se vede însă că φ dispare în (20) şi de asemenea luînd modulele cantităţilor (19). Astfel, pentru cantităţile f^X obţinem următoarele expresii :

$$f^P = \frac{27}{4} D^2 \tag{21}$$

$$f^{M,N} = \frac{81}{8} D^2 \sin^2\theta (2 - \sin^2\theta) + \frac{\sin^2\theta\, 3.9^2 . D^4}{2b(b \pm a)} \left\{ \frac{81.5}{2.64} \sin^6\theta - \frac{9.19}{32} \cdot \sin^4\theta + \right.$$

$$\left. + \frac{9.9}{32} \cdot \sin^2\theta - \frac{1}{2} \pm \frac{2}{3} \frac{b}{D} \left(\frac{9}{8} \sin^4\theta - \frac{3}{2} \sin^2\theta + \frac{1}{2} \right) \right\}, \tag{21'}$$

iar pentru $|n_P|$ avem

$$|n_P| = 3 \left(\frac{3}{2} \right)^{1/2} D \cdot \cos\theta \tag{21''}$$

În felul acesta teorema enunţată a fost demonstrată pentru corecţiile dipolare la nivelele de energie şi pentru probabilităţile de tranziţie pentru liniile slabe (date in I,4 (5), (6), (7)). Ne rămîne s-o demonstrăm pentru corecţiile de schimb la nivelele de energie *).

Pentru aceasta va fi necesar să găsim expresiile sumelor $\sum_i s_i g_i^X$ care apar în formulele (2) (cu X pe rînd P, M, N). Mai întîi să observăm că mărimile s_i devin egale între ele, şi vom putea nota

$$s_1 = s_2 = s_3 = 1 \tag{22}$$

În felul acesta sumele $\sum s_i g_i^X$, ţinînd seama de faptul că vectorii **P**, **M**, **N** sînt de mărime unitate, devin

$$\sum s_i g_i^X = -s(1 - 4 \sum_{i<j} X_i X_j) \tag{22'}$$

unde X ia pe rînd valorile P, M, N. Să observăm că sumele $\sum_{i<j} X_i X_j$ se pot exprima cu ajutorul formulelor (14), şi anume

$$\sum_{i<j} P_i P_j = \frac{9D^2}{q^2} \left[-\sum_i \gamma_i^2 + \sum_{i<j} \gamma_i^2 \gamma_j^2 \right], \tag{23}$$

$$\sum_{i<j} M_i M_j = \frac{9}{2b(b+a)} \left[\left(a + \frac{1}{3} b + D \right)^2 - 2D \left(a + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{1}{3} b + D \right) \sum \gamma_i^2 + 3D^2 \sum_{i<j} \gamma_i \gamma_j \right], \tag{23'}$$

*) În aproximaţia în care am lucrat în I, în probabilităţile de tranziţie n-au intervenit termeni datorită energiei de schimb.

$$\sum_{i<j} N_i N_j = \frac{9}{2b(b-a)} \cdot \left[\left(a - \frac{1}{3} b + D \right)^2 - 2D \left(a - \frac{1}{3} b + D \right) \sum \gamma_i^2 + \right.$$

$$\left. + D^2 \cdot 3 \sum_{i<j} \gamma_i \gamma_j \right]. \qquad (23'')$$

Efectuînd calculele obținem

$$\sum_{i<j} P_i P_j = -\frac{1}{2}, \qquad (24)$$

$$\sum_{i<j} M_i M_j = \frac{9D^2}{2b(b+a)} \cdot \left[\left(\frac{27}{16} \sin^4\theta - \frac{3}{2} \sin^2\theta + \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} b \left(\frac{3}{4} \sin^2\theta - \frac{1}{2} \right) \right], \qquad (24')$$

$$\sum_{i<j} N_i N_j = \frac{9D^2}{2b(b-a)} \left[\left(\frac{27}{16} \sin^4\theta - \frac{3}{2} \sin^2\theta + \frac{1}{2} \right) - \frac{2}{3} b \left(\frac{3}{4} \sin^2\theta - \frac{1}{2} \right) \right], \qquad (24'')$$

de unde se vede că corecțiile de schimb ale nivelelor depind numai de θ și r.

În felul acesta teorema este complet *demonstrată*.

Vom trece acum la studiul curbei de absorbție de energie de la cîmpul magnetic oscilant mic. Acest studiu îl vom face folosind rezultatele de mai sus, de unde se obțin imediat expresiile nivelelor și al probabilităților de tranziție, în funcție de distanța între nucleoni și înclinarea normalei la planul celor trei nucleoni, față de direcția cîmpului magnetic constant $\mathcal{H}_0$.

CURBA DE ABSORBȚIE DE ENERGIE

În lucrarea I s-a insistat destul de mult asupra faptului că energia absorbită de la cîmpul oscilant în unitatea de timp și de o anumită frecvență este proporțională cu probabilitatea de tranziție între cele două stări a căror diferență de energie este chiar frecvența respectivă înmulțită cu h. Acest lucru este bineînțeles adevărat atunci cînd avem un colectiv de sisteme de trei nucleoni, cu același triunghi al pozițiilor și la fel orientat în raport cu axele fixe, în echilibru termic la temperatura T. În acest fel se vor produce, sub acțiunea perturbației cîmpului oscilant, mai multe tranziții de la nivelele inferioare spre cele superioare, căci populația nivelelor inferioare este mai numeroasă, decît a celor superioare, și va apare pe plan macroscopic o *absorbție netă* de energie.

Intensitatea de absorbție de energie de frecvență ν_{kj} este proporțională cu [6]

$$\frac{|\nu_{kj}|^2}{kT} \cdot \left| S_{kj}^{(x)} \right|^2, \qquad (25)$$

formulă care a fost dată și în I, 1 (2). Din această formulă se confirmă afirmația de mai sus, căci noi studiem absorbția de energie în vecinătatea frecvenței de rezonanță Larmor (1). În acest fel formula pe care o vom

întrebuința pentru intensitatea de absorbție de frecvență ν la $\nu + d\nu$, va fi

$$\sum_{\nu_{dat}} p_{j\to k} \tag{26}$$

unde pentru probabilitățile $p_{j\to k}$ vom utiliza formulele I,2 (18) și (18'), adică în fond formulele de la I, 4, iar suma trebuie efectuată pentru toate probabilitățile de tranziție între nivele care dau naștere la cuante de frecvență ν.

Pentru studiul curbei de absorbție vom considera cazul unui colectiv de triunghiuri echilaterale egale de nucleoni, dar cu orientare diferită în spațiu. Deoarece în expresiile nivelelor și probabilităților de tranziție intervine numai θ și r va trebui să introducem o funcție de distribuție $f(\theta)$ pentru poziția triunghiurilor, pe care este natural să o presupunem următoarea *)

$$f(\theta)\cdot d\theta = \frac{1}{2}\sin\theta\, d\theta. \tag{27}$$

În acest fel dacă vrem să găsim intensitatea liniei de frecvență ν la $\nu + d\nu$ va trebui să observăm că această frecvență este obținută numai pentru anumite unghiuri θ, anume pentru acele unghiuri pentru care există cel puțin un grup de două nivele, a căror diferență de energie să fie tocmai $h\nu$. Dacă introducem în locul lui θ variabila x, astfel ca $x = \cos\theta$, funcția de distribuție va fi

$$\varphi(x).\, dx = f(\theta)\, d\theta = -\frac{1}{2}\, dx \tag{27'}$$

cu x variind între 1 și -1, și pentru a găsi intensitatea absorbită de frecvență ν la $\nu + d\nu$ va trebui să găsim acele valori ale lui x pentru care există cel puțin un grup de două nivele, a căror diferență de energie să fie tocmai $h\nu$. Fiind dat ν, căutăm deci $x(\nu)$ corespunzător, astfel ca

$$\sum_{\nu_{dat}} p_{j\to k}\,[x(\nu)] \neq 0.$$

Pot trece de la funcția $\varphi(x)$ la o nouă funcție $F(\nu)$, astfel ca

$$F(\nu)\, d\nu = \varphi(x)\, dx = -\frac{1}{2}\frac{dx}{d\nu}\, d\nu \tag{27''}$$

și atunci intensitatea de frecvență ν va fi (pînă la un factor constant) dată de

$$I(\nu)\, d\nu \sim F(\nu)\, p[x(\nu)]\, d\nu \sim \frac{dx}{d\nu}\cdot p[x(\nu)]d\nu, \tag{28}$$

---

*) În fond ar trebui să introducem și un factor $e^{-\frac{E(\theta)}{kT}}$, dar $E(\theta) \sim Z$ + corecții (θ), și Z/kT pentru $T \sim 100°K$ și $\mathcal{H}_0 = 10\,000$ gauși este de ordinul 10^{-4}, iar corecțiile, ce depind de θ sînt mai mici. Astfel se explică lăsarea la o parte a factorului $e^{-\frac{E(\theta)}{kT}}$

unde am notat

$$p[x(\nu)] = \sum_{\nu \text{dat}} p_{i \to k}[x(\nu)]. \tag{28'}$$

În felul acesta putem trasa pe cale grafică curba $I(\nu)$ căutată. În fond trebuie să trasăm dependența nivelelor de energie, a diferențelor dintre nivele și a probabilităților de tranziție funcție de x, și să eliminăm pe x, pentru a obține direct intensitatea de absorbție funcție de frec-

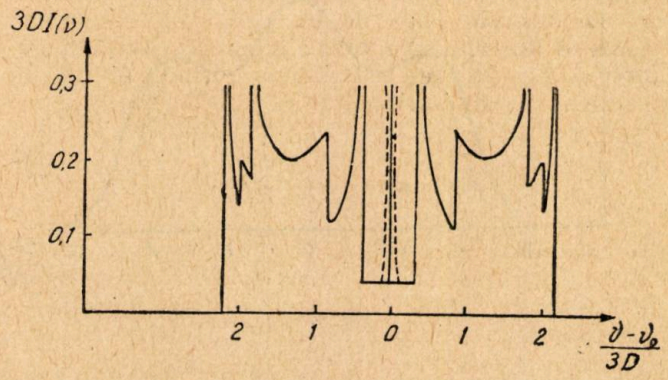


Fig. 1

vență. Asupra acestor operații grafice nu insistăm aici. Neglijînd perturbația de schimb și dipolară de ordinul doi în expresiile nivelelor, obținem exact o curbă găsită și de alți autori, care au lucrat de la început simplificat. Dacă însă perturbația de schimb, este destul de mare, sau raportul D/Z nu este prea mic, linia centrală, care era strict monocromatică, se lățește, pentru fiecare x linia descompunîndu-se într-un triplet (vezi I,4 (1)).

În figura 1 am trasat cu linie plină curba găsită de alți autori [4] și regăsită aici pentru cazul *triunghiurilor* de nucleoni *izolate**). S-au trasat punctat corecțiile la linia centrală; celelalte corecții nu s-au trasat, ele deplasînd foarte puțin pozițiile maximelor.

Această curbă nu este însă verificată experimental. Tot așa o curbă obținută pentru un sistem de doi nucleoni, calculată de E. G. P a k e [7], nu era verificată experimental. Cauza neverificării constă în ipoteza cu totul simplificatoare a independenței complete a sistemelor de cîte doi sau trei nucleoni. Într-adevăr, datorită faptului că fiecare sistem de trei nucleoni posedă un moment magnetic nuclear, apare un cîmp intern magnetic suplimentar, care se adaugă cîmpului constant $\mathcal{H}_0$. Acest *cîmp local* este foarte mic față de valoarea lui $\mathcal{H}_0$, totuși el este suficient pentru a remedia discrepanța care apare altfel între teorie și experiență. Luarea lui în considerație s-a făcut pînă în prezent în mod destul de arbi-

*) Curba este pentru intensități relative, nu pentru valorile absolute ale intensităților astfel încît suprafața închisă între curbă și axa absciselor să fie unu.

trar [4], [7]. Totuşi rezultatele teoretice obţinute în acest fel concordă destul de bine cu experienţa [8].

Reproducem cu titlul de curiozitate curba obţinută de Andrew (curba plină) în comparaţie cu cea experimentală (curba punctată), pentru un colectiv de sisteme de trei nucleoni, neizolaţi, cu interacţiune magnetică între ei (fig. 2). S-a ţinut seama de existenţa unui cîmp local

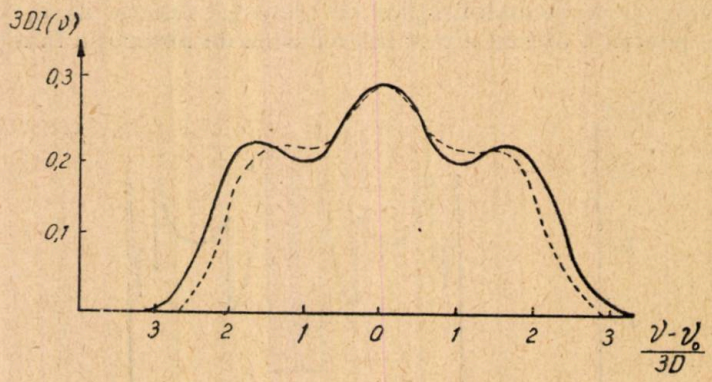


Fig. 2

suplimentar, introducînd o *funcţie de distribuţie gaussiană* ascuţită, cu o lărgime de cîţiva gauşi, pentru cîmpul total magnetic în care sînt introduse sistemele de cîte trei nucleoni (acest cîmp a fost presupus tot după *Oz*). Centrul curbei gaussiene a fost plasat în dreptul valorii cîmpului extern aplicat $\mathcal{H}_0$.

În încheiere ţin să remarc, că o altă explicaţie a netezirii vîrfurilor din cazul sistemelor independente, s-ar putea obţine ţinînd seama şi de vibraţiile nucleonilor, faţă de poziţiile lor de echilibru. Se ştie însă, [9] că asemenea vibraţii strică în general echilateralitatea triunghiului. Problema este interesantă, însă nu a fost abordată aici, datorită unor dificultăţi principiale şi de calcul.

КРИВАЯ ЯДЕРНОЙ МАГНИТНОЙ АБСОРБЦИИ В СИСТЕМЕ ТРЕХ НУКЛОНОВ, ОБРАЗУЮЩИХ РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе исследуется ядерный магнитный резонанс в системе трех нуклонов, положения которых образуют равносторонний треугольник с расстоянием r между нуклонами. Исследуются стационарные состояния системы в постоянном магнитном поле $\mathcal{H}_0$ и указывается, что исправленные значения уровней при учете двухполюсного возмущения второго порядка и обменного возмущения первого порядка

зависят, помимо универсальной постоянной и значения поля, только от угла, образуемого нормалью к плоскости треугольника и полем, а также от расстояния между нуклонами. То же констатируется в отношении вероятности перехода. Для расчета использовались некоторые результаты из другой работы [1]. Исследуется, наконец, кривая абсорбции для коллектива систем трех нуклонов, независимых между собой и с изотропной ориентацией в пространстве, причем приводятся некоторые данные, дополняющие предыдущие результаты [4].

LA COURBE D'ABSORPTION MAGNÉTIQUE NUCLÉAIRE D'UN SYSTÈME DE TROIS NUCLÉONS FORMANT UN TRIANGLE ÉQUILATÉRAL

(RÉSUMÉ)

Dans le présent travail, l'auteur étudie la résonance magnétique nucléaire dans un système de trois nucléons, dont les positions forment un triangle équilatéral, de côté r. On étudie les états stationnaires du système, dans un champ magnétique constant $\mathcal{H}_0$ et on démontre que les valeurs corrigées des niveaux, compte tenu d'une perturbation dipolaire du second ordre, ainsi que d'une perturbation d'échange du premier ordre, ne dépendent, en dehors des constantes universelles et de la valeur du champ, que de l'angle que la normale au plan du triangle fait avec le champ, et de la distance entre les nucléons. La situation est la même en ce qui concerne les probabilités de transition. Pour effecteur les calculs, on a utilisé certains résultats provenant d'un autre travail [1]. On étudie, enfin, la courbe d'absorption d'un ensemble de systèmes indépendants de trois nucléons, à orientation isotrope dans l'espace, et l'on fait quelques remarques supplémentaires par rapport à certains résultats antérieurs [4].

BIBLIOGRAFIE

1. A. Corciovei şi M. Mugur, Studii şi cercetări de fizică, acest volum, p. 261.
2. J. Van Vleck, Phys. Rev., 1948, t. 74, p. 1168.
3. A. Corciovei, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, nr. 1, 1957, p. 55.
4. F. R. Andrew a. R. Bersohn, J. Chem. Phys., 1950, t. 18, p. 159.
5. — J. Chem. Phys., 1952, t. 20, p. 924.
6. L. J. F. Broer, Physica, 1943, t. 10, p. 801.
7. G. E. Pake, J. Chem. Phys., 1948, t. 16, p. 327.
8. Gutowski a. G. E. Pake, J. Chem. Phys., 1952, t. 18, p. 169.
9. G. Herzberg, *Molecular Spectra and Molecular Structure*. D. Van Nostrand Company, New York, 1949.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

ASUPRA RELAXĂRILOR ÎN CÎMP EXTERN INTENS A ANSAMBLURILOR DE MICROSISTEME PERMANENT POLARE*)

DE

MIOARA MUGUR

Fie un sistem de N nuclee identice cu spin $I = 1/2$ în echilibru termic cu reţeaua. Dacă se instituie un cîmp magnetic extern intens **) omogen şi constant $\mathbf{H}_0$, începe imediat un proces de relaxare ce dezegalizează treptat populaţiile n_1 şi n_2, iniţial egale, ale celor două nivele de energie E_1 şi E_2 (pe scurt 1 şi 2) permise în $\mathbf{H}_0$, îmbogăţind nivelul 2 de energie joasă, pînă se realizează o valoare de echilibru, n_e, a surplusului instantaneu de populaţie, n, pe nivelul 2. Ecuaţia de relaxare în acest caz particular este, evident

$$\frac{dn}{dt} = 2\,(n_1\,W_{1\to 2} - n_2\,W_{2\to 1}) \tag{1}$$

unde n, n_1 şi n_2 au fost definiţi mai sus, iar $W_{1\to 2}$ şi $W_{2\to 1}$ sînt probabilităţile raportate la timp ca variaţiile produse în cîmpurile magnetice locale de către mişcările termice să inducă unui nucleu dat oarecare i, respectiv, o tranziţie $1\to 2$ sau o tranziţie $2\to 1$. Faptul că un proces de relaxare la începutul căruia populaţiile sînt egale în cele două stări, conduce la o situaţie de echilibru în care există un surplus de populaţie în starea de energie joasă, implică că în orice moment din cursul relaxării $W_{1\to 2} > W_{2\to 1}$. Deci $W_{1\to 2}$ poate fi scris sub forma

$$W_{1\to 2} = W_{2\to 1} + W_{\mathrm{sp}1\to 2} \tag{2}$$

unde indicele „sp" ataşat diferenţei $W_{\mathrm{sp}1\to 2}$ dintre $W_{1\to 2}$ şi $W_{2\to 1}$ subliniază analogia dintre rolul pe care-l are acest termen în (2) şi rolul tranziţiei spontane a lui Einstein în expresia probabilităţii de emisie la

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 5 aprilie 1957.

**) Considerăm „intens" cîmpul magnetic extern, atunci cînd sînt neglijabile în raport cu el cîmpurile magnetice locale, create în dreptul fiecărui nucleu de către momentele magnetice ale celorlalte nuclee.

un sistem atomic. Această analogie formală provine din analogia fizică aproape perfectă ce există între un spin în cîmp magnetic extern și un electron atomic ce stă în cîmpul electrostatic nuclear. Pe cîtă vreme însă probabilitatea de emisie spontană a lui Einstein este o constantă caracteristică speciei atomice, $W_{sp1\to 2}$ din (2) este, în general, o funcție de temperatura T_R a rețelei asociate ansamblului de spini. Totuși, examinînd expresiile ce au fost stabilite pentru $W_{1\to 2}$ și $W_{2\to 1}$ în cele două teorii mai importante în care s-a tratat pînă acum despre relaxările magnetice nucleare în cîmp extern intens (teoria lui I. Waller [1] și teoria lui N. Bloembergen, E. M. Purcell și R. V. Pound [2], rezultă că în anumite condiții și $W_{sp1\to 2}$ din (2) este, în raport cu T_R, o constantă. În domeniile compatibile cu condițiile în care $W_{sp1\to 2}$ nu depinde de T_R, introducerea în ecuația (1) a formei (2) a probabilității $W_{1\to 2}$ conduce la următoarele două rezultate, care credem că sînt suficient de interesante pentru a merita să le explicităm :

a) Ecuația de relaxare ia o formă compatibilă cu un nou model pentru mecanismul de relaxare.

b) Rezultă o expresie a distribuției de echilibru în funcție exclusiv de mărimi de domeniul microscopiei (temperatura sistemului nu intervine) și o expresie a susceptibilității de echilibru în care singura mărime fenomenologică este cîmpul extern. Aceste expresii permit o înțelegere mai intimă a fenomenului de relaxare.

Să arătăm întîi care sînt, conform teoriilor existente, domeniile de independență de T_R a lui $W_{sp1\to 2}$.

Teoria lui Waller se referă la relaxarea spini-rețea în cristale ideale. În această teorie se presupune deci existența unor vibrații termice într-o rețea în rest rigidă. În această ipoteză se dezvoltă în serie după puterile lui Δr_{ij} (r_{ij} fiind distanța între spinii i și j) energia de perturbație apărută din interacția între momentele magnetice nucleare, și se calculează apoi $W_{1\to 2}$ și $W_{2\to 1}$ în două aproximații. Într-o primă aproximație se presupune că numai termenul liniar în Δr_{ij} al dezvoltării contribuie la inducerea tranzițiilor, iar în a doua aproximație se iau în considerare și termenii patratici. În cîmpuri obișnuite, aportul termenilor patratici este preponderent la temperaturile curente, însă la temperaturi suficient de joase se întîmplă contrariul. Există deci un domeniu de temperatură ce variază cu cîmpul extern, în care se poate considera că operează probabilitățile de tranziție obținute de Waller în prima lu aproximație. Expresiile acestor probabilități sînt

$$W_{1\to 2\,(W)} = Z\frac{5}{2\pi^2\hbar}\left(\frac{\mu^2}{r^3}\right)^2\left(\frac{2\mu H_0}{\hbar}\right)^3\frac{1}{\rho v^5}\frac{e^{\frac{2\mu H_0}{kT_R}}}{e^{\frac{2\mu H_0}{kT_R}}-1} \tag{3}$$

și

$$W_{2\to 1(W)} = Z\frac{5}{2\pi^2\hbar}\left(\frac{\mu^2}{r^3}\right)^2\left(\frac{2\mu H_0}{\hbar}\right)^3\frac{1}{\rho v^5}\frac{1}{e^{\frac{2\mu H^0}{kT_R}}-1} \tag{4}$$

unde indicele (W) indică numele lui Waller, Z este numărul de vecini ai unui spin, $\bar{r}$ este distanța medie dintre spinii vecini, μ este momentul magnetic nuclear, ρ densitatea cristalului, iar v este viteza medie a undelor elastice. După cum se vede imediat diferența $W_{sp1\to 2}$ a probabilităților (3) și (4) este constantă în raport cu T_R.

În teoria lui Bloembergen, Purcell și Pound se presupune că microsistemele ce conțin spini nucleari sînt implicate într-o agitație termică browniană. În această ipoteză caracterul statistic al mișcărilor permite folosirea metodelor curente în teoria fluctuațiilor, iar expresiile ce se obțin pe această cale pentru probabilitățile de tranziție sînt

$$W_{1\to 2\,(B.P.P.} = \frac{3}{4}\gamma^4\hbar^2 I\,(I+1)\times\left[< F_1(t)\,F_1^*(t) > 2\tau_c\,(1+\omega_0^2\,\tau_c^2)^{-1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} < F_2(t)\,F_2^*(t) > 2\,\tau_c\,(1+4\,\omega_0^2\,\tau_c^2)^{-1}\right] e^{-\frac{\gamma\hbar H_0}{kT_R}} \quad (5)$$

și

$$W_{1\to 2\,(B.P.P.)} = \frac{3}{4}\,\gamma^4\hbar^2\,I\,(I+1)\times\left[< F_1(t)\,F_1^*(t) > 2\,\tau_c\,(1+\omega_0^2\,\tau_c^2)^{-1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} < F_2(t)\,F_2^*(t) > 2\,\tau_c\,(1+4\,\omega_0^2\,\tau_c^2)^{-1}\right] e^{-\frac{\gamma\hbar H_0}{kT_R}} \quad (6)$$

unde indicele (B.P.P.) indică numele autorilor, F_1 și F_2 sînt niște funcții de coordonatele spinilor ce apar în expresia energiei de interacție între spini, $< >$ indică o operație de mediere, ω_0 este frecvența Larmor a spinilor în $\mathbf{H}_0$, $\gamma = \frac{\mu}{\hbar I}$ iar τ_c este un timp de corelație analog celui introdus de Debaye în teoria dispersiei dielectrice, a cărui valoare este $\tau_c = \frac{4\pi\eta a^3}{3kT_R}$, η fiind coeficientul de viscozitate, iar a o constantă caracteristică sistemului. Se poate arăta că, dacă $\omega_0^2\ \tau_c^2 \gg 1$ diferența dintre $W_{1\to 2}$ (B.P.P.) și $W_{2\to 1}$ (B.P.P.) depinde explicit numai de cîmpul extern, de constante caracteristice sistemului și de η. Această diferență variază numai implicit cu T_R, prin intermediul lui η, și poate fi considerată constantă în raport cu T_R în domeniile în care η variază lent cu T_R (cum se întîmplă în domenii largi în cazul solidelor la care se aplică această teorie).

În concluzie, atît pentru cazul cristalelor ideale, cît și pentru acela al anumitor solide (la care se aplică teoria B.P.P.), al lichidelor sau al gazelor, există anumite condiții specifice, relativ largi la solide, în care diferența $W_{sp1\to 2}$ a probabilităților raportate la timp $W_{1\to 2}$ și $W_{2\to 1}$ este independentă de temperatura rețelei.

În ipoteza că ne aflăm într-o situație în care condițiile specifice pentru independența de T_R a lui $W_{sp1\to 2}$ sînt realizate, forma (2) a probabilității raportate la timp $W_{1\to 2}$ reprezintă în fond o separare a acestei probabilități într-un termen în care este concentrat tot aportul mișcărilor

termice *) la $W_{1\to 2}$, și care este egal cu probabilitatea $W_{2\to 1}$, și un termen suplimentar ce reprezintă interacția de zero între microsisteme și care creează asimetria în comportarea unui spin. Să notăm $W_{2\to 1} = W_{1\rightleftarrows 2}$ pentru a pune în evidență faptul că termenul dependent de T_R participă în mod egal la probabilitatea tranzițiilor $1\to 2$ și $2\to 1$. Cu această notație, introducînd (2) în (1), și ținînd seama că $2n_1 = N - n$ și $2n_2 = N + n$, unde N este numărul total al spinilor din ansamblu, ecuația (1) devine

$$\frac{dn}{dt} = W_{sp1\to 2}(N - n) - 2nW_{1\rightleftarrows 2}. \qquad (1')$$

Primul termen, independent de T_R, are rolul activ în ecuația de relaxare. El tinde să întrețină o viteză pozitivă de relaxare pînă la anularea factorului $(N - n)$, adică pînă la ordonarea perfectă a tuturor spinilor pe nivelul de energie joasă. Al doilea termen, dependent de mișcările termice, joacă, dimpotrivă, un rol rezistent. El tinde în fiecare moment să reinstaureze egalitatea inițială a populațiilor, contracarînd efectul primului termen cu atît mai puternic cu cît surplusul de populație deja realizat este mai mare.

Se știe care este mecanismul de relaxare admis astăzi. Forma (1') a ecuației de relaxare este compatibilă și cu un alt model pentru acest mecanism. Iată în ce constă acest nou model posibil:

Se poate considera că sistemul elementar ce intervine în constituția ansamblului ce suferă relaxarea este „un spin-în-cîmpul-extern-$\mathbf{H}_0$". Interacția dintre ansamblul de „spini-în-cîmpul-extern-$\mathbf{H}_0$" și rețea, poate fi concepută ca realizîndu-se într-un mod perfect analog celui în care concepe Einstein că se realizează interacția dintre un ansamblu de atomi și un cîmp radiant. Fiecare dintre „spinii-în-cîmpul-extern-$\mathbf{H}_0$" aflați la un moment dat în starea 1 de energie mai mare, efectuează în mod spontan, adică altfel exprimat, datorită nu interacției termice dintre microsisteme, ci datorită exclusiv interacției de zero dintre acestea, o tranziție $1\to 2$, cu probabilitatea unilaterală $W_{sp1\to 2}$, spinii aflați în starea 2 păstrîndu-și starea. Totodată, toți „spinii-în-cîmpul-extern-$\mathbf{H}_0$" efectuează, cu probabilitatea simetrică $W_{1\to 2}$, tranziții $1\to 2$ sau $2\to 1$ (după cum se află în starea 1 sau 2), induse de mișcările termice prin varierea cîmpurilor locale, adică provenite, în ultima analiză, exclusiv din interacția termică dintre microsistemele individuale.

Dacă tranzițiile spontane s-ar produce singure, ele ar rezulta pe plan fenomenologic într-o relaxare dezegalizatoare a populațiilor, necontracarată, pură, ce ar continua exponențial pînă la ordonarea perfectă a spinilor în cîmpul extern, și a cărei ecuație ar fi

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_1 = W_{sp1\to 2}(N - n) \qquad (7)$$

*) Prin independență de mișcările termice (de T_R) vom înțelege dependența exclusiv de fluctuațiile de zero, căci este convenabil aici să considerăm că sfera noțiunii „fluctuații de zero" nu este inclusă în sfera noțiunii „mișcări termice".

Iar dacă s-ar produce exclusiv tranzițiile induse, reprezentate de probabilitatea $W_{1\to 2}$, simetrică, dar aplicată unor populații inegale, ea ar compune, dimpotrivă, un proces de relaxare egalizator, ce ar continua exponențial pînă la dezordonarea perfectă a spinilor, și a cărei ecuație ar fi

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_2 = -2W_{1\rightleftarrows 2}\, n \tag{8}$$

(un proces de acest tip se produce de altfel efectiv după suprimarea cîmpului extern).

Viteza procesului real de relaxare (1′) rezultă în fiecare moment din compunerea vitezelor proceselor fictive (7) și (8).

Forma (2) a probabilității $W_{1\to 2}$, asociată cu ipoteza că ne aflăm într-un caz în care $W_{sp1\to 2}$ este independent de T_R, conduce deci la posibilitatea de a considera procesul real de relaxare ca provenind din suprapunerea a două procese fictive independente, unul exprimînd tendința spinilor individuali spre starea de energie minimă în cîmpul extern, realizată prin intermediul interacțiilor de zero, iar celălalt reprezentînd o rezistență opusă de ansamblul de spini acestei tendințe, datorită interacției termice dintre microsistemele componente. Se poate spune că totul se petrece *ca și cum* procesul de relaxare ar rezulta din această suprapunere.

Deși acest model nu se integrează perfect în mecanica cuantică (în aceeași măsură în care nici mecanismul presupus de Einstein în studiul lui, a absorbției și emisiei luminii de către sisteme atomice nu se integrează în ea *), el constituie totuși încă o concepție logic compatibilă cu ecuația (1′) și ar putea oferi o bază comodă și fertilă de raționament în cazuri în care mecanismul admis în mod curent s-ar putea dovedi mai greu de utilizat. Credem de asemenea că faptul că ecuația (1′) izolează contribuția la relaxare a lui T_R — adică a unuia dintre cei doi parametri importanți ai sistemului studiat, care sînt manevrabili din exterior — poate sugera noi procedee experimentale pentru determinarea caracteristicilor nucleare.

Ecuația (1′) este imediat integrabilă dacă se presupune că în tot timpul procesului de relaxare $W_{sp1\to 2}$ și $W_{1\rightleftarrows 2}$ sînt constante. În cîmp extern constant $W_{sp1\to 2}$ este constant, însă $W_{2\rightleftarrows 1}$ depinde de T_R. Pentru a putea considera că și $W_{2\rightleftarrows 1}$ rămîne constant în tot decursul relaxării este necesar să se admită că T_R nu variază în acest timp. Această presupunere este justificată dacă $kT_R \gg \gamma\hbar H_0$, căci în acest caz căldura specifică a rețelei este mult mai mare decît aceea a spinilor. Această condiție, pusă de altfel și de Bloembergen, Purcell și Pound în teoria lor, este foarte bine verificată în marea majoritate a cazurilor ce intră de obicei în considerare (la temperatura camerei și pentru $\omega_0 = 2\pi \times 10\ MHz$, $\frac{\gamma\hbar H_0}{kT_R} = 1{,}6 \times 10^{-6}$). Admițînd această condiție, inte-

*) Este probabil că ar fi posibil de realizat și aici, ca și în cazul lui Einstein, o perfectă integrare, dacă s-ar utiliza consecvent noțiunea de fluctuație de zero.

grala ecuației (1′) este

$$n = \frac{N W_{sp_1 \to 2}}{2W_{1 \rightleftarrows 2} + W_{sp_1 \to 2}} \left(1 - e^{-(2W_{1 \rightleftarrows 2} + W_{sp_1 \to 2})t}\right). \tag{9}$$

După cum era de așteptat conform modelului propus, diferența de echilibru între populațiile nivelelor

$$n_e = \frac{2W_{sp_1 \to 2}}{2W_{1 \rightleftarrows 2} + W_{sp_1 \to 2}} \tag{10}$$

este proporțională cu N și cu $W_{sp_1 \to 2}$, și cu atît mai mică cu cît este mai mare $W_{1 \rightleftarrows 2}$, conținut în termenul rezistent din (1′).

Notînd cu n_{1e} și n_{2e} populațiile de echilibru pe nivele, ținînd seama de condiția $n_{1e} + n_{2e} = N$ și de faptul că prin definiție $n_{2e} - n_{1e} = n_e$, rezultă pentru populațiile de echilibru expresiile

$$n_{1e} = \frac{N W_{1 \to 2}}{2W_{1 \rightleftarrows 2} + W_{sp_1 \to 2}}, \quad n_{2e} = \frac{N(W_{sp_1 \to 2} + W_{1 \rightleftarrows 2})}{2W_{1 \rightleftarrows 2} + W_{sp_1 \to 2}} \tag{11}$$

Formulele (11) exprimă distribuția de echilibru a spinilor în funcție de probabilitățile individuale de tranziție între nivele. Această exprimare este corelată în mod explicit cu mecanismul de relaxare descris mai sus, și constituie chiar un fel de tablou sinoptic al acestui mecanism. Între exprimarea (11), în care intervin exclusiv mărimi de domeniul microscopiei, și exprimarea Boltzmann, în care intervine și o mărime fenomenologică (T_R), există desigur o perfectă echivalență. Pe altă cale, și în altă ordine de idei, M. J. K l e i n [3] a ajuns la niște expresii ale lui n și n_e în funcție de probabilitățile de tranziție, care sînt echivalente cu (10) și (11).

Pentru susceptibilitatea de echilibru χ_e rezultă imediat următoarea expresie în funcție de $W_{sp_1 \to 2}$ și $W_{1 \rightleftarrows 2}$

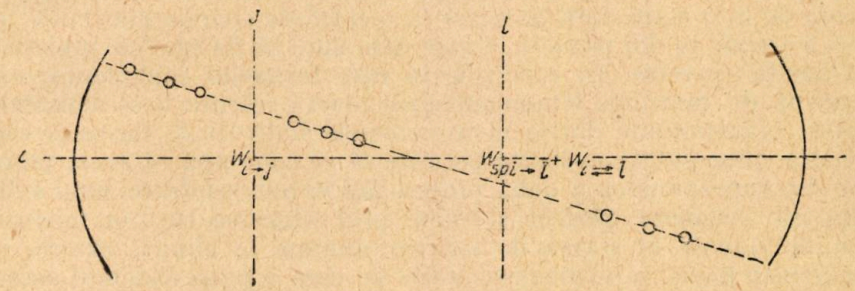
$$\chi_e = \frac{m_2 N W_{sp_1 \to 2}}{H_0 (2W_{1 \rightleftarrows 2} + W_{sp_1 \to 2})}, \tag{12}$$

unde m_2 este numărul cuantic magnetic al unui spin în starea 2. Această expresie definește prin comparație niște corelații între probabilitățile $W_{sp_1 \to 2}$ și $W_{1 \rightleftarrows 2}$ și constantele ce intervin în expresia Curie a susceptibilității.

Nu există nici o piedică de principiu pentru a generaliza rezultatele de mai sus la cazul unui număr finit oarecare k de nivele. Calea pe care poate fi realizat acest lucru este următoarea :

Fie un sistem de N nuclee în interacție termică, introduse într-un cîmp extern $\mathbf{H}_0$, și avînd un spin I dat, oarecare. Fie k numărul stărilor cuantice permise în $\mathbf{H}_0$, ce corespunde lui I. Dacă ne plasăm în cazul cel mai general, în care un nivel dat interacționează cu toate celelalte nivele,

atunci matricea probabilităților de tranziție are forma



(13)

unde $j < i$, iar $i < l \leqslant k$. Forma elementelor de deasupra diagonalei,

$$W_{i\to l} = W_{spi\to l} + W_{i\to l} \tag{2'}$$

generalizează forma (2) a probabilității unei tranziții de la un nivel dat la altul de energie mai mică. Procesul de relaxare a ansamblului de spini poate fi atunci descris prin sistemul de ecuații diferențiale

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_{p=1}^{k} W_{p\to i}\, n_p - n_i \sum_{p=1}^{k} W_{i\to p} \quad (i = 1,2 \ldots k) \tag{14}$$

unde toți W au forma dată de (13) și sînt considerați cunoscuți, și unde se presupune, ca mai sus, că W_{sp} sînt independenți de T_R. Numai $k - 1$ dintre cele k ecuații ale acestui sistem sînt independente căci între ele există relația $\sum_{i=1}^{k} n_i = N$. Ecuațiile (14) asociate cu această relație determină în principiu complet populațiile instantanee n_i în orice moment t, și, în particular, și în momentul limită $t = \infty$. Ansamblul n_{ie} al valorilor n_i pentru $t = \infty$, reprezintă o distribuție generală de echilibru de tipul distribuției (11). Relațiile de care dispunem conduc, pentru fiecare n_i, la o sumă de termeni exponențiali care se anulează cînd $t = \infty$ și un termen constant aditiv ce reprezintă populația de echilibru pe nivelul i. Găsirea coeficienților exponențialelor și a factorului timpului în exponent într-un caz concret cu $k > 3$ poate prezenta mari dificultăți practice. Însă distribuția de echilibru a populațiilor poate fi totuși găsită pentru cazul general, căci pentru $t = \infty$ se obține un sistem de $k - 1$ ecuații liniare independente cu $k - 1$ necunoscute n_{ie}. Din discuția și rezolvarea acestui sistem se obțin populațiile de echilibru pe cele k nivele, exprimate în funcție de probabilitățile de tranziție, iar valoarea de echilibru a susceptibilității rezultă apoi și ea în același fel ca în cazul stimulului $I = \frac{1}{2}$.

În încheiere remarcăm următoarele :

Se poate face un șir de considerații perfect analog celui de mai sus, referitor la relaxarea prin orientare în cîmp extern a oricărui ansamblu de sisteme permanent polare, indiferent de ordinul momentelor polare, de natura lor, de faptul dacă stările lor sînt cuantificate sau nu, sau de forma dependenței de timp a cîmpului extern.

BIBLIOTECA CENTRALĂ ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÂNE 1948

În teoria cinetică a oricărui proces ireversibil ce se petrece în prezența unui cîmp extern intervin probabilități asimetrice. Probabilitățile de trecere de la o stare dată oarecare la o stare de energie mai mică pot fi atunci separate în doi termeni, dintre care unul să fie egal cu probabilitatea tranziției inverse. În condițiile în care termenul suplimentar este independent de mărimile fenomenologice nenule cărora li se datorează interacția perturbatoare dintre microsistemele individuale, forma pe care o ia ecuația procesului considerat permite să se conceapă că acest proces provine din suprapunerea a două procese fictive independente, unul avînd tendința să ordoneze perfect sistemul prin aducerea tuturor microsistemelor individuale în starea de energie minimă în cîmpul extern, iar celălalt termen jucînd rolul unei rezistențe pe care o pune sistemul acestei tendințe de perfectă ordonare, și care apare datorită interacțiilor termice dintre microsistemele individuale. Studiul proceselor ireversibile dintr-o categorie destul de largă poate fi redus astfel la studiul unor procese mai simple.

О РЕЛАКСАЦИЯХ ВО ВНЕШНЕМ ИНТЕНСИВНОМ ПОЛЕ СОВОКУПНОСТЕЙ ПОСТОЯННО ПОЛЯРНЫХ МИКРОСИСТЕМ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Автор указывает, что уравнение релаксации в интенсивном внешнем поле совокупности постоянно полярных микросистем может быть представлено в форме, совместимой с новой возможной моделью механизма релаксации, когда разница между вероятностью перехода индивидуальной микросистемы из данного состояния в другое состояние более пониженной энергии и вероятностью обратного ее перехода не зависит от температуры сети. Эта модель может привести к новым способам экспериментирования для исследования ядерных или микроструктурных характеристик и может оказаться полезной для общей теории необратимых процессов. Отсюда вытекает также выражение для равновесного распределения микросистем и для восприимчивости системы, в зависимости от вероятности перехода индивидуальных микросистем.

ON THE RELAXATION OF THE SYSTEMS OF PERMANENTLY POLARISED MICROSYSTEMS, IN A STRONG EXTERNAL FIELD

(ABSTRACT)

The author shows that the relaxation equation, in a strong external field, of a system of permanently polarised microsystems can be expressed in a form consistent with a new possible model of the relaxation mechanism — provided that the difference between the transition probability of an individual microsystem, from a given state to another one of a lower

energy, and the probability of the reverse transition, be independent of the lattice temperature. This model may suggest new ways of experimentation in the study of nuclear or microstructural characteristics and it may grow fertile in the general theory of irreversible processes. Another result is an expression of the equilibrium distribution of the microsystems and of the equilibrium susceptibility of the system, as a function of the transition probabilities of individual microsystems.

BIBLIOGRAFIE

1. I. Waller, Zeits. f. Physik, 1932, t. 79, p. 370.
2. N. Bloembergen, E. M. Purcell a. R. V. Pound, Phys. Rev., 1948, t. 73, nr. 7, p. 679.
3. M. J. Klein, Phys. Rev., 1956, t. 103, p. 1.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

STUDIUL DEPENDENȚEI DE TEMPERATURĂ A FORȚEI COERCITIVE LA UNELE MATERIALE LAMINATE MAGNETIC MOI ȘI PULBERI FEROMAGNETICE FIN DISPERSATE *)

DE

M. ROSENBERG

1. Introducere

Creşterea forţei coercitive H_c o dată cu micşorarea grosimii laminatelor şi peliculelor feromagnetice, a fost observată încă de mult mai ales la grosimi submicronice. De asemenea, s-a observat creşterea forţei coercitive a pulberilor feromagnetice ca urmare a creşterii gradului de dispersie al particulelor ce alcătuiau pulberile.

Încercările de a explica aceste fenomene prezentau atît interes ştiinţific, deoarece serveau la înţelegerea mecanismului procesului de magnetizare, cît şi interes practic, deoarece tolele laminate din materiale magnetic moi se folosesc pe scară largă în industria electrotehnică, iar pulberile feromagnetice joacă un rol din ce în ce mai important în obţinerea magneţilor permanenţi cu caracteristici superioare celor turnaţi.

Forţa coercitivă este una din cele mai importante mărimi ce caracterizează proprietăţile materialelor feromagnetice. Ea este foarte sensibilă la transformările suferite de material, la prelucrarea sa termică şi mecanică, la gradul de puritate. După mărimea forţei coercitive putem aprecia şi „posibilităţile magnetice" ale materialelor, deoarece ea este în strînsă legătură cu permeabilitatea şi inducţia remanentă.

Teoria forţei coercitive, dezvoltată mai ales în ultimele două decenii, permite, cel puţin în linii mari, interpretarea corectă a rezultatelor experimentale şi înţelegerea mecanismului procesului de magnetizare în materialele studiate.

Cercetarea sistematică a rezultatelor la care ajunge teoria permite să se tragă concluzia, că una din căile cele mai potrivite pentru explicarea

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 4 mai 1957.

mecanismelor care conduc la diferitele valori ale forței coercitive este studiul dependenței de temperatură a forței coercitive.

Lucrarea de față *) are tocmai scopul de a prezenta rezultatele obținute în cercetarea dependenței de temperatură a forței coercitive la cîteva materiale laminate magnetic moi, în legătură cu variația grosimii lor. De asemenea, se prezintă și unele rezultate cu privire la dependența de temperatură a forței coercitive la pulberi magnetic dure de tipul feritelor.

În primul caz este necesar să se explice creșterea forței coercitive o dată cu micșorarea grosimii benzilor laminate și să se încerce să se stabilească dacă această creștere este condiționată de modificări de structură magnetică, de caracteristicile procesului de remagnetizare sau numai de un efect superficial provocat de prelucrarea mecanică și termică.

În cazul al doilea, alegînd pulberi cu particule suficient de fine se putea obține material experimental pentru verificarea rezultatelor teoriei forței coercitive a pulberilor formate din particule monodomenice sau aproape monodomenice.

2. Rezultate anterioare

Cercetări mai sistematice cu privire la dependența forței coercitive de grosimea laminatelor, în intervalul care ne interesează (0,35—0,005 mm), s-au întreprins de către Littmann [2], Zaikova și Sur [3].

Littmann observă creșterea forței coercitive cu micșorarea grosimii benzilor laminate la permalloy cu adaos de molibden (3—4%), la aliajul Fe-Ni cu 48% Ni și Fe-Si cu 3% Si.

Măsurarea forței coercitive s-a efectuat după ce probele au fost supuse recristalizării în vid înaintat. Littmann presupune că creșterea forței coercitive nu poate fi explicată prin impurificarea suprafeței probelor în cursul tratamentului termic.

Zaikova și Sur studiază dependența de grosime a forței coercitive la diferite probe de materiale magnetic moi : Fe, aliaje Fe-Si și aliaje Fe-Ni. Ei observă că micșorînd grosimea probelor de la 0,1 la 0,07 mm, forța coercitivă se modifică puțin față de valoarea caracteristică materialului în stare masivă. Subțierea ulterioară provoacă o creștere relativ lentă pînă ce se atinge o grosime „critică" sub care forța coercitivă crește abrupt. Pentru grosimi de ordinul micronului forța coercitivă este de cîteva ori mai mare decît valoarea inițială. Cu cît forța coercitivă a probei de grosime mare (inițială) este mai scăzută, cu atît este mai redusă și grosimea „critică".

Zaikova și Sur explică rezultatele obținute presupunînd că prin subțierea probei laminate se modifică structura magnetică a materialului și rolul predominant în caracterul procesului de magnetizare încep să-l joace domeniile superficiale.

*) Rezultatele expuse în această lucrare au format obiectul disertației autorului pentru titlul de candidat în științe fizico-matematice [1].

Studiile dependenței de temperatură a forței coercitive la pulberi fine feromagnetice s-au întreprins mai ales de către L. Weil și colaboratori [4], [5], [6], [7], [8] și Ch. Guillaud [9], [10], [11]. Ei au verificat în parte rezultatele teoriei forței coercitive a pulberilor formate din particule monodomenice, separînd cazurile în care rolul principal îl joacă anizotropia magneto-cristalină sau anizotropia de formă a particulelor.

3. Stadiul actual al teoriei forței coercitive

Teoria modernă a forței coercitive face posibilă înțelegerea mecanismului procesului de magnetizare din analiza rezultatelor experimentale asupra dependenței forței coercitive de diferiți factori și în primul rînd de temperatură. Cercetarea mecanismului dependenței forței coercitive de grosimea probelor laminate trebuia întreprinsă astfel încît să poată fi folosite rezultatele teoriei. La fel în cazul studiului dependenței de temperatură a forței coercitive la pulberi feromagnetice fine.

Elaborarea și dezvoltarea teoriei moderne a forței coercitive se bazează pe teoria structurii domeniilor de magnetizare spontană.

Pe baza rezultatelor obținute de I. Frenkel și I. Dorfman [12], F. Bloch [13], L. Landau și B. Lifșiț [14], [15] s-au putut calcula forma și dimensiunile zonelor de trecere dintre domenii (pereții de 180° ai lui Bloch și de 90° ai lui Becker), precum și forma și dimensiunile domeniilor.

În materialele tehnice folosite curent, cu structură policristalină, în care cristalitele nu au dimensiunea medie, D, mult prea redusă ($D > 3-5\ \mu$), se poate arăta că mecanismul procesului de magnetizare se datorește mai ales deplasării pereților dintre domenii, în timp ce rotația joacă un rol predominant numai în regiunea de saturație a curbei de magnetizare. Mărimea, ca și natura forței coercitive, H_c, sînt strîns legate de cîmpul critic H_0 care provoacă deplasarea ireversibilă a pereților dintre domenii. Se presupune că după ce materialul feromagnetic a fost magnetizat pînă la saturație, dacă scădem intensitatea cîmpului, pereții care se formează din nou rămîn blocați pe „neomogeneitățile" de structură ale materialului și numai pentru o valoare determinată a cîmpului magnetic inversat, egală cu forța coercitivă, pereții pot înfrînge rezistența ce li se opune, deplasîndu-se apoi liber, și remagnetizînd materialul.

Teoria forței coercitive s-a dezvoltat după două direcții determinate de natura „neomogeneităților" considerate ca centre de blocare a pereților. Astfel, a luat naștere teoria tensiunilor în care se considerau ca principale neomogeneități, regiunile în care acționează tensiunile interne produse în material pe o cale sau alta și teoria incluziunilor, în care neomogenitățile sînt reprezentate de incluziunile și golurile ce pot exista în materialele feromagnetice, datorită impurităților sau tratamentului termic.

Teoria tensiunilor în forma ei elementară a fost elaborată de E. Kondorski [16], care s-a bazat pe dependența energiei și grosimii pereților lui Bloch de energia magnetoelastică și în consecință de tensiunile elastice ce se manifestă în diferitele regiuni ale materialului. Valoarea

cîmpului necesar pentru ca peretele să depășească regiunea unui maximum de tensiune (deplasarea va fi apoi ireversibilă), reprezintă cîmpul critic H_0 care după K o n d o r s k i este

$$H_0 = \frac{3}{4} \frac{\lambda_s \delta}{I_s h} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial n} \right)_{\max}$$

unde I_s este intensitatea de magnetizare spontană, λ_s — constanta de magnetostricție la saturație, δ — grosimea unui perete de 180°, h — cosinusul unghiului dintre direcția cîmpului exterior și axul de cea mai ușoară magnetizare, iar $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial n} \right)_{\max}$ reprezintă valoarea medie a maximelor gradientului tensiunii σ în direcția deplasării pentru diferitele porțiuni ale peretelui.

Iar grosimea peretelui δ este dată de

$$\delta = \left[\frac{A}{a_0 \left({}^3/_2 \lambda_s \sigma + K \right)} \right]^{1/2}$$

unde A este valoarea energiei de schimb, a_0 — parametrul de rețea, σ — tensiunea internă și K — constanta de anizotropie magneto-cristalină.

În prima etapă a dezvoltării teoriei s-a făcut ipoteza simplificatoare (M. K e r s t e n [17]), că tensiunile sînt repartizate periodic, cu o „lungime de undă" l și s-au tratat două cazuri limită

$$l \gg \delta \quad \text{și} \quad l \ll \delta$$

În primul caz se găsește

$$H_0 = \frac{3}{2} \frac{\lambda_s \Delta \sigma}{I_s} \cdot \frac{\delta}{l}, \tag{1}$$

iar în al doilea

$$H_0 = \frac{1}{2} \frac{\lambda_s \Delta \sigma}{I_s} \cdot \frac{l}{\delta}. \tag{1'}$$

În anul 1946, L. N é e l [18], [19] publică *noua teorie a forței coercitive* în care ia în considerare sarcinile magnetice de volum ce trebuie să apară în regiunile din materialul feromagnetic, în care magnetizarea spontană datorită tensiunilor izotrop repartizate este deviată de la direcția de cea mai ușoară magnetizare. Se arată că atît configurația distribuției acestor sarcini cît și energia magnetică corespunzătoare ce se adaugă energiei cristalului feromagnetic depind de poziția pereților de 180°. Energia cristalului apare astfel ca dependentă de poziția peretelui dar practic independentă de variațiile energiei superficiale a peretelui, care poate fi astfel neglijată.

Calculul lui N é e l conduce pentru două cazuri mai importante la

$$H_c = 0{,}191 \frac{\lambda_s^2 \sigma^2 v}{K I_s} \left[1{,}368 + \log \sqrt{\frac{2\pi I_s^2}{K}} \right] \tag{2}$$

cînd $3/2\, \lambda_s\, \sigma \ll K$ și

$$H_c = 0{,}46 \frac{\lambda_s \sigma v}{I_s} \left[1{,}386 + \log \sqrt{\frac{4{,}5\, I_s^2}{\lambda_s \sigma}} \right] \tag{2'}$$

cînd $3/2\, \lambda_s\, \sigma \gg K$
unde v este volumul relativ în care se exercită tensiunile interne în material. În primul caz, energia magnetoelastică $3/2\, \lambda_s \cdot \sigma$ este considerată ca mult mai mică decît energia de anizotropie magnetocristalină K, iar în al doilea caz raportul este inversat.

În ultimii ani, F. V i ç e n a [20], [21] a arătat că neglijarea influenței tensiunilor asupra energiei pereților Bloch și deci asupra forței coercitive, nu poate fi considerată ca justificată. Considerînd o repartiție izotropă a regiunilor de tensiune σ egală cu dimensiunea d (d fiind dimensiunea medie a regiunii supusă tensiunii σ) și calculînd energia de interacțiune dintre aceste regiuni și peretele în deplasare, V i ç e n a găsește

$$H_c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3\pi}{5}}\, \delta \cdot \lambda_s\, \sigma \frac{v^{1/2}}{I_s L} \left[\ln \frac{2L}{d} \right]^{1/2} \quad \text{cînd } d \gg \delta, \tag{3}$$

iar

$$H_c = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\pi}{5}} \cdot \frac{d^{3/2}}{\delta^{1/2}} \cdot \lambda_s\, \sigma \frac{v^{1/2}}{I_s L} \left(\ln \frac{2L}{\delta} \right)^{1/2} \quad \text{cînd } d \ll \delta, \tag{3'}$$

unde L reprezintă dimensiunea medie a domeniului de magnetizare spontană.

Căutînd să concretizeze mai mult teoria, V i ç e n a a cercetat efectul tensiunilor ce apar în jurul dislocațiilor asupra deplasării pereților Bloch și a arătat că cel puțin numeric valorile găsite pentru forța coercitivă sînt de același ordin de mărime cu cele experimentale, în cazul în care este neîndoelnic că se poate aplica teoria tensiunilor.

Pentru forța coercitivă obține expresia

$$H_c = \frac{r^{1/2} \delta}{2 I_s L} R \left(\ln \frac{L}{\delta} \right)^{1/2}, \tag{4}$$

unde r — densitatea dislocațiilor — este $\sim 10^8$ cm^{-2} pentru cristale feromagnetice neprelucrate și 10^{12} cm^{-2} pentru cele puternic deformate (prin prelucrare mecanică).

Teoria incluziunilor a urmat o cale de dezvoltare analogă. M. K e r s t e n [22] consideră un model ideal în care incluziunile sferice egale, de diametru d, sînt considerate ca repartizate în nodurile unei rețele cubice simple cu parametrul S.

În acest caz

$$H_c = a \cdot \frac{K\delta}{I_s d} v^{2/3} \text{ pentru } \delta \ll d, \tag{5}$$

unde a este un factor egal cu 1,5 pentru pereți de 180° și egal cu 7 pentru pereți de 90°.

Dacă $\delta \gg d$, N é e l [23] găsește

$$H_c = \left(\frac{3}{4}\right)^{2/3} \sqrt{\frac{6K}{E}} \frac{C v^{2/3}}{6\sqrt{3}\, d^2 I_s a_0} \tag{6}$$

unde E este o mărime proporțională cu energia de schimb, iar

$$C = \frac{4\pi}{3} d \left(2K + \frac{8\pi I_s^2 K d^2}{25 E a_0^2} \right)$$

N é e l [23] și K o n d o r s k i [24] au arătat însă că principala cauză a blocării pereților Bloch pe incluziuni trebuie să fie nu scăderea energiei superficiale a pereților, ci micșorarea energiei magnetice a sarcinilor ce apar la suprafața de contact incluziune-feromagnetic.

În acest caz, pentru $d \gg \delta$ ar fi mai probabilă o expresie

$$H_c = \frac{N I_s v^{2/3}}{4}, \tag{7}$$

unde N este factorul de demagnetizare al incluziunii. În cazul unor incluziuni foarte mari, în jurul lor poate apare o structură suplimentară de domenii și

$$H_c = \frac{\pi\gamma}{2I_s} \cdot \frac{1}{d} v^{2/3} \tag{8}$$

pentru cristalele feromagnetice cu simetrie cubică. Densitatea de energie superficială a peretelui, γ, este dată de

$$\gamma = 4 \left[\frac{A(3/2\,\lambda_s \sigma + K)}{a_0} \right]^{1/2}.$$

În cadrul noii *teorii a forței coercitive*, N é e l [7] obține, în cazul în care incluziunile joacă rolul predominant

$$H_c = \frac{2Kv}{I_s} \left(0{,}386 + \log \sqrt{\frac{2\pi I_s^2}{K}} \right). \tag{9}$$

În cazul pulberilor feromagnetice se poate atinge o dimensiune critică a particulelor sub care fiecare particulă formează un singur domeniu de magnetizare spontană. Posibilitatea existenței structurii monodomenice și calculul aproximativ al dimensiunii critice aparțin lui F r e n k e l și D o r f m a n [12]. Ulterior, problema a fost reluată de K i t t e l [25], N é e l [26], S t o n e r și W o h l f a h r t [27] și rezolvată în mod riguros de E. K o n d o r s k i [28].

Kondorski arată că o particulă feromagnetică elipsoidală este formată dintr-un singur domeniu de magnetizare spontană dacă semiaxa mică este egală sau mai mică decît

$$R_0 \approx \frac{0{,}95}{I_s}\sqrt{\frac{10\,cA}{a_0 N_R}}, \tag{10}$$

unde N_R este factorul de demagnetizare după axa mică, iar c o constantă egală cu 1/2, 1 sau 2 pentru rețeaua cubică simplă cu volum centrat sau cu fața centrată. Raza critică pentru particule sferice de fier și nichel este astfel egală cu 170, respectiv 390 Å.

Structura monodomenică exclude posibilitatea apariției pereților Bloch în particula feromagnetică și procesul de magnetizare se poate produce numai pe calea rotirii vectorului intensitate de magnetizare $\mathbf{I}_s$.

Procesului de rotație (ce corespunde deplasării vectorului $\mathbf{I}_s$ din direcția de cea mai ușoară magnetizare) i se opun forțele de anizotropie magnetocristalină și cîmpul demagnetizant datorit anizotropiei de formă. Un calcul grafic conduce la expresia forței coercitive pentru un ansamblu de particule sferice cu simetrie cristalină cubică izotrop repartizate [26]

$$H_c = 0{,}64\,\frac{K}{I_s}$$

și la (11)

$$H_c = 0{,}926\,\frac{K}{I_s}$$

pentru un ansamblu de particule sferice cu simetrie cristalină monoaxială.

Pentru un ansamblu de particule elipsoidale ce nu interacționează, Stoner și Wolfahrt [27] găsesc

$$H_c = 0{,}479\,(N_b - N_a)\,I_s, \tag{12}$$

unde N_a este factorul de demagnetizare după semiaxa mare, iar N_b factorul de demagnetizare după semiaxa mică.

Efectul interacțiunii magnetice între particule se manifestă în dependența forței coercitive de concentrație relativă v a particulelor feromagnetice, conform relației găsite de Kondorski [28]

$$H_c = H_{co}\,(1 - kv) \text{ pentru } v < \frac{1}{k} \tag{13}$$

unde

$$k = \frac{4\pi}{3}\,\frac{2N_a + N_b}{N_a \cdot N_b}.$$

Pentru concentrații $v > \frac{1}{k}$ efectul anizotropiei de formă este probabil extrem de mic.

Analizînd diferitele expresii stabilite teoretic pentru forța coercitivă, sumar expuse în acest paragraf, se poate vedea că în fiecare din ele intervin constantele fundamentale ale materialelor feromagnetice I_s, λ_s și K.

În cazul în care rolul predominant îl joacă tensiunile, forța coercitivă este funcție fie numai de λ_s și I_s, fie de λ_s, I_s și K. Conform teoriei incluziunilor, forța coercitivă va depinde de K și I_s, iar pentru pulberile feromagnetice monodomenice depinde de K și I_s sau numai de I_s.

Cercetînd dependența de temperatură a forței coercitive și comparînd-o cu dependența de temperatură a constantelor λ_s, I_s și K, în diferitele expresii pe care ni le oferă teoria modernă a forței coercitive, avem posibilitatea să stabilim care este natura procesului de magnetizare în fiecare caz studiat și eventual să putem explica și dependența forței coercitive de diferiți factori, cum ar fi grosimea probelor laminate, gradul de dispersie al particulelor în pulberi, ș. a.

4. Probele cercetate. Prelucrarea mecanică și termică

Studiul dependenței de temperatură a forței coercitive la probele laminate magnetic moi, s-a efectuat asupra nichelului și a trei aliaje binare fier-nichel cu 85,78 și 50% nichel.

Fierul și nichelul cuprindeau următoarele impurități: la fier: 0,025% C, 0,02% Cu, 0,001%P, urme de Si, 0,04% Mn; la nichel: 0,02%C.

Din nichel și cele trei aliaje s-au laminat probe cu grosimea cuprinsă între 0,35 și 0,005 mm în următoarele condiții:

1) pînă la grosimea de 2 mm, laminare la rece;

2) de la 2 mm la 0,35 și 0,2 mm, laminare la rece;

3) după recoacere la hidrogen, de la 2 mm la 0,17—0,18 mm laminare la rece;

4) de la 0,17 mm la 0,05 și 0,02 mm laminare la rece;

5) probele cu grosimea de 0,01 și 0,005 mm s-au obținut prin laminarea la rece a tolelor de 0,05 mm.

Măsurătorile s-au efectuat atît cu probele laminate cît și după recoacerea lor. Recoacerea probelor de nichel și aliaj cu 50% Ni se realiza prin menținere la 1100°C în vid înaintat timp de 4 ore. Pentru aliajele cu 85 și 78% Ni (tip permalloy) s-a folosit prelucrarea termică în trepte; recoacere și omogeneizare timp de 4 ore la 1100°C, apoi răcire lentă pînă la 600°C și de la această temperatură răcire bruscă pînă la temperatura camerei.

Pentru studiul dependenței de temperatură a forței coercitive, la pulberi magnetic dure, s-au folosit două ferite de fier-cobalt cu compoziția Fe : Co = 35 : 1 și 11 : 1.

Pulberile s-au obținut prin măcinarea materialului sinterizat în moară cu bile pînă la atingerea unor dimensiuni ale particulelor cuprinse între 1 și 0,1 μ. Cu această pulbere s-au umplut carcase cilindrice cu dimensiunile 50 × 5 mm. S-au preparat de asemenea și probe în care pulberea s-a depus pe benzi de tipul celor folosite în înregistrarea magnetică.

5. Metodica măsurătorii forței coercitive

Littmann [2] a măsurat forța coercitivă balistic pe probele toroidale. Benzile laminate erau înfășurate pe carcase toroidale de șamotă. Zaikova și Sur [3] au făcut măsurătorile într-un magnetometru vertical (cu o eroare de 8%) în circuit deschis.

În măsurătorile pe care le-am efectuat am folosit metoda balistică. Probele erau magnetizate în solenoid, în circuit deschis. Am folosit atît metoda comutației cît și cea a extracției probei din cîmp. Am obținut în ambele cazuri aceleași rezultate.

Metoda extracției prezintă o serie de avantaje mai ales la măsurarea forței coercitive a materialelor magnetic dure cînd sînt necesare cîmpuri de saturație foarte mari și menținerea solenoidului sub curent ridicat un timp mai îndelungat (ca în metoda comutației) l-ar putea pune în primejdie. De asemenea, determinarea este mai exactă deoarece se folosesc numai două indicații ale galvanometrului între care se interpolează. În sfîrșit, nu mai este necesară o compensare exactă a fluxului cîmpului solenoidului în interiorul probei. Bobina balistică compensatoare poate lipsi cu totul dacă tensiunea sursei de curent este bine stabilizată.

Schema dispozitivului de măsurare se poate vedea în figura 1, în care s-a notat cu r_1 R_1 — reostatele pentru reglarea curentului pînă la 8 A; r_2 R_2 — reostatele pentru reglarea fină a curentului (de la 0 la 100 mA); A — ampermetru; K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_9 — comutatori; K_6, K_7, K_8 — chei; N-K-W — bobina normală pentru etalonarea galvanometrului balistic; L — bobina de cîmp; T — autotransformator pentru demagnetizare; R_3, R_4, R_5 — reostate în circuitul galvanometrului balistic G; B. K — bobina balistică; K. K — bobina compensatoare: B — variometru; K_z — bobina pentru compensarea cîmpului magnetic pămîntesc.

Pentru măsurarea forței coercitive la probele laminate, la temperatura azotului lichid, s-a folosit un solenoid de 1 m lungime cu diametrul interior de 45 mm și o constantă de cîmp $K_1 = 88{,}5$. Uniformitatea cîmpului era de 0,5% pe 20 cm de-a lungul porțiunii centrale.

Un al doilea solenoid de 75 cm lungime a fost folosit în determinările făcute la temperaturi mai ridicate. Uniformitatea era de $\pm$ 0,9% pe 16 cm și constanta de cîmp $K_2 = 96{,}5$. O cămașe de răcire cu apă proteja regiunea interioară de căldura produsă prin menținerea solenoidului sub curent vreme mai îndelungată.

Măsurătorile de forță coercitivă la pulberi necesitau cîmpuri relativ ridicate. În acest scop s-a construit un solenoid prevăzut cu răcire, cu ulei [29].

Bobinajul consta din 15 straturi separate prin distanțiere. Între straturi circula uleiul pompat și răcit cu apă într-un schimbător de căldură. Cele 15 straturi erau grupate în două secții cu constantele de cîmp $K_1' = 78{,}6$ și $K_2' = 25$. Cu un curent de 60 A se putea obține un cîmp de circa 6000 Oe fără o încălzire apreciabilă. Am obținut cîmpuri de 10 000 Oe trecînd prin solenoid curenți de 100 A.

Pentru determinarea forței coercitive era necesar să se poată varit îndeajuns de continuu curenți relativ mari. Pentru aceasta am folosia

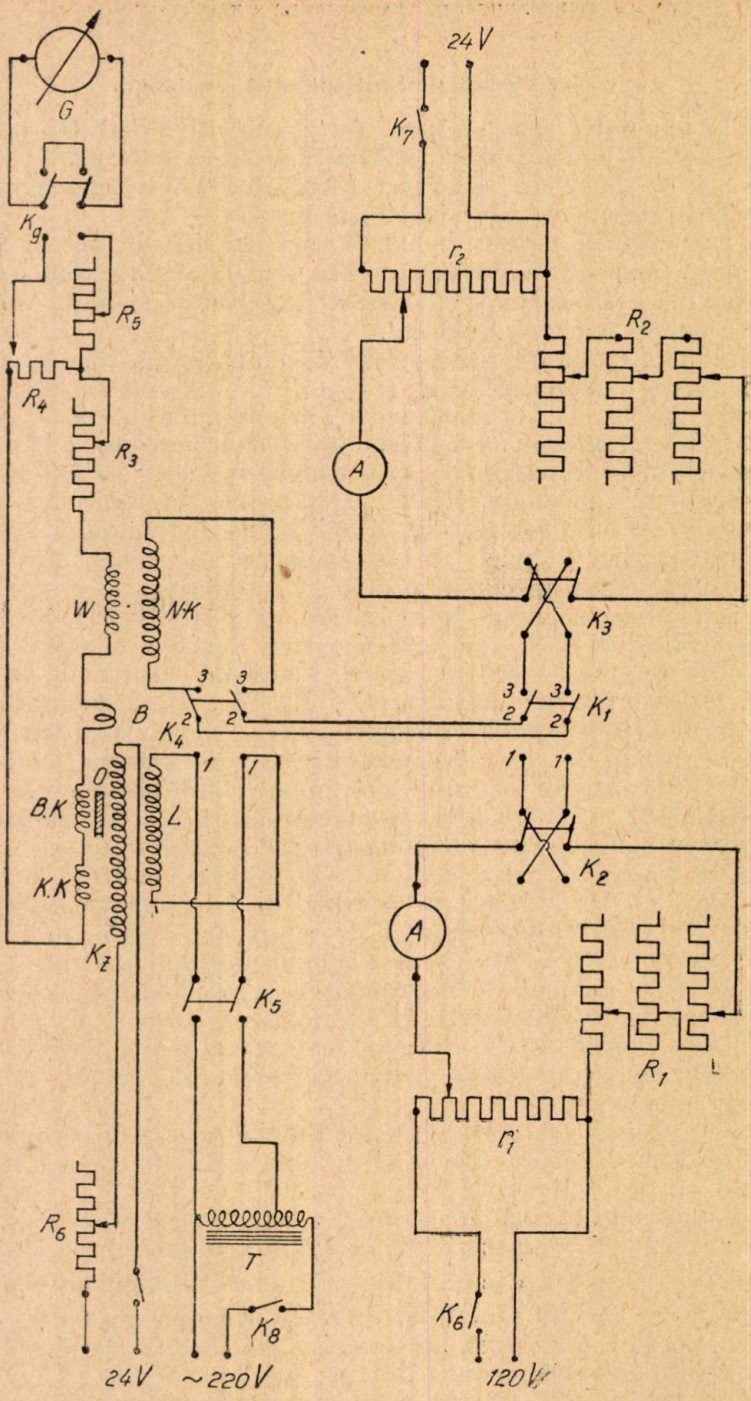

G
K_9
R_5
R_4
R_3
W
N.K
B
K_4
O
B.K
K.K
L
K_z
K_5
R_6
T
K_8
24V
~220V
24V
K_7
r_2
R_2
A
K_3
K_1
K_2
A
R_1
r_1
K_6
120V

Fig. 1

rezistențe din plăci de fontă grupate astfel încît să permită reglarea curentului cu finețea necesară.

Bobina balistică avea 3000 spire din sîrmă de cupru emailată cu diametrul de 0,05 mm. Am folosit un galvanometru balistic tip M 21/2 cu o constantă de flux de 980 maxwell/mm pentru o rezistență totală în circuitul galvanometrului egală cu rezistența critică. Măsurătorile la temperatura azotului lichid s-au efectuat în vase Dewar, introduse în interiorul solenoidului. Pentru măsurătorile la temperatura superioară celei normale s-au construit cuptoare mici tubulare, cu sîrmă de crom-nichel bobinată bifilar pentru a evita cîmpuri magnetice suplimentare. Cuptorul era alimentat de un transformator cu tensiune stabilizată. În decursul unei determinări variațiile de temperatură nu depășesșc 0,5°C. Bobina balistică era izolată de cuptor printr-un strat de asbest și o cămașe de răcire cu apă pentru a evita supraîncălzirea ei. Temperatura s-a măsurat cu un termocuplu cupru-constantan gradat pentru intervalul de temperatură studiat și forța termoelectrică s-a măsurat cu un potențiometru P.P.T.N.-1.

Din cercetarea surselor de erori se calculează o eroare relativă de 2,5—3% în concordanță cu cea obținută în urma analizei statistice a rezultatelor experimentale.

6. Variația forței coercitive cu grosimea probelor laminate (nerecristalizate)

Probele s-au tăiat la dimensiunile 140 × 4 × d mm, unde d (grosimea) era egală pentru fiecare probă respectiv 0,35; 0,2; 0,1; 0,05 și 0,02 mm.

Pentru creșterea sensibilității, la probele mai subțiri se legau mai multe exemplare într-un pachet.

Rezultatele măsurătorilor (forța coercitivă în Oe) pentru fiecare compoziție și grosime sînt prezentate în tabloul nr. 1.

Tabloul nr. 1

d mm Ni %	0,35	0,20	0.10	0,05	0,02
100	34,8	41,00	46,41	41,00	41,77
85	4,46	4,74	4,84	3,90	3,60
78	6,27	6,15	5,25	3,97	3,32
50	7,91	8,04	8,40	7,35	8.20

Din aceste date se poate vedea că la probele laminate și nerecristalizate nu poate fi vorba de vreo dependență caracteristică a forței coercitive de grosimea probelor laminate.

Variațiile ce se observă cînd trecem de la o grosime la alta pot fi explicate prin tratamentul termic și mecanic suferit de probă.

Caracteristice sînt însă valorile forței coercitive pentru diferitele compoziții ale aliajelor la același grad de deformare, ceea ce se poate urmări bine pe probele de 0,02 mm grosime. Valorile forței coercitive pentru com-

poziţiile 100, 85,78 şi 50% nichel se află în aceleaşi raporturi ca şirul numerelor

$$12{,}8\,;\ 1{,}08\,;\ 1{,}0\,;\ 2{,}47 \qquad (a)$$

ceea ce se poate pune în legătură cu unele rezultate ale teoriei forţei coercitive. În procesul de laminare, probele sînt considerabil deformate şi tensiunile interne au desigur valori foarte ridicate. Este probabil că în acest caz putem folosi teoria tensiunilor pentru a explica valorile observate ale forţei coercitive. Tensiunile ce pot apare în cazul nostru sînt de ordinul a 20—30 kg/mm² [30]. Dacă comparăm (tabloul nr. 2) valorile constantei de anizotropie magnetocristalină cu densitatea energiei magnetoelastice, $3/2\ \lambda_s\ \sigma$ (pentru $\sigma = 30$ kg/mm²), se vede că cel puţin la temperatura camerei se îndeplineşte condiţia :

$$3/2\ \lambda_s\ \sigma > K$$

mai ales la aliajele cu 85 şi 78% nichel.

Tabloul nr. 2

Ni %	$K \cdot 10^{-3}$ erg/cm³	$3/2\lambda_s\sigma \cdot 10^{-3}$ erg/cm³
100	36	168
85	5	22
78	1	8,8
50	33	97

Valorile pentru λ_s şi K sînt luate din [31] şi [32]. Pe de altă parte se poate observa că valorile raportului λ_s/I_s pentru aliajele cu 100,85,78 şi 50% nichel se află în aceleaşi raporturi ca şirul de numere.

$$12{,}8\,;\ 1{,}1\,;\ 1{,}10\,;\ 2{,}6. \qquad (b)$$

Se vede că şirurile (a) şi (b) nu diferă practic între ele. De aici putem trage concluzia că forţa coercitivă a probelor laminate este proporţională cel puţin la temperatura camerei cu raportul λ_s/I_s, în concordanţă cu prevederile formulei (2′) a lui L. Néel, dedusă tocmai în ipoteza $3/2\ \lambda_s\ \sigma \gg K$.

S-a determinat apoi dependenţa de temperatură a forţei coercitive pentru probele de toate compoziţiile şi grosimile în intervalul de temperaturi cuprins între —195 şi 300°C. În figurile 2, 3, 4 şi 5 sînt trasate curbele obţinute pentru cîte două probe de grosimi diferite din fiecare compoziţie.

Se poate constata că dependenţa de temperatură a forţei coercitive este aproape aceeaşi pentru diferitele grosimi, variind însă sensibil cu compoziţia.

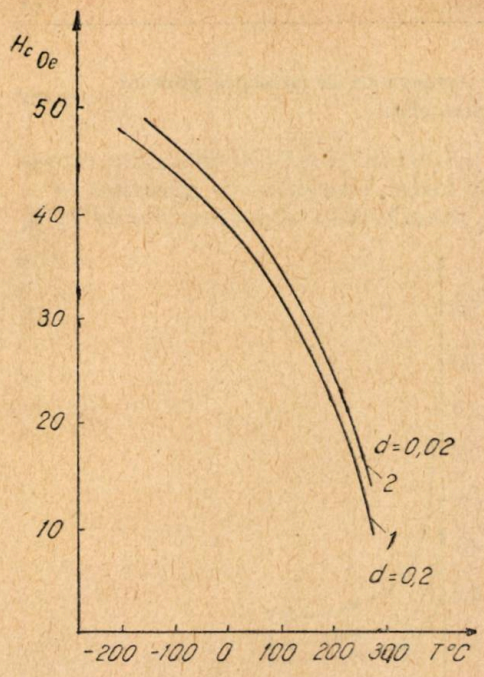


Fig. 2

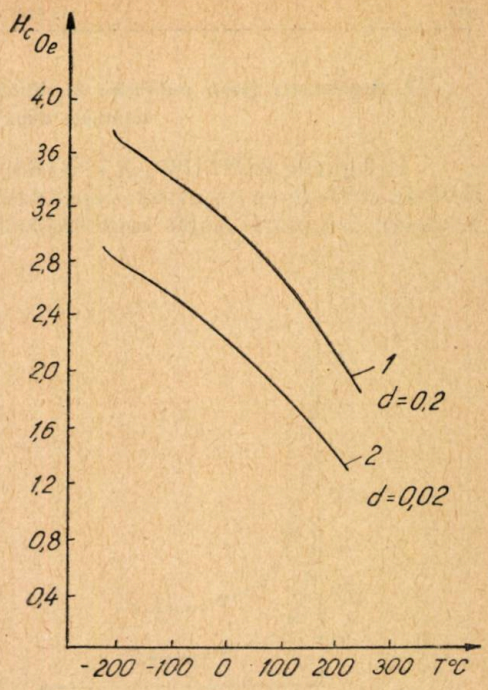


Fig. 3

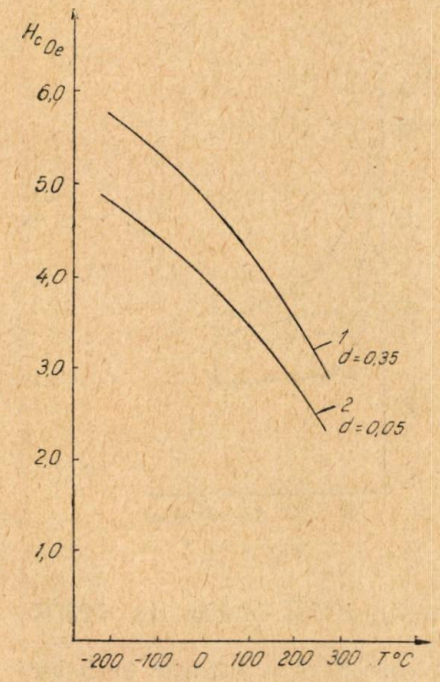


Fig. 4

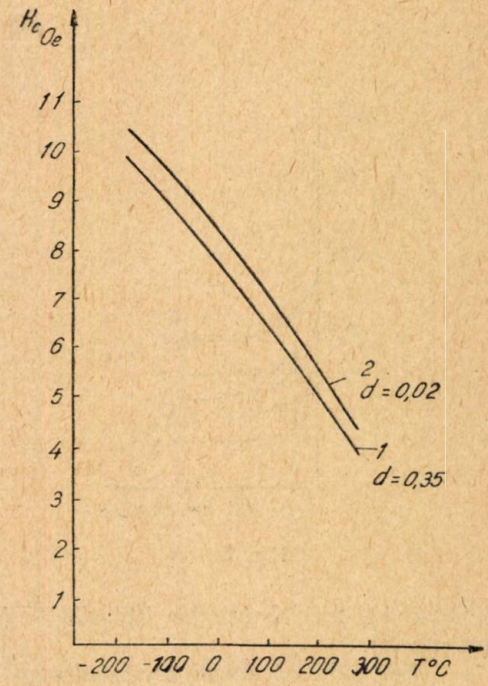


Fig. 5

7. Dependența forței coercitive la diferite temperaturi de grosimea probelor laminate după recristalizare

În figurile 6 (Ni 100%), 7 (Ni 85%), 8 (Ni 78%) și 9 (Ni 50%) sînt reprezentate curbele ce exprimă dependența forței coercitive de grosimea d a probelor laminate după recristalizare, măsurată la temperaturile de 77°K

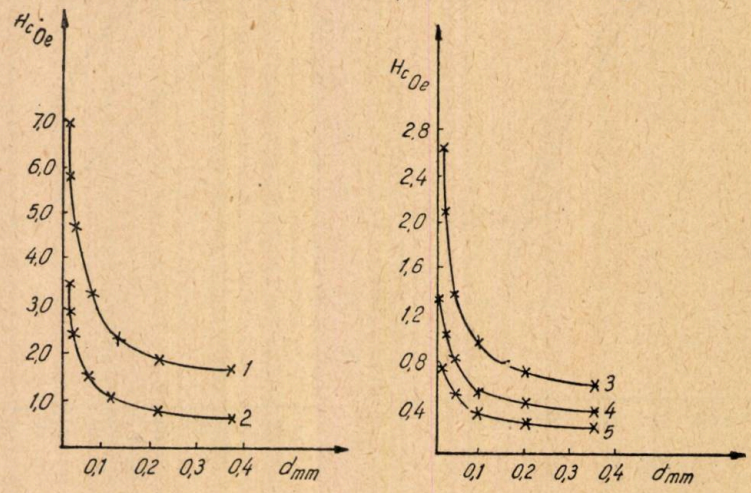


Fig. 6

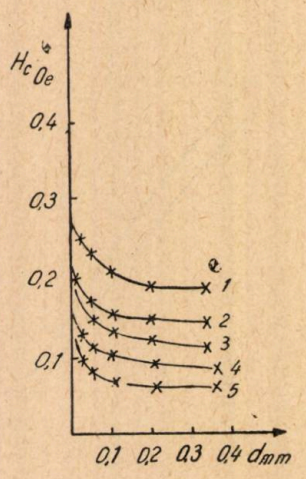


Fig. 7

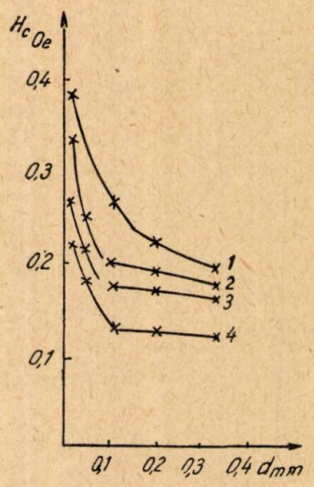


Fig. 8

(curba 1), 281°K (curba 2), 373°K (curba 3), 473°K (curba 4), 573°K (curba 5).

Se vede că după recristalizare forța coercitivă a tuturor probelor se află într-o dependență caracteristică de grosime. Pentru toate cele

patru compoziții, micșorarea grosimii de la 0,35 la 0,2 mm lasă forța coercitivă practic neschimbată. Scăderea grosimii la 0,1 mm duce la oarecare creștere a forței coercitive; de 20—25% pentru probele de nichel și de aliaj cu 50% nichel și de 4—5% pentru probele cu 85 și 78% nichel. Pentru probele cu 100% și 50% nichel puțin sub 0,05 mm grosime se observă o accentuată creștere a forței coercitive care se manifestă ceva mai jos — la 0,02—0,03 mm — pentru probele cu 85 și 78% nichel.

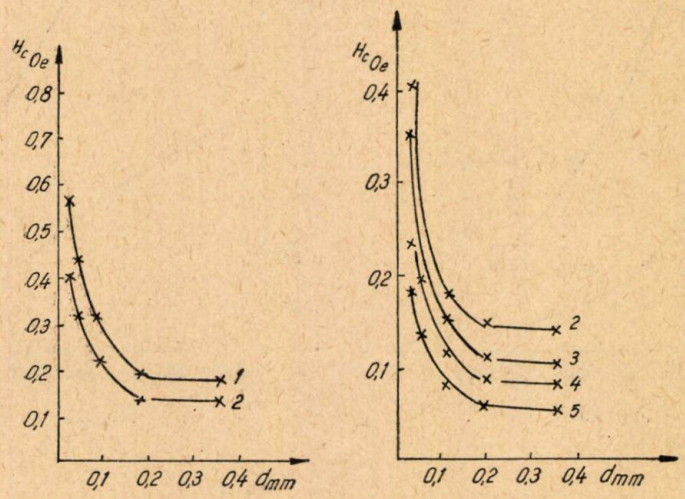


Fig. 9

În tabloul nr. 3 sînt reproduse valorile inițiale ale forței coercitive, creșterea relativă în intervalul de variație al grosimii cercetat și grosimea critică de la care începe creșterea bruscă a forței coercitive.

Tabloul nr. 3

Ni %	$(H_c)_{inițial}$ $d = 0,35$ mm	d_{final} mm	$(H_c)_{final}$	$(H_c)_{final}$ / $(H_c)_{inițial}$	Grosimea critică mm
100	0,80	0,005	3,20	4,0	0,05
85	0,142	0,005	0,323	2,3	0,02
78	0,178	0,02	0,336	1,9	0,02
50	0,143	0,02	0,403	2,8	0,05

Din aceste date se vede că forța coercitivă înregistrează o creștere relativă mai mare la probele din nichel și aliaj cu 50% nichel, la care grosimea critică este mai mare.

Din curbele ce dau dependența forței coercitive de grosime, la diferite temperaturi, se constată că forma dependenței nu se schimbă. Se modifică însă creșterea relativă și grosimea critică.

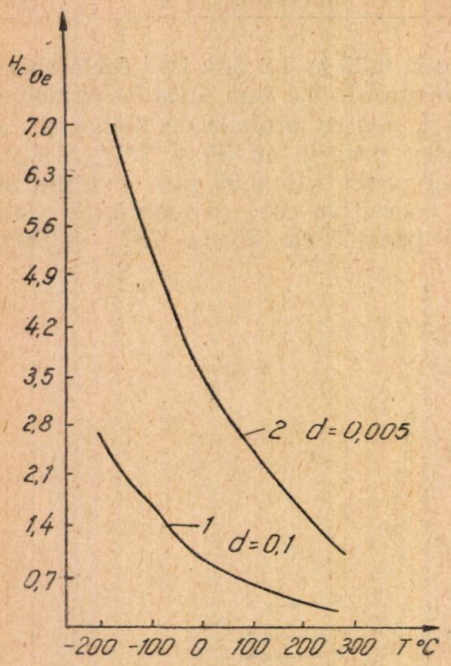


Fig. 10

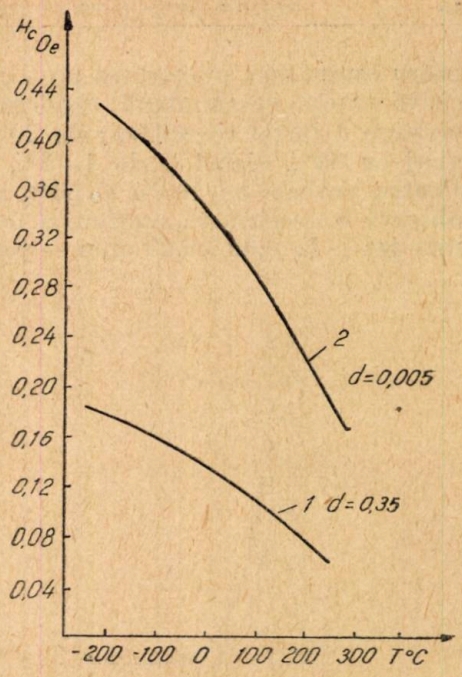


Fig. 11

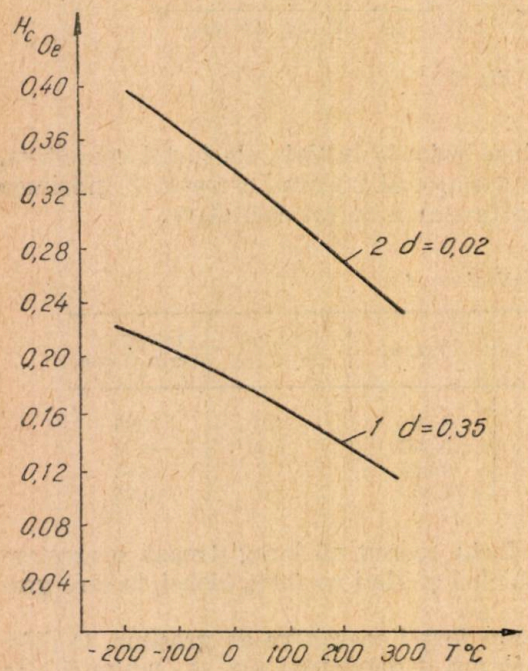


Fig. 12

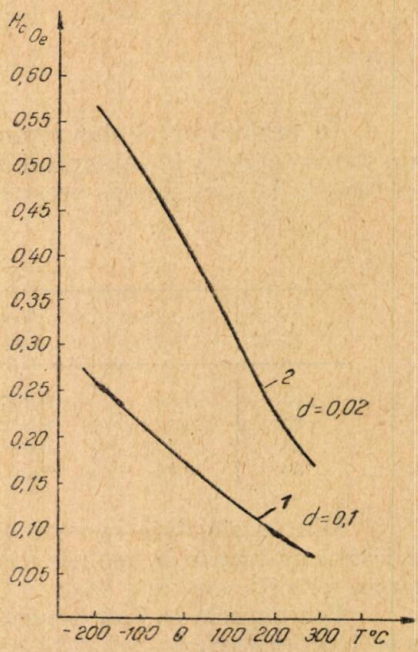


Fig. 13

În figurile 10, 11, 12 și 13 sînt trasate curbele $H_c\ (T)$ pentru probe din cele patru compoziții, de diferite grosimi. Se vede că dependența forței coercitive de temperatură se schimbă față de cea observată la probele nerecristalizate, însă pentru o aceeași compoziție variază foarte puțin cu grosimea.

Deosebirea dintre dependența de temperatură a forței coercitive la probele nerecristalizate și la cele care au suferit recristalizarea, se vede cel mai bine în domeniul temperaturilor joase. În tabloul nr. 4 sînt trecute valorile raportului $(H_c)_{77^\circ K} : (H_c)_{281^\circ K}$ înainte și după recristalizare.

Tabloul nr. 4

Ni %	Înainte de recristalizare	După recristalizare
100	1,17	2,22
85	1,18	1,33
78	1,18	1,18
50	1,28	1,46

Dependența de temperatură a forței coercitive la probele de nichel poate fi supusă unei analize mai minuțioase, deoarece în literatură există date cu privire la dependența de temperatură a constantei de anizotropie magnetocristalină K, a constantei de magnetostricție λ_s și a intensității de magnetizare la saturație, I_s.

Dependența de temperatură observată pentru forța coercitivă a probelor de nichel se poate cel mai bine exprima printr-o relație de forma

$$H_c\,(T) = a\frac{\sqrt{K(T)}}{I_s(T)} + b\,I_s(T)$$

unde $a = 1{,}23$ și $b = 0{,}83.10^{-3}$

În orice caz este neîndoelnică prezența unui termen de tipul $\frac{\sqrt{K(T)}}{I_s}$. Este însă posibil ca acest termen să fie ceva mai complex și anume de tipul $\frac{\sqrt{K(T)+{}^3/_2\lambda_s(T)\cdot\sigma}}{I_s(T)}$.

În orice caz, dependența observată nu poate fi explicată în cadrul teoriei tensiunilor. Un termen de tipul $\frac{\sqrt{K}}{I_s}$ apare numai în formula lui Kersten din teoria incluziunilor sau din teoria cîmpului start, elaborată de D ö r i n g [33], unde cîmpul necesar pentru creșterea spontană a germenilor de remagnetizare de formă elipsoidală, cu axa mică d, este dat de relația

$$H_s = H_0 + \frac{5\pi}{8d}\frac{\sqrt{K + {}^3/_2\lambda_s\cdot\sigma}}{I_s},$$

unde H_0 reprezintă cîmpul critic în materialul considerat. La gradul de

puritate al probelor noastre de nichel este puțin probabil să putem explica valoarea și dependența de temperatură a forței coercitive cu ajutorul teoriei incluziunilor. De asemenea, în condițiile în care s-a efectuat tratamentul termic, cantitatea de impurități din zonele superficiale ale probelor nu putea crește sensibil. Este posibil ca procesul de remagnetizare în probele studiate, să fie condiționat de creșterea germenilor de remagnetizare, ceea ce ar conduce la o dependență de temperatură a forței coercitive de tipul celei observate.

8. Asupra cauzelor creșterii forței coercitive la materialele magnetic moi laminate la grosimi reduse

Probele cercetate au o structură policristalină. Dimensiunea transversală a cristalitelor este limitată desigur de grosimea probei. Astfel, în cazul laminatelor de fier-arm co [34] după o recoacere de 24 de ore la 800°C, se obțin pentru probele cu grosimi de 0,076, 0,051 și 0,025 mm dimensiuni transversale ale cristalitelor de 0,057, 0,041 și 0,025 mm. Se vede că de la grosimea de 25 μ, dimensiunea transversală a cristalitelor după recristalizare este egală cu grosimea probelor. Problema dimensiunii cristalitelor prezintă un interes deosebit deoarece există o strînsă legătură între forța coercitivă a materialelor feromagnetice policristaline și dimensiunea cristalitelor [35], [36], [37]. Yensen și Ziegler [35] au stabilit o formulă empirică pentru dependența forței coercitive a fierului policristalin de numărul N de cristalite pe milimetru pătrat sau de dimensiunea medie L a cristalitelor

$$H_c = 0{,}032\sqrt{N} = \frac{3{,}7\cdot 10^{-3}}{L}$$

O asemenea dependență a forței coercitive de dimensiunea cristalitelor nu reiese nici din teoria tensiunilor, nici din teoria incluziunilor. W. Döring [38] a făcut ipoteza că în cristalitele foarte mici, pe măsura micșorării lor, crește simțitor volumul relativ din material în care magnetizarea se petrece prin rotație și forța coercitivă se apropie de o dependență de tipul K/I_s, mărindu-se și valoarea ei. Ne putem deci aștepta la un asemenea efect atunci cînd volumul relativ ocupat de domeniile plan-paralele interioare devine deajuns de mic.

Un calcul sumar arată că volumul relativ ocupat de aceste domenii este

$$V = \frac{2L}{D} - 1 \qquad (14)$$

unde L este dimensiunea transversală a cristalitului, iar D grosimea medie a unui domeniu de magnetizare spontană. Deoarece

$$D = 2\sqrt{2}\left(\frac{A}{2\,a_0\,K}\right)^{1/4} L^{1/2}$$

substituind în (14)

$$V = \frac{L^{1/2}}{\sqrt{2}\left(\frac{A}{2\,a_0\,k}\right)^{1/4}} - 1. \qquad (14')$$

În cazul nichelului abia pentru $L = 0{,}01$ mm V atinge valoarea 11 și probabil cam jumătate pentru aliajul cu 78% nichel. Scăderea rapidă a lui V are loc pentru $L < 0{,}004$ mm la nichel și $L < 0{,}006$ mm la aliajul cu 78% nichel. Dacă mecanismul propus de D ö r i n g explică creșterea forței coercitive ar trebui să găsim pentru grosimile critice valori de ordinul a cîtorva microni, iar dependența de temperatură a forței coercitive să se modifice cu grosimea, tinzînd spre dependența de tipul $\frac{K(T)}{I_s(T)}$. Aceste consecințe sînt însă infirmate de rezultatele experimentale prezentate în lucrarea de față. M. M a g e r [39] face ipoteza că în materialul policristalin remagnetizarea se petrece prin creșterea germenilor de remagnetizare elipsoidali (cîte unul în fiecare cristalit) cu axa mică egală cu dimensiunea medie a cristalitului. Forța coercitivă va fi dată de cîmpul start al acestor germeni, $H_s = \frac{3}{2}\frac{3\pi\gamma}{4\,I_s\,L}$, ceea ce pentru fier devine $H_s = \frac{3{,}1 \cdot 10^{-3}}{L}$. Dacă aplicăm la nichel acest rezultat găsim $H_s = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-3}}{L}$

G o o d e n o u g h [40] explică apariția germenilor de remagnetizare în interiorul cristalitelor și obține pentru forța coercitivă o expresie analogă în care apare însă și un termen suplimentar

$$H_c = \frac{4\gamma}{I_s L} + C\,I_s$$

unde $C = \frac{1}{6}\pi\sqrt{(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)^2}$, θ_1, θ_2 fiind unghiurile dintre normala la suprafața ce separă două cristalite și direcțiile axelor de cea mai ușoară magnetizare. Cum $C \sim 10^{-3}$ obținem pentru forța coercitivă, în cazul nichelului în ipoteza că la probele recristalizate cu grosimea mai mică de 25 μ dimensiunea transversală a cristalitelor devine egală cu grosimea probei, următoarele valori teoretice pe care le comparăm cu cele experimentale :

L mm	H_c teoretic Oe	H_c experimental Oe
0,02	1,3	1,57
0,01	1,9	1,89
0,005	3,2	3,20

Concordanța este destul de bună. Un asemenea mecanism pentru explicarea mărimii forței coercitive se află în concordanță atît cu forma

dependenței de temperatură observată, cît și cu slaba ei variație cu grosimea probelor. Totuși, față de relația folosită sînt necesare anumite rezerve. Pentru grosimi mari termenul ce depinde de L este neglijabil față de CI_s și în acest fel s-ar putea explica oarecum slaba dependență a forței coercitive de grosime pentru probele cu grosimea mai mare de 0,05 mm. În acest caz însă ar trebui să observăm și o variație a formei dependenței de temperatură de la $\frac{\sqrt{K(T)}}{I_s(T)}$ la $I_s(T)$, ceea ce în realitate nu se constată.

Pentru a explica creșterea forței coercitive cu micșorarea grosimii se mai poate presupune că recoacerea nu reușește să elimine uniform tensiunile apărute în cursul laminării și că ele mai rămîn parțial localizate în stratul superficial mai expus deformării. Prin micșorarea grosimii, importanța relativă a acestui strat crește, ceea ce poate explica înrăutățirea proprietăților magnetice ale întregului material. În acest caz ar trebui însă să constatăm și o modificare a dependenței forței coercitive de temperatură, deoarece s-ar face resimțită prezența tensiunilor, ceea ce în realitate nu se observă. Este însă posibil ca cristalitele din zonele superficiale ale probei laminate să fie mai puțin dezvoltate decît cele din interior, în urma tratamentului termic la care au fost supuse. Aceasta ar fi o cauză suplimentară ce ar provoca creșterea forței coercitive fără a-i schimba dependența de temperatură. Eliminarea pe o cale sau alta a păturii superficiale la probele cu grosimi mai mari de 10 — 20 μ poate duce la o oarecare creștere a forței coercitive așa cum au observat Gurevici și Kondorski [41], însă creșterea absolută a forței coercitive cu scăderea grosimii este inevitabilă.

9. Studiul dependenței de temperatură a forței coercitive la pulberile fine de ferite de cobalt

Curbele ce reprezintă $H_c(T)$ pentru ferita cu Fe : Co = 35 : 1 sînt trasate în figurile 14 și 15 și pentru ferita cu Fe : Co = 11 : 1 în figurile 16 și 17.

Forța coercitivă este mai mare pentru pulberea depusă pe bandă de magnetofon (fig. 15 și 17) decît pentru probele cilindrice cu pulberea presată. Diferența tinde către zero la temperaturile mai ridicate.

Pentru cele două ferite studiate se constată o variație rapidă a forței coercitive cu temperatura, iar scăderea temperaturii de la 4°C la —195°C duce la o creștere a forței coercitive de 13 ori pentru prima și de 8 ori pentru cea de-a doua ferită.

O interpretare cantitativă a rezultatelor obținute nu este posibilă deoarece nu dispunem de date cu privire la valorile constantei K a celor două ferite studiate nici măcar la temperatura ordinară. În orice caz, dependența de temperatură observată este caracteristică pentru constanta de anizotropie magnetocristalină K, ceea ce poate fi pus în legătură cu expresia de tipul $\frac{K(T)}{I_s(T)}$ pentru forța coercitivă a unui ansamblu de particule sferice monodomenice.

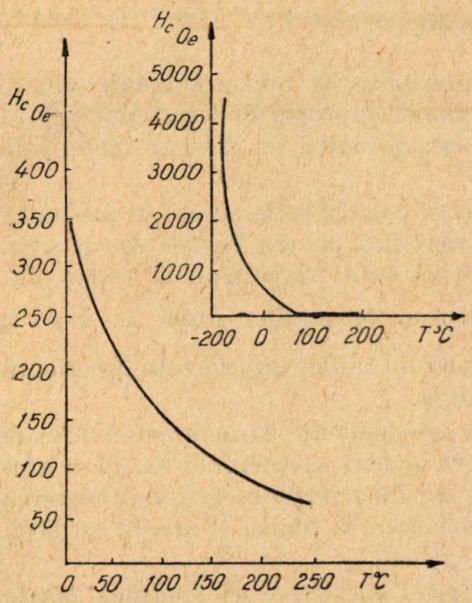


Fig. 14

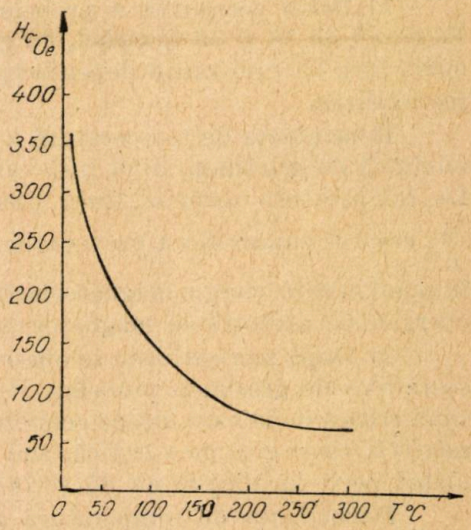


Fig. 15

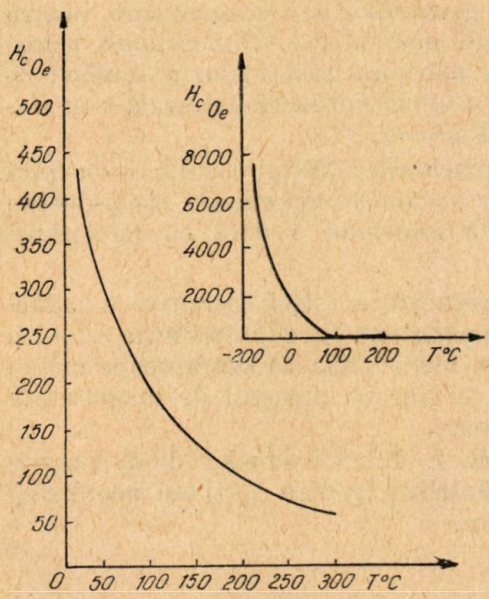


Fig. 16

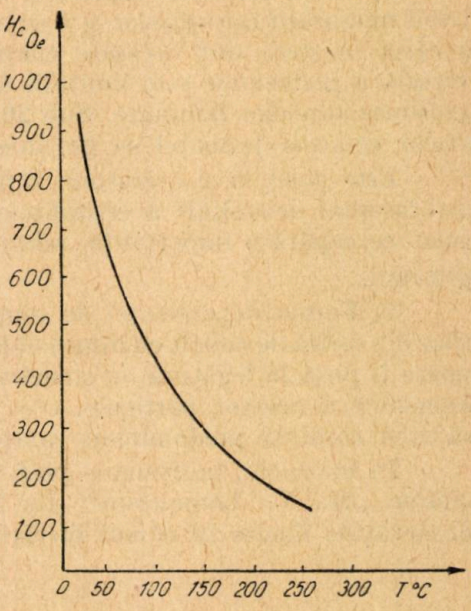


Fig. 17

CONCLUZII

1) Forța coercitivă a probelor laminate de nichel și aliaje binare Fe-Ni cu 85,78 și 50% nichel, cu grosimea cuprinsă în intervalul 0,35—0,005 mm nu prezintă o dependență caracteristică de grosime înainte de recristalizare.

Dependența de temperatură a forței coercitive la aceste probe nu se modifică cu grosimea, fiind însă caracteristică pentru fiecare compoziție. La temperatura camerei forța coercitivă este proporțională raportului $\frac{\lambda_s}{I_s}$, ceea ce concordă cu prevederile teoriei tensiunilor după L. Néel, în cazul în care energia magnetoelastică a tensiunilor interne este superioară energiei de anizotropie magnetocristalină.

2) După recristalizare se observă o dependență caracteristică a forței coercitive de grosimea probelor. Pentru fiecare compoziție există o grosime critică de la care începe creșterea rapidă a forței coercitive. Creșterea relativă, ca și grosimea critică, sînt mai mari la nichel și aliajul cu 50% nichel decît la aliajele cu 85 și 78% nichel.

Dependența de temperatură a forței coercitive se modifică foarte puțin cu grosimea. La probele de nichel forța coercitivă este proporțională expresiei $\frac{\sqrt{K}}{I_s}$, rezultat ce nu poate fi explicat de teoria tensiunilor.

3) Creșterea forței coercitive sub grosimea critică se datorește probabil micșorării cristalitelor și deci a germenilor de remagnetizare, pentru a căror creștere sînt necesare cîmpuri mai intense. Dimensiunea transversală a germenilor este limitată de mărimea cristalitelor și implicit de grosimea probelor laminate. Sub 20 μ dimensiunea transversală a cristalitelor coincide probabil cu grosimea probei.

Este posibilă și o creștere suplimentară a forței coercitive datorită insuficientei dezvoltări a cristalitelor în zonele superficiale ale probelor, zone ce capătă o importanță relativă crescîndă o dată cu micșorarea grosimii.

4) Forma dependenței de temperatură a forței coercitive a pulberilor din ferită de cobalt cu dimensiunea particulelor cuprinsă între 0,1—1 μ poate fi pusă în legătură cu structura monodomenică sau aproape monodomenică a acestor particule, ceea ce face ca procesul de magnetizare să aibă caracter predominant rotațional.

În încheiere, mulțumesc prof. E. I. Kondorski de la Universitatea „M. V. Lomonosov" din Moscova, pentru sprijinul acordat și observațiile făcute în cursul lucrărilor.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭРЦИТИВНОЙ СИЛЫ ТОНКОЛИСТНЫХ МАГНИТО-МЯГКИХ МАТЕРИАЛОВ И МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПОРОШКОВ

(КРАТКОЕ СООБЩЕНИЕ)

Целью настоящей работы является:

1. Исследование температурной зависимости коэрцитивной силы сильнонаклепанных и отожженных тонколистных образцов никеля и бинарных железо-никелевых сплавов с 85, 78 и 50% никеля.

2. Выяснение вопроса о механизме возрастания коэрцитивной силы с уменьшением толщины тонколистных материалов.

3. Исследование температурной зависимости коэрцитивной силы порошковых железо-кобальтовых ферритов с содержанием Fe : Co в пропорции 35 : 1 и 11 : 1 и выяснение причины высоких значений H_c в этих материалах.

Измерения проводились в соленоиде, в разомкнутой цепи, на баллистической установке. Коэрцитивная сила определилась методом выдергивания образца из баллистической катушки, что обеспечивало получение этой величины с погрешностью не более 3%. Мощные поля (10 000 эрстед), необходимые для насыщения магнито-жестких порошков, получились в многослойном соленоиде с масляным охлаждением. Температурный интервал измерений: от —196°C до 300°C.

В результате исследования было установлено, что коэрцитивная сила образцов, прошедших прокатку до толщин 0,35, 0,2, 0,1, 0,05, 0,02, 0,01 и 0,005 мм не зависит закономерно от толщины листа.

Величина H_c обусловлена типом прокатки и степенью обжатия.

При комнатной температуре, для образцов различных составов величина H_c пропорциональна соответствующему значению отношения $\frac{\lambda_s}{I_s}$, т. е.

$$(H_c)_{\text{Ni }100\%} : (H_c)_{\text{Ni }85\%} : (H_c)_{\text{Ni }78\%} : (H_c)_{\text{Ni }50\%} =$$

$$= \left(\frac{\lambda_s}{I_s}\right)_{\text{Ni }100\%} : \left(\frac{\lambda_s}{I_s}\right)_{\text{Ni }85\%} : \left(\frac{\lambda_s}{I_s}\right)_{\text{Ni }78\%} : \left(\frac{\lambda_s}{I_s}\right)_{\text{Ni }50\%}.$$

После отжига наблюдается закономерная зависимость коэрцитивной силы тонколистных образцов всех составов от толщины листа. При уменьшении толщины от 0,35 до 0,1 мм, коэрцитивная сила изменяется незначительно (на 16—25%). Дальнейшее утоньшение листа приводит к более сильному возрастанию коэрцитивной силы. Ниже некоторого определенного значения толщины (критической), наблюдается резкий рост коэрцитивной силы. Критическая толщина больше у никеля и сплава с 50% никеля (0,05—0,07 мм), чем у сплава с 85 и 78% никеля (0,02—0,03 мм).

Температурная зависимость коэрцитивной силы приблизительно одинакова для образцов разных толщин. Только при переходе от 291 к 77% K возрастание H_c у образцов с толщинами 0,1, 0,05, 0,02, 0,01 и 0,005 мм больше, чем у образцов с толщинами 0,35 и 0,2 мм.

Температурная зависимость коэрцитивной силы образцов никеля хорошо описывается формулой

$$H_c(T) = a\frac{\sqrt{K(T)}}{I_s(T)} + bI_s(T),$$

где $a=1{,}23$ и $b=0{,}83.10^{-3}$.

Рост коэрцитивной силы, вызванный утоньшением образцов, обусловлен, повидимому, уменьшением размеров кристаллических зерен и, таким образом, уменьшением зародышей перемагничивания, для роста которых нужны уже более высокие обратные поля.

Возможен еще дополнительный рост коэрцитивной силы, вследствие отжига, когда поверхностные зерна тонколистного материала недостаточно развиты и обладают худшими магнитными свойствами.

При уменьшении толщины листа значение поверхностных зерен все возрастает, что может вызывать и прирост коэрцитивной силы.

Проведенные исследования показали, что коэрцитивные силы порошков из железо-кобальтовых ферритов достигают относительно больших значений. При 290°K коэрцитивная сила феррита Fe : Co в пропорции 35 : 1 равна 353 эрстедам и коэрцитивная сила феррита Fe : Co в пропорции 11 : 1 равна 923 эрстедам. При 77°K коэрцитивная сила феррита Fe : Co в пропорции 35 : 1 увеличивается в 13 раз и коэрцитивная сила феррита Fe : Co в пропорции 11 : 1 увеличивается в 8 раз.

Коэрцитивная сила двух железо-кобальтовых ферритов резко изменяется с температурой вплоть до 200°C.

Для железо-кобальтовых ферритов температурная зависимость коэрцитивной силы обусловлена, повидимому, зависимостью от температуры константы кристаллографической анизотропии K.

Весьма вероятно, что частицы исследованных порошков состоят из одного или небольшого числа доменов спонтанной намагниченности так, что процесс перемагничивания в основной части материала осуществляется только путем вращения.

VARIATION AVEC LA TEMPÉRATURE DU CHAMP COERCITIF DES LAMINÉS DE FAIBLE ÉPAISSEUR ET DES POUDRES FERROMAGNÉTIQUES FINES

(RÉSUMÉ)

On étudie la variation avec la température du champ coercitif du nickel et des ferronickels à 85, 78 et 50% de Ni, fortement déformés par laminage, jusqu'à de faibles épaisseurs, avant et après le recuit.

On étudie également la variation thermique du champ coercitif des poudres fines des ferrites de Fe-Co (Fe : Co, dans les proportions suivantes : 35 : 1 et 11 : 1).

Les mesures ont été effectuées en solénoïde, en employant un montage balistique, avec une erreur de 3%. Les champs forts (10 000 Oe) nécessaires à la saturation des poudres, ont été obtenus dans un solénoïde bien refroidi à l'huile. L'intervalle des températures étudié a été celui de — 195° à 300°C. On a établi que le champ coercitif des échantillons laminés jusqu'aux épaisseurs de 0,35 ; 0,2 ; 0,1 ; 0,05 ; 0,02 ; 0,01 ; 0,005 mm ne varie pas régulièrement avec l'épaisseur. Pour la température normale le champ cœrcitif est sensiblement proportionnel au rapport $\frac{\lambda_s}{I_s}$, où λ_s = constante de magnétostriction à saturation et I_s = intensité d'aimantation à saturation.

Après le recuit, on observe une variation régulière du champ coercitif avec l'épaisseur, pour toutes les compositions. En diminuant l'épaisseur de 0,35 à 0,1 mm, le champ coercitif varie très peu (16—25%). Au-dessous d'une valeur déterminée de l'épaisseur (épaisseur critique), le champ coercitif commence à monter rapidement. Cette épaisseur critique est plus grande (0,05—0,07 mm) pour le nickel et l'alliage à 50% de Ni que pour les deux autres (0,02—0,03 mm). La variation du champ coercitif avec la température est en général la même pour les différentes épaisseurs d'une même composition. Pour le nickel, elle est exprimée par la formule empirique

$$H_c(T) = a\frac{\sqrt{K(T)}}{I_s(T)}, \quad bI_s(T),$$

où $a = 1{,}23$ et $b = 0{,}83.10^{-3}$.

La variation du champ coercitif avec l'épaisseur est probablement due à la diminution des dimensions des cristallites, ce qui amène une diminution des germes de désaimantation qui nécessitent pour leur croissance un champ inverse plus fort. On peut tenir compte d'un autre mécanisme aussi, qui consiste en un développement insuffisant, dû au recuit, des cristallites dans la zone superficielle, qui joue un rôle prépondérant avec l'amincissement des échantillons.

Pour les champs coercitifs des poudres ferritiques étudiées, on trouve d'assez grandes valeurs. Le champ coercitif varie de 290°K à 77°K, de 353 à 4 500 Oe, pour Fe : Co = 35 : 1, et de 923 à 7 300, pour Fe : Co = 11 : 1.

La variation thermique du champ coercitif s'explique par la variation de l'anisotropie magneto-cristalline avec la température. Les particules qui forment la poudre sont probablement constituées par un très petit nombre de domaines et le processus de désaimantation a un caractère rotationnel.

BIBLIOGRAFIE

1. M. Rosenberg, *Disertație*. Moscova, 1955.
2. Littmann, Elect. Eng., Iulie 1952, p. 792.
3. V. Zaikova i I. Sur, DAN, SSSR, 1954, t. 94, p. 663.
4. L. Weil, S. Marfoure et F. Bertaut, J. Phys. et Rad., 1948, t. 9, p. 203.
5. L. Weil et S. Marfoure, J. Phys. et Rad., 1947, t. 8, p. 358.
6. L. Weil, C. R. Acad. Sci. Paris, 1949, t. 228, 1881.

7. L. Weil, C. R. Acad. Sci. Paris, 1948, t. 227, p. 1347.
8. — C. R. Acad. Sci. Paris, 1947, t. 225, p. 229.
9. Ch. Guillaud, *Thèse*. Strasbourg, 1943.
10. — C. R. Acad. Sci. Paris, 1949, t. 229, p. 818.
11. — C. R. Acad. Sci. Paris, 1949, t. 229, p. 992.
12. I. Frenkel a. I. Dorfman, Natura, 1930, t. 126, p. 274.
13. F. Bloch, Zs. f. Phys., 1932, t. 74, p. 295.
14. L. Landau u. B. Lifşiţ, Sow. Phys., 1935, t. 8, p. 157.
15. B. Lifşiţ, J.E.T.F., 1945, t. 15, p. 97.
16. E. Kondorski, J.E.T.F., 1937, t. 7, p. 1117.
17. M. Kersten, Phys. Zs., 1943, t. 44, p. 63.
18. L. Néel, Ann. Univ. Grenoble, 1946, t. 22, p. 293.
19. — Physica, 1949, t. 15, p. 225.
20. F. Viçena, Czechosl. Journ., 1954, t. 4, p. 419.
21. — Czechosl. Journ., 1955, t. 5, p. 481.
22. M. Kersten, *Probl. techn. Magnetisier, Kurve*. Berlin, 1938.
23. L. Néel, Cah. d. Phys., 1944, t. 25, p. 1.
24. E. Kondorski, DAN, SSSR, 1949, t. 68, p. 39.
25. C. Kittel, Phys. Rev., 1947, t. 70, p. 965.
26. L. Néel, C. R. Acad. Sci. Paris, 1947, t. 224, p. 1488 şi 1550.
27. E. Stoner a. E. Wohlfahrt, Phil. Trans. Roy. Soc., 1948, t. 240, p. 529.
28. E. Kondorski, Izv. AN, seria fiz. 1952, t. 16, p. 398.
29. I. Puzei, Zavod. Laboratoria, 1949, nr. 2.
30. M. Kersten u. V. Gottschalk, Zs. f. tech. Phys, 1947, t. 21, p. 345.
31. L. Mc. Keehan a. P. Cioffi, Phys. Rev., 1926, t. 28, p. 146.
32. S. Vonsovski i. I. Sur, *Feromagnetizm*. OGIZ, Moscova, 1948.
33. W. Doring, Zs. f. Phys., 1938, t. 108, p. 137.
34. M. Burgy, Phys. Rev., 1950, t. 80, p. 953.
35. T. D. Yensen a. N. A. Ziegler, Trans. Am. Soc. Mat., 1935, t. 23, p. 556.
36. Tangerding, Arch. Eisenhuttenw., 1935, t. 9, p. 103.
37. P. Cioffi, Phys. Rev., 1934, t. 45, p. 742.
38. W. Döring, Zs. f. Naturforsch., 1949, t. 40, p. 605.
39. M. Mager, Ann. d. Phys., 1952, t. 11, p. 1.
40. A. B. Goodenough, Phys. Rev., 1954, t. 95, p. 917.
41. E. I. Gurevicii, E. Kondorski, DAN, 1955, t. 104, nr. 4, p. 530.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

VARIAȚIA PROPRIETĂȚILOR MAGNETICE ALE FERITELOR MIXTE Cu + Ni, ÎN FUNCȚIE DE RAPORTUL FERIT DE CUPRU/FERIT DE NICHEL *)

DE

ELENA LĂBUȘCĂ şi FLORICA CONSTANTINESCU

1. Cercetările experimentale prezentate în lucrarea de față au avut ca obiect studiul proprietăților magnetice ale feritelor mixte de Cu + Ni de forma $CuFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4 + NiFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4$. În lucrările anterioare [1], [2] s-au expus rezultatele obținute pentru o serie de materiale magneto-dielectrice de tipul feritului dublu de nichel — $NiFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4$ și de asemenea rezultatele orientative [1] obținute pentru feritul dublu de cupru, de tipul $CuFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4$.

Feritele duble de nichel elaborate erau caracterizate în special prin pierderi totale mici în înaltă frecvență ($t_g \delta \cong 3 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^{-3}$), iar permeabilitatea magnetică avea valori medii ($\mu \cong 36 - 100$) în domeniul de frecvențe 0,1—3 MHz. Aceste caracteristici variau în limitele de mai sus în funcție de compoziția chimică (raportul NiO/ZnO), de tratamentul termic, de frecvența la care se efectuau măsurătorile și de valoarea cîmpului H din materialul magnetic.

Feritul de cupru elaborat orientativ era caracterizat printr-o permeabilitate mai mare ($\mu \cong 180 - 300$), în schimb pierderile totale erau mult mai mari ($t_g \delta \cong 30 \cdot 10^{-3} - 70 \cdot 10^{-3}$), pentru domeniul de frecvențe 0,1—1,5 MHz.

Din punct de vedere al posibilității de utilizare a acestor ferite în domeniul înaltei frecvențe, feritul de nichel elaborat corespundea pentru diferite utilizări în radio și audiofrecvență, în schimb feritul de cupru, din cauza pierderilor sale prea mari nu putea fi utilizat în condiții satisfăcătoare.

Dintre feritele de nichel elaborate, feritul notat NV8 prezenta caracteristici interesante, avînd pierderile totale foarte mici, cele mai mici din toată seria ($t_g \delta \cong 3 \cdot 10^{-3}$) respectiv un factor de calitate de ordinul $Q \cong 170 - 300$ în domeniul de frecvențe 0,1 — 1 MHz. Permeabilitatea acestui ferit era în schimb redusă, de ordinul a $\mu \cong 40 - 50$.

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la data de 18 ianuarie 1957.

2. În continuarea cercetărilor în domeniul materialelor magnetice moi de acest tip s-a urmărit să se obțină ferite pentru audiofrecvență, cu o permeabilitate mai mare decît $\mu = 40$, însă cu pierderi de același ordin de mărime ca a feritului NV8 menționat. O mărire a permeabilității la feritul de nichel atrăgea după sine în același timp și o mărire a pierderilor și în același timp, din punct de vedere al metodei de lucru, erau necesare tratamente termice de durată mare sau tratamente termice în oxigen.

Pentru a ajunge la același rezultat — permeabilitate mare și pierderi mici — s-a căutat de asemenea să se reducă pierderile feritului de cupru, însă nu s-a reușit să se treacă peste o anumită limită, din cauza conductibilității specifice mari a cuprului.

Rezultatele cercetărilor în această etapă s-au soldat cu elaborarea a două ferite noi (tabloul nr. 1) și anume : un ferit de nichel, notat D2,

Tabloul nr. 1

Caracteristicile magnetice ale feritelor mixte de Cu+Ni, f=10 kHz

Notația	Compoziția chimică	Raportul ferit Cu : ferit Ni	H Oe	μ	$t_g\delta \cdot 10^{-3}$
2L	ferit de cupru de tipul $20CuO.30ZnO.50Fe_2O_3$	1 : 0	0,065	506	72
			0,115	524	101
			0,190	560	135
			0,295	720	186
H4	ferit mixt : $20CuO.30ZnO.50Fe_2O_3 + 15NiO.35ZnO.50Fe_2O_3$	2 : 1	0,100	165	52
			0,160	190	80,6
			0,305	235	134
			0,350	280	152
H3	"	1 : 1	0,034	115	16
			0,083	120	31
			0,158	138	53
			0,300	175	98
H2	"	1 : 2	0,052	102	10,5
			0,108	106	15,6
			0,160	110	23,5
			0,245	115	34,2
H1	"	1 : 3	0,071	60	3,43
			0,107	61	3,90
			0,136	61	4,40
			0,186	61,5	5,20
D2	ferit de nichel de tipul $15NiO.35ZnO.50Fe_2O_3$	0 : 1	0,076	36	1,0
			0,115	36,5	1,16
			0,190	37	1,46
			0,304	38	1,91

cu pierderi mai reduse decît NV8, $t_g\delta = 1 \cdot 10^{-3} - 2.10^{-3}$ și o permeabilitate $\mu = 36$, în audiofrecvență și — un ferit de cupru, notat 2L, cu o permeabilitate mare, $\mu = 500 - 600$ în audiofrecvență însă cu pierderi mari, $t_g\delta = 75 \cdot 10^{-3} - 100 \cdot 10^{-3}$.

În continuare am analizat posibilitatea de a combina într-un ferit mixt caracteristicile acestor două ferite, D2 și 2L, în scopul de a obține un material mixt care să îmbine permeabilitatea mare a feritului de cupru cu pierderile foarte reduse ale feritului de nichel elaborat.

În acest scop s-au elaborat o serie de ferite mixte de Cu + Ni, folosind metodele specifice metalurgiei pulberilor, plecînd de la oxizii metalici respectivi : CuO, NiO, ZnO, Fe_2O_3.

În ceea ce privește caracteristicile acestor materiale mixte, existau două probabilități : prima, aceea de a obține un material mixt nemagnetic, sau slab magnetic, ca o urmare a obținerii unei structuri în care atomii de Fe, Ni și Cu să ocupe poziții de așa manieră încît momentele lor atomice să se compenseze reciproc — parțial sau total — și deci momentul magnetic rezultat să fie mic sau foarte mic. A doua posibilitate era cea urmărită, și anume obținerea unui material mixt magnetic, în care momentele magnetice ale atomilor de Fe, Ni și Cu să se adune — parțial sau total — și momentul rezultant să fie relativ mare, marcînd un material cu caracter pronunțat magnetic.

Rezultatele lucrărilor experimentale au verificat existența ambelor tipuri de materiale mixte — a celor complet nemagnetice și a acelor pronunțat magnetice. În prima etapă a cercetărilor s-au obținut materiale mixte nemagnetice (sau slab magnetice), care aveau un caracter dielectric pronunțat. Analizînd influența anumitor parametri specifici metodei de lucru (granulație, tratament termic), s-au stabilit orientativ anumite particularități ale acestor ferite mixte, în special o sensibilitate accentuată față de tratamentul termic.

În tabloul nr. 1 și figurile 1, 2, 3 dăm valorile caracteristicilor magnetice obținute pentru o serie de ferite mixte magnetice de acest tip, în comparație cu feritele inițiale de nichel și de cupru (D2 și 2L). În această serie de ferite s-a variat raportul ferit de cupru : ferit de nichel de la 2 :1 pentru feritul H4 pînă la 1 : 3 pentru feritul H1, compoziția feritului de cupru inițial fiind de $20\,CuO \cdot 30\,ZnO \cdot 50\,Fe_2O_3$, iar a feritului de nichel inițial $15\,NiO \cdot 35\,ZnO \cdot 50\,Fe_2O_3$.

Măsurătorile s-au efectuat în audiofrecvență, cu o metodă de punte folosind epruvete toroidale de dimensiuni aproximative : $D = 40$ mm, $d = 20$ mm, $h = 10$ mm.

Din analiza datelor experimentale reiese clar dependența proprietăților magnetice față de raportul ferit de cupru : ferit de nichel. Feritele mixte prezintă caracteristici magnetice intermediare, iar alura curbelor $\mu = f(H)$ și $t_g\delta = f(H)$ este de asemenea influențată de raportul Cu :Ni, în sensul că feritele mixte bogate în cupru prezintă o creștere mai accentuată a permeabilității și pierderilor în funcție de cîmp — creștere specifică feritului de cupru, iar feritele mixte bogate în nichel sînt mult mai puțin sensibile la variațiile de cîmp, pe un interval mai mare, comportare specifică feritului de nichel (fig. 2 și 3). Se remarcă raportul 1 :1 (ferit Cu : ferit Ni) ca un punct pentru care influența feritelor inițiale este relativ echilibrată.

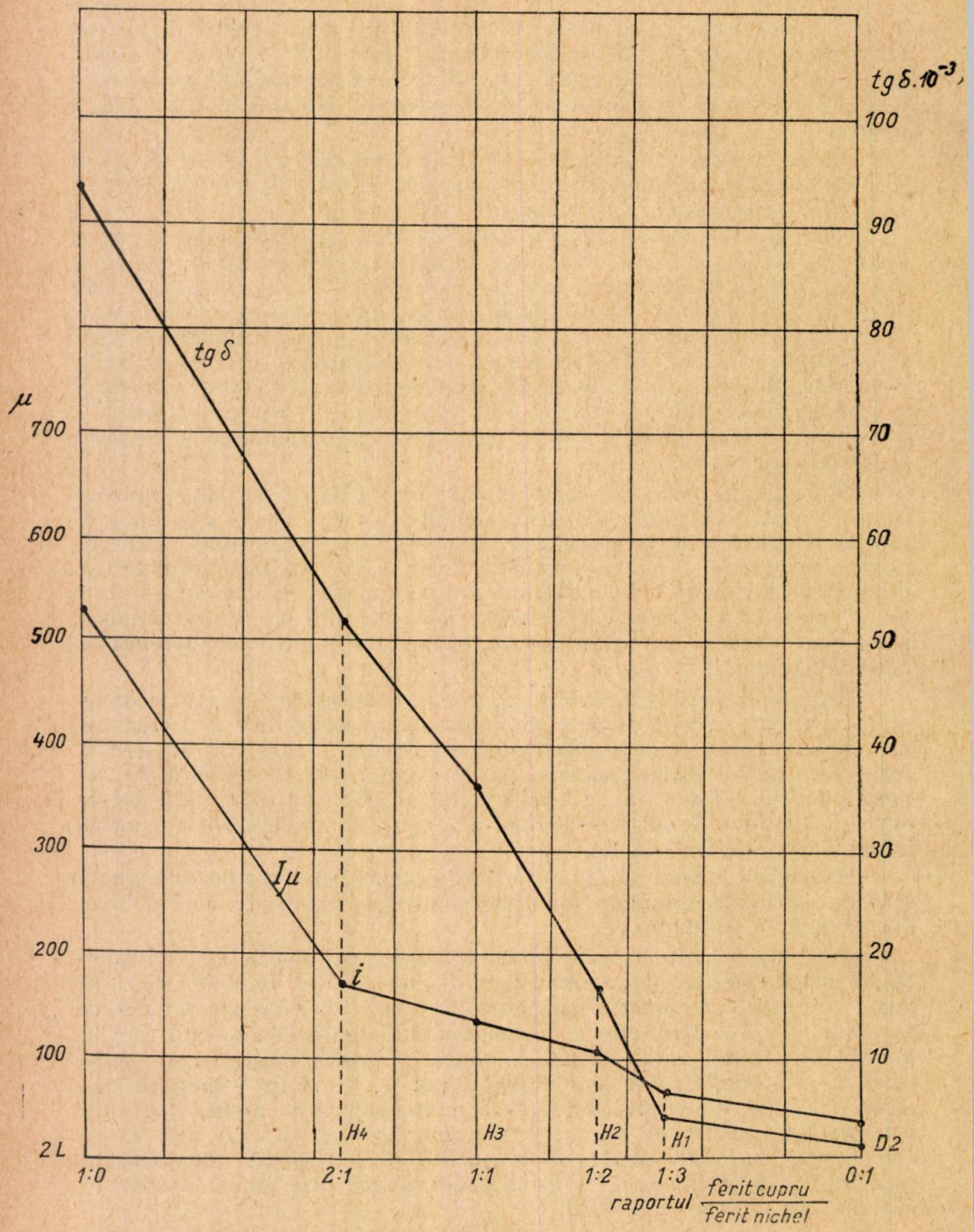


Fig. 1. — Variaţia permeabilităţii şi a pierderilor în funcţie de raportul ferit cupru/ferit nichel ($f = 10$ kHz, $H = 0{,}1$ Oe).

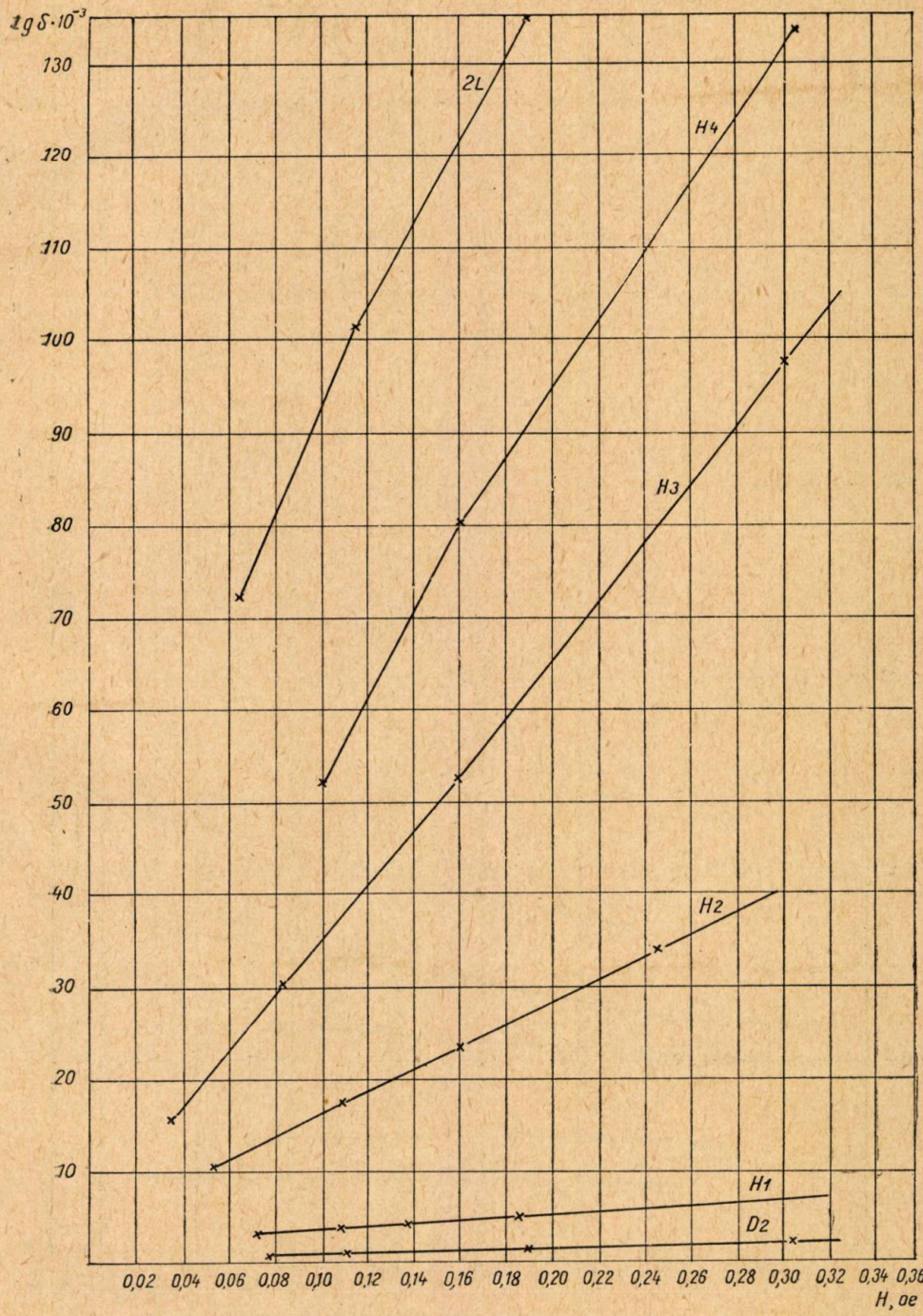


Fig. 2. — Variaţia pierderilor totale în funcţie de cîmp ($f = 10$ kHz).

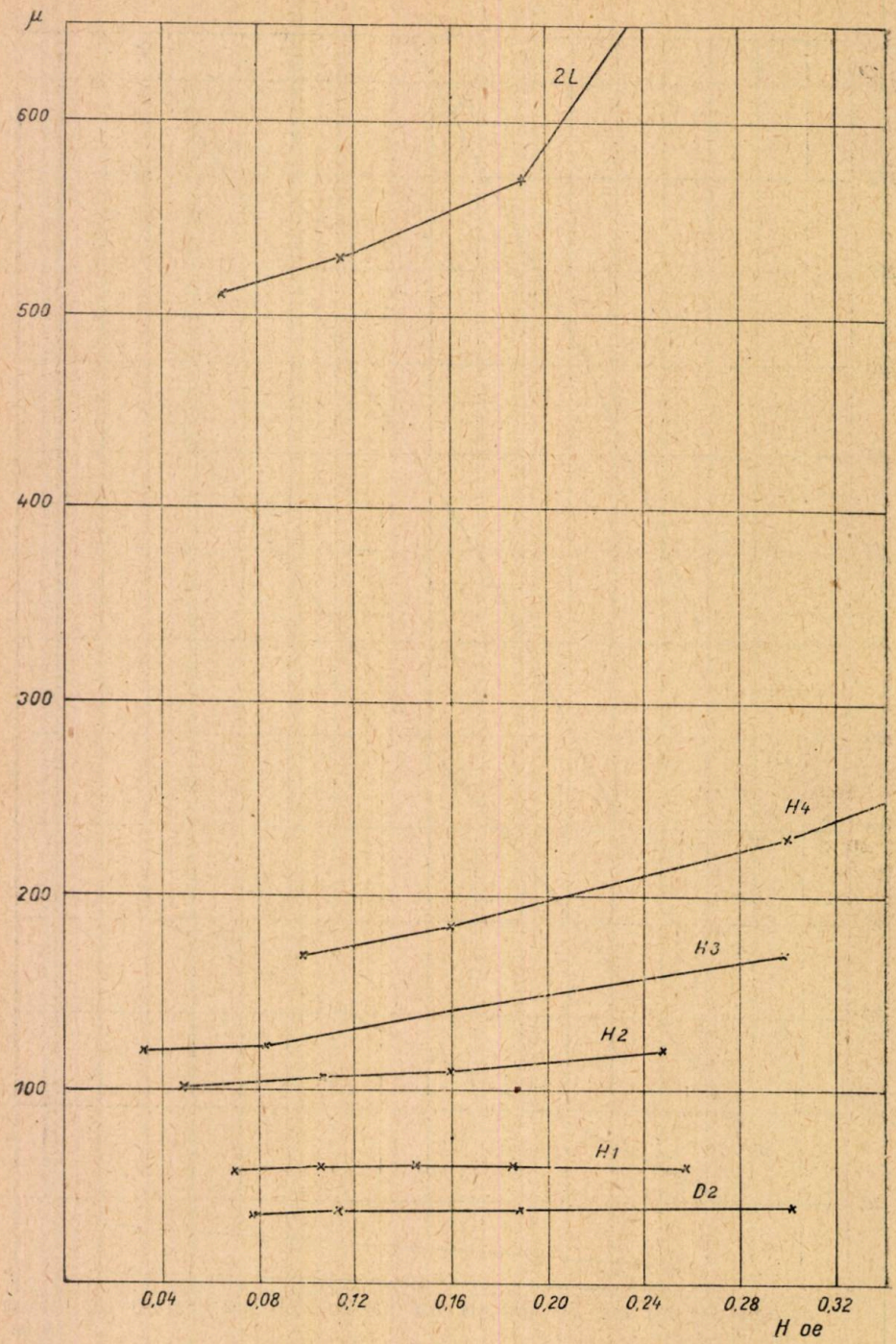


Fig. 3. — Variaţia permeabilităţii în funcţie de cimp ($f = 10$ kHz).

În tabloul nr. 1 și figurile 1, 2, 3 sînt luate în considerație valorile pierderilor totale, $t_g\delta$. Se știe că pierderile totale sînt date de expresia :

$$t_g\delta \cong \delta = \delta_f \cdot f + \delta_H \cdot H + \delta_n,$$

în care : δ_f = coeficientul de pierderi în curenți turbionari,
δ_H = „ „ „ histeresis,
δ_n = „ „ „ prin postefect, iar f și H sînt frecvența, respectiv cîmpul la care se efectuează măsurătorile. În baza acestei relații s-au separat pierderile pentru feritele mixte de mai sus și în tabloul nr. 2 dăm valorile medii obținute pentru coeficienții de pierderi, iar în figura 4 reprezentarea grafică a variației pierderilor în funcție de raportul Cu : Ni.

Tabloul nr. 2

Valorile medii ale coeficienților de pierderi specifice

Ferit	$\delta_H \cdot 10^3\,Oe^{-1}$	$\delta_f \cdot 10^9\,Hz^{-1}$	$\delta_n \cdot 10^3$
2L	550	2 000	20
H4	410	800	7
H3	320	400	4
H2	134	250	2
H1	16	110	1,2
D2	4	30	0,4

Trebuie să menționăm că valorile de mai sus (tablourile nr. 1, 2) corespund unei serii de ferite mixte elaborate în aceleași condiții — în limita erorilor experimentale. Am arătat și anterior că în cadrul lucrărilor s-au obținut și ferite mixte nemagnetice sau mai slab magnetice, aceasta în funcție în primul rînd de tratamentul termic respectiv care condiționează obținerea unei anumite structuri. Acest aspect al influenței tratamentului termic asupra structurii urmează a fi studiat sistematic ulterior, însă ținem să menționăm acum, cu caracter de orientare, unele rezultate.

Astfel, de exemplu, pentru feritele H2 și H3 sau mai exact, pentru feritele cu raportul ferit de cupru : ferit de nichel egal cu 1 : 2 și 1 : 1 s-au obținut și materiale cu permeabilități mai mici și de asemenea și cu pierderi mult mai mici. În tabloul nr. 3 dăm valorile caracteristicilor magnetice pentru aceste ferite notate PH2 și PH3. În legătura cu aceasta, din analiza parametrilor specifici metodei de lucru și a proprietăților materialelor obținute s-a pus în evidență o influență accentuată a porozității asupra proprietăților magnetice a feritelor mixte. Porozitatea influențează totdeauna proprietățile unui material magnetic, însă trebuie să menționăm că în general feritele, ca și toate materialele obținute prin sinterizare, păstrează o oarecare porozitate, mai mare sau mai mică, în funcție de granulație, de presiune, de tratamentul termic etc. În cazul de față însă, al feritelor de cupru și a celor mixte Cu + Ni, această influență a porozității este mult mai accentuată față de feritul de nichel, în sensul

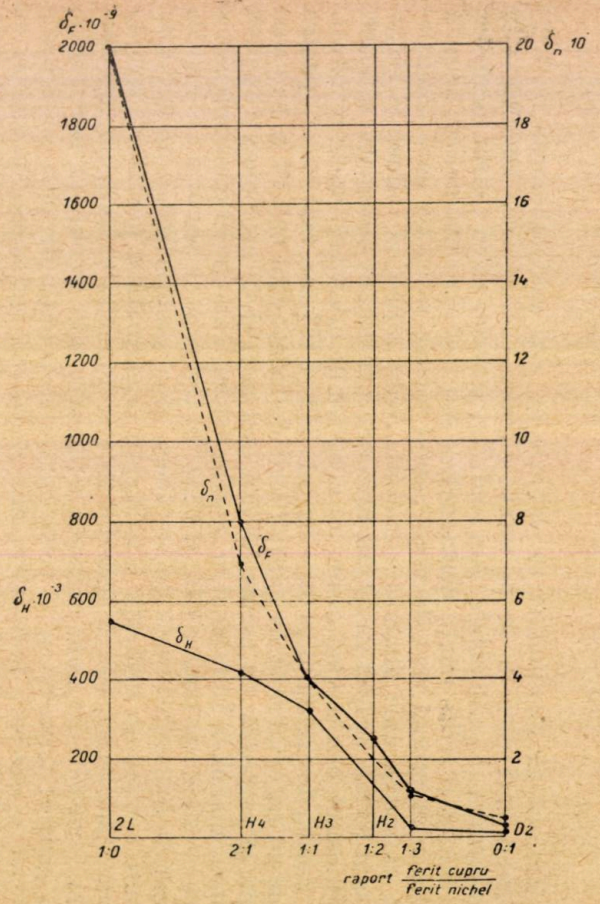


Fig. 4. — Variaţia pierderilor specifice în funcţie de raportul ferit cupru/ferit nichel.

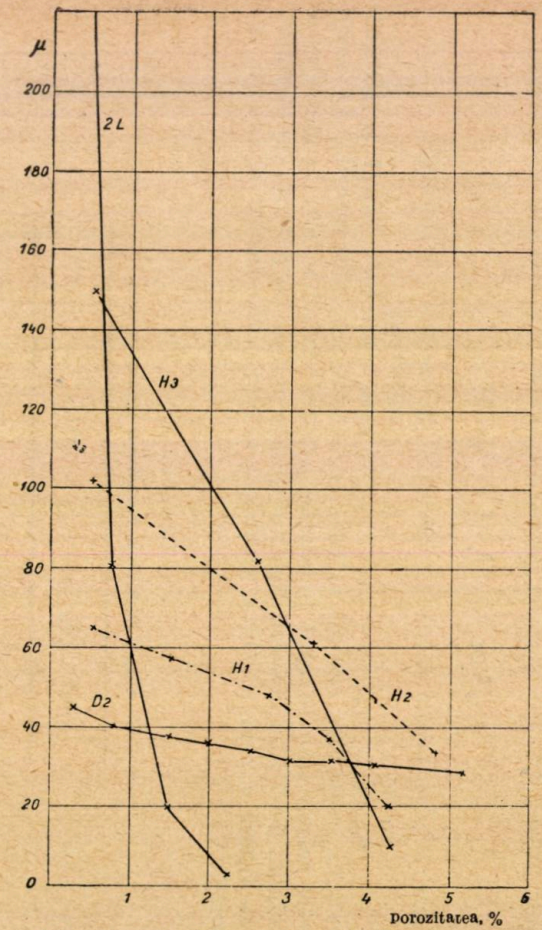


Fig. 5. — Variaţia permeabilităţii în funcţie de porozitate.

că o variaţie de 1 — 3% a porozităţii faţă de porozitatea minimă acceptabilă, determină practic pierderea completă a permeabilităţii magnetice la feritul de cupru — sau la cele bogate în cupru, pe cînd la feritul de nichel şi la cele bogate în nichel, această variaţie a porozităţii determină, ce e

Tabloul nr. 3

Caracteristicile magnetice ale unor ferite mixte cu porozitate remanentă $f = 20$ kHz

Ferit	Raport Cu : Ni	Porozitate medie %	H_{Oe}	μ	$t_g \delta \cdot 10^{-3}$
PH2	similar H2	~ 3,3	0,070	59,5	1,2
			0,108	60	2,4
			0,140	60,5	3,5
			0,165	61	4,5
			0,186	62,3	5,1
PH3	similar H3	~ 2,6	0,076	78	6,0
			0,115	80	9,6
			0,147	81,5	13,0
			0,177	83	15,0

drept, o variaţie a permeabilităţii, însă mult mai puţin sensibilă. În figura 5 redăm indicativ aspectul variaţiei lui $\mu = f(\vartheta)$ pentru tipul de ferite studiat, menţionînd că datele cantitative respective trebuie considerate ca cifre de orientare, întrucît sînt strîns legate de metoda de lucru.

Factorul tehnologic care determină în primul rînd variaţia porozităţii este, în cazul de faţă, regimul tratamentului termic. La feritul de cupru şi cele mixte o variaţie de $\pm$ 20°C şi chiar mai puţin, în temperatura de sinterizare, faţă de temperatura optimă cauzează variaţii mari a porozităţii, deci a proprietăţilor magnetice. Aceeaşi variaţie a temperaturii pentru feritul de nichel, sau cele mixte bogate în nichel, cauzează variaţii mult mai mici a porozităţii.

Măsurătorile caracteristicilor magnetice s-au efectuat în Laboratorul măsuri în înaltă frecvenţă a Institutului politehnic Bucureşti, în colaborare cu prof. Edm. Nicolau şi ing. Gh. Stancu, cărora le mulţumim pe această cale pentru concursul dat.

ВАРИАЦИЯ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ СМЕШАННЫХ ФЕРРИТОВ Cu+Ni В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ОТНОШЕНИЯ ФЕРРИТА МЕДИ К ФЕРРИТУ НИКЕЛЯ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

На основе феррита никеля типа $NiFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4$, характеризирующегося чрезвычайно малыми тотальными потерями, и феррита меди типа $CuFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4$, характеризирующегося высокой проницаемостью, авторы

выработали ряд магнитных смешанных ферритов типа $NiFe_2O_4 \cdot CuFe_2O_4 \cdot ZnFe_2O_4$.

Изучая вариацию магнитных свойств (μ, $tg\,\vartheta$) в зависимости от отношения феррита меди к ферриту никеля, авторы установили, что у смешанных ферритов, у которых это отношение больше единицы, характеристики ближе к характеристикам исходного феррита меди, а у смешанных ферритов, у которых это отношение меньше единицы, характеристики ближе к характеристикам исходного феррита никеля. Ориентировочно было выявлено значительное изменение магнитных свойств феррита меди и смешанных ферритов, богатых медью в зависимости от остаточной пористости.

ОБЪЯСНЕНИЕ РИСУНКОВ

Рис. 1. — Изменения проницаемости и потерь в зявисимости от отношения феррита меди к ферриту никеля ($f = 10$ kHz, $H = 0{,}1$ Oe).
Рис. 2. — Изменения общих потерь в зависимости от поля ($f = 10$ kHz).
Рис. 3. — Изменения проницаемости в зависимости от поля ($f = 10$ kHz).
Рис. 4. — Изменения удельных потерь в зависимости от отношения феррита меди к ферриту никеля.
Рис. 5. — Изменения проницаемости в зависимости от пористости.

VARIATION DES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DES FERRITES MIXTES Cu+Ni, EN FONCTION DU RAPPORT FERRITE DE CUIVRE/FERRITE DE NICKEL

(RÉSUMÉ)

A partir d'un ferrite de nickel, du type $NiFe_2O_4$. $ZnFe_2O_4$, caractérisé par des pertes totales très réduites, et d'un ferrite de cuivre, du type $CuFe_2O_4.ZnFe_2O_4$, caractérisé par une grande perméabilité, les auteurs ont élaboré une série de ferrites mixtes magnétiques, du type $NiFe_2O_4 \cdot CuFe_2O_4.ZnFe_2O_4$.

L'étude de la variation des propriétés magnétiques (μ, $tg\,\vartheta$), en fonction du rapport ferrite de cuivre/ferrite de nickel, a permis de constater que les propriétés des ferrites mixtes, pour lesquelles ce rapport est supérieur à 1, sont voisines de celles du ferrite de cuivre initial, tandis que les propriétés des ferrites dont le rapport est inférieur à 1 sont voisines de celles du ferrite de nickel initial. On a également mis en évidence, pour l'orientation, une sensible variation des propriétés magnétiques, en fonction de la porosité rémanente, pour les ferrites de cuivre et pour les ferrites mixtes, riches en cuivre.

EXPLICATION DES FIGURES

Fig. 1. — Variation de la perméabilité et des pertes, en fonction du rapport ferrite de cuivre/ferrite de nickel ($f = 10$ kHz, $H = 0{,}1$ Oe).
Fig. 2. — Variation des pertes totales, en fonction du champ ($f = 10$ kHz).

Fig. 3. — Variation de la perméabilité, en fonction du champ (f = 10 kHz).

Fig. 4. — Variation des pertes spécifiques, en fonction du rapport ferrite de cuivre/ferrite de nickel.

Fig. 5. — Variation de la perméabilité, en fonction de la porosité.

BIBLIOGRAFIE

1. Elena Lăbuşcă, Comunicările Acad. R. P. R., t. VI, nr. 5, mai 1956, p. 649.
2. Elena Lăbuşcă şi Mihail Ionescu, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, nr. 2, 1956.
3. N. Snoek, *New Developments in Ferromagnetic Materials*. Amsterdam, 1949.
4. H. P. J. Wijn, L'onde électrique, 1954, t. 34, nr. 326, p. 418.

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ
Tomul VIII, nr. 3, 1957

ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ

ASUPRA BAZELOR TEORETICE ALE MODELULUI NUCLEAR AL PĂTURILOR *)

DE

R. WEINER

Introducere

Succesul modelului nuclear al păturilor **) a cerut de la început teoriei rezolvarea a două probleme mari :

1. *Demonstrarea existenţei* potenţialului nuclear uniparticulă.

2. *Deducerea* formei analitice a acestui potenţial şi a consecinţelor respective (nivelele de energie şi numerele magice, regulile de cuplaj, momentele electrice şi magnetice, distribuţia nucleară, probabilităţile de tranziţie etc.).

Prima problemă este strîns legată de problema mai multor corpuri care după cum se ştie este departe de a fi rezolvată chiar din punctul de vedere al mecanicii clasice. Totuşi, în ultimul timp s-au obţinut o serie de rezultate şi în această privinţă, demonstrîndu-se între altele că, în anumite condiţii, care sînt în general similare cu cele care există în nucleele atomice, interacţiunea pluriparticulă între nucleoni poate fi redusă la interacţiunea nucleonică biparticulă [1]. În plus, o serie de date par să conveargă înspre teza că interacţiunea a doi nucleoni în nucleu este mult mai slabă decît interacţiunea a doi nucleoni nelegaţi. În cele ce urmează însă nu ne vom ocupa de această problemă principală decît în măsura în care ea este legată de problema 2, scopul acestei lucrări fiind analiza rezultatelor obţinute pe diferite căi în deducerea formei concrete a potenţialului nuclear şi a consecinţelor sale.

Este clar că problema 2 prezintă şi ea o importanţă excepţională. În primul rînd interpretarea teoretică a unor serii de experienţe cere cunoaşterea stărilor nucleare şi a funcţiilor de undă respective şi în al doilea şi nu în ultimul rînd, rezultatele obţinute prin diferitele metode în rezolvarea problemelor menţionate constituie o verificare pe scară nucleară a acestor metode generale ale mecanicii cuantice şi a ipotezelor care stau la baza acestora.

Trebuie recunoscut de la început că încă nu există o rezolvare pe deplin satisfăcătoare a acestei probleme — atît în ceea ce priveşte concordanţa cu experienţa cît şi în ceea ce priveşte însuşi procedeul euristic. Acest din urmă fapt se manifestă prin abordarea separată a unor probleme ca potenţialul nuclear şi cuplajul spin-orbită (ele sînt deduse în mod separat pe baza unor ipoteze care nu concordă întotdeauna între ele în loc să rezulte simultan în cadrul unui sistem teoretic coerent). Există, în general, o tendinţă de amestec a unor metode teoretice şi empirice

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 6 aprilie 1957.

**) În această lucrare prin modelul păturilor vom înţelege modelul uniparticulă Mayer-Jensen care nu ţine seama de mişcările colective ale nucleonilor.

care sînt potrivite a posteriori astfel încît să se obțină o concordanță cît de cît satisfăcătoare cu experiența.

Trei direcții principale caracterizează eforturile teoreticienilor pentru rezolvarea problemei 2.

1) Deducerea potențialului nuclear și a consecințelor care decurg din aceasta precum și a cuplajului spin-orbită și a regulilor de cuplaj pe baza forțelor nucleare.

2) Deducerea potențialului nuclear și a consecințelor respective, pornind de la un potențial *fenomenologic*, cu un număr oarecare de parametri arbitrari care se determină din condiția ca concordanța dintre rezultatele teoretice și cele experimentale să fie optimă.

3) Determinarea numerelor magice pe baza relației deduse din modelul statistic Thomas-Fermi între densitatea nucleară și distribuția momentelor cinetice.

În cele ce urmează vom expune și analiza rezultatelor obținute în aceste trei direcții.

I. FORȚELE NUCLEARE ȘI MODELUL PĂTURILOR

Această direcție de dezvoltare a fundamentelor teoretice ale modelului păturilor se caracterizează în special prin interesul principial pe care-l prezintă — dat fiind că este legată de problema spinoasă și departe de a fi rezolvată — a forțelor nucleare.

Afară de aceasta bazarea pe forțele nucleare ale modelului păturilor prezintă avantajul că permite folosirea metodei cîmpului selfconsistent, care este o metodă prin excelență adecvată problemei mai multor corpuri. Însă, stadiul actual al cunoștințelor noastre asupra forțelor nucleare face ca acest avantaj să nu aibă o importanță practică imediată. Problema forțelor nucleare a fost abordată din două puncte de vedere:

— Teoria mezonică a forțelor nucleare (§ 1).

— Teoria fenomenologică a forțelor nucleare (§ 2).

Aceste două puncte de vedere se reflectă și în direcția 1) a modelului păturilor.

§ 1. Teoria mezonică a forțelor nucleare

Două fapte importante caracterizează cîmpul mezonic nuclear:

a) Mezonii se supun statisticii Bose-Einstein.

b) Amplitudinea cîmpului mezonic în nucleu și deci numărul de mezoni care realizează interacțiunea nucleonilor în nucleu este mare.

De aici rezultă că într-o primă aproximație cîmpul mezonic nuclear poate fi considerat un cîmp clasic — și astfel pot fi evitate dificultățile serioase pe care le implică cuantificarea ecuațiilor mezonice. Această aproximație clasică a fost folosită într-o serie de lucrări dedicate subiectului nostru — și rezultatele obținute nu diferă prea mult de cele obținute prin metoda mai riguroasă a cuantificării a doua, acolo unde cuantificarea a putut fi efectuată. De aceea, în cele ce urmează ne vom limita la această aproximație.

Determinarea cîmpului mezonic φ se reduce astfel la rezolvarea unei ecuații pentru φ pornind de la o sursă nucleonică dată ρ

$$D(t, r)\,\varphi = f(\rho, \varphi), \tag{1}$$

unde D este un operator, în general spațial și temporal, liniar sau neliniar, iar f o funcție care reprezintă interacțiunea dintre nucleonii reprezentați prin ρ și cîmpul mezonic dat de φ. De forma acestei funcții depinde între altele caracterul liniar sau neliniar al interacțiunii (în cazul liniar $f = \text{const.}\ \rho$).

A. *Ecuația mezonică scalară și potențialul nuclear*

În cazul variantei liniare dependența temporală a lui D prezintă un interes principial, deoarece se poate arăta [2], [3] că efectele relativiste, neglijabile de obicei în problemele privind structura nucleului, duc în acest caz la existența la distanțe mici, a unui potențial repulsiv între nucleoni care, la distanțe mai mari trece în potențialul atractiv obișnuit, ceea ce în anumite condiții poate explica una din cele mai importante proprietăți ale nucleelor atomice și anume, saturația *).

În cele ce urmează vom lăsa la o parte aceste considerații temporal-relativiste și atunci, în cazul liniar, ecuația (1) devine ecuația Klein-Gordon obișnuită

$$\Delta\varphi - \mu^2 \varphi = -g\rho, \tag{2}$$

unde g este constanta de cuplaj a cîmpului mezonic și μ inversul lungimii Compton a mezonului respectiv. Postulînd o anumită formă pentru ρ se rezolvă ecuația (2), cu condițiile la limită obișnuite, soluția reprezentînd potențialul nuclear căutat. Cu acest potențial se rezolvă apoi ecuația Schrödinger pentru nucleoni și se obțin astfel nivelele de energie, păturile nucleare și funcțiile de undă uniparticulă. Varianta aceasta a fost studiată de G. Szamosi [4].

Distribuția nucleară ρ este considerată ca suma dintre distribuția protonică ρ_p și cea neutronică ρ_n

$$\rho = \rho_p + \rho_n,$$

iar în ceea ce privește forma analitică a lui ρ se lucrează cu două variante

$$\rho = \begin{cases} \dfrac{3}{4\pi K^3} = \rho_0 \text{ pentru } r < R = r_0 A^{\frac{1}{3}} = \text{raza nucleară} \\ 0 \end{cases}$$

$$\rho_p = \begin{cases} \rho_0 \dfrac{Z}{A} & \text{pentru } r < R \\ 0 & \text{pentru } r > R \end{cases} \tag{3}$$

sau

$$\rho = \rho_0' e^{-\alpha r^2},$$
$$\rho_p = \rho_0'' e^{-\beta r^2}. \tag{3'}$$

Potențialul total care intervine în ecuația Schrödinger pentru funcția uniparticulă va fi compus din trei termeni :

1° Potențialul nuclear φ.

2° Potențialul electrostatic Φ, care este soluția ecuației Poisson

$$\Delta\Phi = e\rho_p \tag{4}$$

(acest termen apare desigur numai la protoni).

3° Potențialul corespunzător interacției spin-orbită (nu se ține seama și de termenul electromagnetic)

$$\frac{K}{r}\frac{d\varphi}{dr},$$

*) Desigur că aceasta nu este singura cale de explicare a saturației. Existența forțelor de schimb care duc și ele la saturație este astăzi stabilită cu certitudine (vezi asupra acestei probleme și punctul B).

cu

$$K = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{2}\left(\dfrac{\hbar}{mc}\right)^2 l, \\ \dfrac{-\lambda}{2}\left(\dfrac{\hbar}{mc}\right)^2 (l+1), \end{cases}$$

λ fiind o constantă determinată empiric și considerată în [4] ca având valoarea 20, (λ variază de la potențial la potențial; vezi punctul II). Ecuația Schrödinger pentru neutroni este

$$\Delta\psi_n + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E_n + g\varphi - \frac{Kg}{r}\frac{d\varphi}{dr}\right)\psi_n = 0, \tag{5}$$

iar pentru protoni

$$\Delta\psi_p + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E_p + g\varphi - e\Phi - \frac{Kg}{r}\frac{d\varphi}{dr}\right)\psi_p = 0. \tag{6}$$

Soluțiile ecuațiilor (2) și (4) corespunzătoare lui (3) sînt

$$\varphi = \begin{cases} a\left[(1+x_0)\,e^{-x_0}\dfrac{\operatorname{sh} x}{x} - 1\right] & \text{pentru } x < x_0, \\ ax_0\left[(1+x_0)\dfrac{\operatorname{sh} x_0}{x_0} - e^{x_0}\right]\dfrac{e^{-x}}{x} & \text{pentru } x > x_0, \end{cases}$$

$$\Phi = \begin{cases} -\left(\dfrac{3}{2}\dfrac{Ze\mu}{x_0} - \dfrac{Ze\mu}{2x_0^3}\right)\Big/4\pi, \\ -\dfrac{Ze\mu}{x}\Big/4\pi, \end{cases}$$

unde

$$x = \mu r, x_0 = \mu R, a = -\frac{3g}{4\pi\mu^2 r_0^3}.$$

Pentru densitatea (3) se obțin expresii analoage, însă deoarece în acest caz rezultatele sînt complet nesatisfăcătoare, nu mai dăm expresiile lui φ și Φ pentru această formă a lui ρ.

În ceea ce privește constanta de cuplaj g care rămîne nedeterminată, ea este luată în [4] egală cu 5 e. Aceasta este de la început o carență a teoriei, care fie că ar trebui să dea posibilitatea de a calcula constantele problemei (ceea ce revine la o cunoaștere exactă a forțelor nucleare), fie că ar trebui să dea o metodă pentru determinarea lor cu ajutorul datelor empirice.

Ecuația Schrödinger pentru problema noastră este rezolvată numeric prin metoda diferențelor finite. Erorile sînt evaluate la mai puțin de 5% pentru nivelele de energie.

Rezultatele arată, așa cum am menționat mai sus, că distribuția (3') nu duce la numerele magice corecte, iar distanțele dintre o serie de nivele nu depășesc erorile de calcul și deci nivelele respective nu pot fi considerate descompuse, așa cum o cere experiența. În plus, spinii calculați sînt într-o discordanță netă cu cei reali.

Distribuția (3) dă rezultate ceva mai bune, în sensul că se obțin numerele magice corecte, iar pînă la Rb^{87} — și spinii calculați concordă cu cei determinați experimental.

Pe de altă parte însă există și în cazul acesta o descompunere insuficientă a nivelelor.

Lucrarea [4] se oprește aici, adică la aproximația zero a metodei cîmpului selfconsistent. Un pas înainte în această direcție îl constituie lucrarea lui J. T a l m a n [5], care calculează

și aproximația întîia, pe baza metodei Hartree, cu ajutorul distribuției ρ obținută din funcțiile de undă uniparticulă ale aproximației zero.

Se constată că potențialul astfel obținut crește mai lent la marginea nucleului, adică are un caracter difuz, iar raza sa scade sensibil în comparație cu potențialul aproximației zero. Este de bănuit că aproximațiile succesive accentuează această tendință și înrăutățesc concordanța lui ρ calculat astfel, cu cel experimental.

Un calcul ceva mai riguros în ceea ce privește metoda cîmpului selfconsistent se datorește lui M. Rotenberg [6], pe baza ecuațiilor Hartree-Fock, ținînd seama de forțele de schimb. Aici însă, aproximația zero este considerată groapa de potențial, iar interacțiunea biparticulă Yukawa este folosită abia în aproximația întîia, la determinarea relației dintre potențial și ρ. Deși rezultatele pentru ρ par să fie mai satisfăcătoare decît cele precedente, din punct de vedere principial nu s-a cîștigat prea mult prin aceasta dat fiind că punctul de plecare nu l-a constituit interacția mezonică — ci un potențial fenomenologic.

Înainte de a încheia discuția asupra ecuației Klein-Gordon trebuie atrasă atenția asupra unei alte posibilități de a deduce potențialul nuclear din forțele mezonice scalare, care se deosebește de cea studiată în [4] prin faptul că nu pornește de la o formă empirică pentru ρ, ci determină pe ρ chiar din potențialul nuclear φ, pe baza relației Thomas-Fermi :

$$\rho = \frac{2(\varphi - \varphi_R)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2},$$

unde φ_R este valoarea potențialului nuclear la marginea nucleului.

Ecuația Klein-Gordon cu parte dreaptă devine astfel ecuația neliniară

$$\Delta\varphi - \mu^2\varphi = -\frac{2g}{3\pi^2}(\varphi - \varphi_R)^{\frac{3}{2}}$$

care se rezolvă numeric [7]. Cu potențialul nuclear astfel obținut se poate rezolva ecuația Schrödinger.

Deși posibilitatea de mai sus n-a fost studiată pînă în prezent este de așteptat ca rezultatele care ar putea fi obținute astfel să nu difere prea mult de cele din [4]. Autorii lucrării [7] nu folosesc această cale, ci aleg metoda statistică și vom analiza rezultatele lor la punctul III.

Ținînd seama de faptul că varianta scalară a ecuațiilor mezonice fără forțe de schimb este o aproximație foarte slabă a forțelor nucleare reale, caracterul, în general, nesatisfăcător al rezultatelor obținute pe această cale nu este surprinzător și de aceea s-a căutat de la început remedierea acestei situații prin considerarea unor interacții nucleare mai complexe. Una din aceste încercări este legată de mezodinamica neliniară.

B. *Ecuații mezonice neliniare și potențialul nuclear*

Una dintre proprietățile cele mai remarcabile ale nucleelor atomice este saturația. La început s-a căutat să se explice această proprietate prin forțele nucleare biparticulă — fie cu ajutorul forțelor de schimb — fie cu ajutorul unui sîmbure repulsiv al interacțiunii înconjurat de o zonă atractivă. Se pare însă că aceste două încercări nu pot fi corelate în mod satisfăcător cu celelalte date din fizica nucleară [8]. De aceea, a fost formulată ideea că în explicarea saturației forțelor nucleare trebuie ținut seama de interacțiunea pluriparticulă a nucleonilor. O încercare foarte interesantă, care tinde să explice pe calea aceasta saturația nucleară și din care rezultă totodată structura în pături a nucleului, a fost inițiată de L. Schiff [8], [9], pe

baza unei ecuații mezonice neliniare *). Neliniaritatea ecuației este aleasă astfel încît amplitudinea cîmpului mezonic să crească mai încet decît liniar o dată cu creșterea intensității sursei nucleonice, ceea ce face ca modificarea amplitudinii cîmpului la adăugarea unui nucleon să fie mai mică atunci cînd există deja un număr mare de nucleoni, decît în cazul cînd numărul lor este mic. Ecuația mezonică aleasă de S c h i f f și care asigură această cerință este

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \Delta\varphi + \mu^2\varphi + g^4(\hbar c)^{-3}\lambda\varphi^3 = g\rho. \tag{7}$$

Se vede că interacțiunea este liniară și neliniaritatea apare în cîmpul nuclear, deoarece după cum se arată în [9], numai astfel poate fi asigurată saturația.

Studiul acestei ecuații [8] arată două lucruri remarcabile :

— în primul rînd, constantele λ și g pot fi alese astfel încît energia de legătură variațională a nucleonilor să fie 42% din cea reală ceea ce asigură saturația ;

— în al doilea rînd, interacția biparticulă, în afara nucleului, are ordinul de mărime corespunzător celui real, iar în nucleu, această interacție este mult mai slabă, ceea ce explică calitativ existența cîmpului nuclear uniparticulă.

Studii amănunțite asupra ecuației (7) au fost efectuate în [11], [12], [13], iar din punctul de vedere al cuantificării a doua în [14], [15], [16], [17]. Pe noi ne interesează în cadrul acestei lucrări felul în care ecuația (7) rezolvă problema 2. Această problemă a fost abordată de B. M a l e n k a [18] și ulterior de P. M i t t e l s t a e d t [19]. Vom reda mai jos cîteva momente semnificative ale lucrării lui M a l e n k a care reprezintă și un interes mai general, fiind vorba despre integrarea aproximativă a unei ecuații neliniare.

Hamiltonianul corespunzător părții statice a ecuației [7] poate fi scris, după anumite transformări

$$H = \int \left[-\frac{1}{4}g^4(\hbar c)^{-3}\lambda\varphi^4 - \frac{1}{2}g\rho\varphi\right] d\tau\,. \tag{8}$$

Într-o primă aproximație punem

$$\rho = \begin{cases} \rho_0 = \dfrac{3}{4\pi r_0^3} & \text{pentru } r < R \\ 0 & \text{pentru } r > R \end{cases} \tag{9}$$

și

$$\varphi(r) \simeq \text{const.} = \varphi_0 = \varphi(0).$$

Din (7) rezultă

$$\mu^2\varphi_0 + g^4(\hbar c)^{-3}\lambda\varphi_0^3 = g\rho_0. \tag{10}$$

După cum vom vedea mai jos

$$\mu^2\varphi_0 \ll g^4(\hbar c)^{-3}\lambda\varphi_0^3\,. \tag{11}$$

În cazul acesta din (10) rezultă :

$$\varphi_0 \approx \left(\frac{\hbar c}{g}\right)\left(\frac{\rho_0}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}, \tag{12}$$

iar din (8) se vede că energia potențială efectivă per nucleon datorită cîmpului mezonic și nucle-

*) Echivalența în ceea ce privește saturația nucleară între interacțiunile pluriparticulă și cele neliniare a fost demonstrată de C l e m e n t e l și V i l l i [10].

onilor este

$$\frac{H_0}{A} = -\frac{3}{4}\hbar c\left(\frac{\rho_0}{\lambda}\right)^{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{4}\frac{\hbar c}{r_0}\left(\frac{3}{4\pi\lambda}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{13}$$

Pentru energia cinetică per nucleon se folosește modelul Thomas-Fermi (vezi de ex. [20])

$$\frac{T}{A} = \frac{3}{40}(9\pi)^{\frac{2}{3}}\lambda_n^{*2}\frac{mc^2}{r_0^2}, \tag{14}$$

unde $2\pi\lambda_n^*$ este lungimea Compton a nucleonului.

Condiția de stabilitate a configurației nucleare cere ca energia de legătură per nucleon

$$\varepsilon = -\frac{T}{A} - \frac{H_0}{A} \tag{15}$$

să fie maximă

$$\frac{d\varepsilon}{dr_0} = 0$$

Din (13), (14) și (15) rezultă

$$\left|\frac{H_0}{A}\right| = 2\frac{T}{A} \tag{16}$$

sau

$$\varepsilon = \frac{T}{A} > 0. \tag{17}$$

Faptul că ε este pozitiv asigură saturația. Aceasta confirmă rezultatul general obținut de Schiff [8], după care, în orice teorie neliniară de tipul celei discutate aici, $\varepsilon > 0$ dacă $\varphi_0^{n-1} \sim \rho$ cu $n > \frac{5}{2}$ (a noi $\varphi_0 \sim \rho^{\frac{1}{3}}$, vezi formula (8)).

Din (16) rezultă o relație între r_0 și λ. Cu $r_0 = 1{,}5.10^{-13}$ cm se obține $\lambda = 13{,}6$ și $\varepsilon = 12{,}6$ MeV, ceea ce este într-o concordanță aproximativă cu valoarea empirică pentru ε (cu un r^0 ceva mai mic, așa cum indică rezultatele experimentale de azi, concordanța este și mai bună dar dat fiind aproximațiile făcute în cele de mai sus, aceasta nu are nici o semnificație). Într-adevăr, după cum subliniază Mittelstaedt [19], în [18] nu s-a ținut seama în primul rînd de faptul că și ρ trebuie determinat în modelul Thomas-Fermi printr-un procedeu variațional și în al doilea rînd s-a neglijat energia de suprafață și cea coulombiană. Această din urmă împrejurare introduce corecții apreciabile în evaluarea lui g și λ. Mittelstaedt obține $g = 2{,}908\ e$ și $\lambda = 5{,}832$.

Putem trece acum la determinarea lui φ. Ecuația (7) în coordonate radiale (minus dependența temporală) cu $\hbar = c = 1$ este

$$-\frac{d^2\varphi}{dr^2} - \frac{2}{r}\frac{d\varphi}{dr} + \mu^2\varphi + g^4\lambda\varphi^3 = g\rho. \tag{18}$$

Într-o primă aproximație φ este constant în interiorul nucleului și variază numai la margine. În cazul acesta domeniul de variație a lui φ este mult mai mic decît R și putem pune,

$$\frac{2}{r}\frac{d\varphi}{dr} \ll \frac{d^2\varphi}{dr^2}, \tag{19}$$

iar ecuația (18) devine

$$-\frac{d^2\varphi}{dr^2}+\mu^2\varphi+g^4\lambda\varphi^3=g\rho \tag{20}$$

cu condițiile de limită

$$\left.\begin{aligned}\varphi&=0\\ \frac{d\varphi}{dr}&=0\end{aligned}\right\} r\to\infty$$

$$\frac{d\varphi}{dr}=0, \quad r=0\ .$$

Înmulțind relația (20) cu $\frac{d\varphi}{dr}$ și integrînd de la 0 la ∞ obținem, ținînd seama de faptul că ρ este nul pentru $r>R$

$$r-R=-\int_{\varphi(R)}^{\varphi(r)}\frac{d\varphi}{\left\{\mu^2\varphi+\frac{1}{2}g^4\lambda\varphi^4-2g\rho\left[\varphi-\varphi(R)\right]\right\}^{\frac{1}{2}}} \tag{21}$$

sau

$$\frac{d\varphi}{dr}=\sqrt{\mu^2\varphi+\frac{1}{2}g^4\lambda\varphi^4-2g\rho\left[\varphi-\varphi(R)\right]}. \tag{22}$$

Din (11), (12) și (22) rezultă

$$\varphi(R)\simeq\frac{3}{4}\varphi_0, \tag{23}$$

așa că pentru $r<R$ putem pune în (21) $\varphi=\varphi_0-\psi$ și neglija puterile mai mari ca 2 ale lui ψ. Atunci relația (21) poate fi integrată și obținem

$$\varphi(r)\approx\varphi_0\left\{1-\frac{1}{4}\exp\left[\left(\frac{3g^4\lambda\varphi_0^2}{\mu^2}\right)^{\frac{1}{2}}\mu(r-R)\right]\right\} \qquad \text{pentru } r<R. \tag{24}$$

Pentru $r>R$, $\rho=0$ relația (21) poate fi integrată imediat și obținem

$$\varphi(r)\simeq\frac{3}{4}\varphi_0\frac{e^{-\mu(r-R)}}{1+\frac{3}{4}\left(\frac{g^4\lambda\varphi_0^2}{2\mu^2}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-\mu(r-R)}\operatorname{sh}\mu(r-R)} \quad \text{pentru } r>R, \tag{25}$$

unde am folosit relațiile (11) și (23). Expresiile (24) și (25) constituie soluția căutată. Pentru calcule însă ele sînt prea complicate și de aceea se impun o serie de simplificări. Astfel, în (24) exponențiala poate fi neglijată din cauza factorului lui $\mu(r-R)$ care duce la o scădere rapidă a acestui termen, iar expresia (25) o vom aproxima în felul următor:

$$\varphi(r)\simeq\frac{3}{4}\varphi_0\exp\left[-\alpha\mu(r-R)\right] \text{ pentru } r>R, \tag{26}$$

unde α este ales astfel încît (26) să coincidă cu (25) în domeniul caracteristic al forțelor nucleare $r=R+\frac{1}{\mu}$, ceea ce este o aproximație verosimilă dat fiind că nucleonii nu depășesc în medie acest domeniu (în [18] se verifică pe cale grafică că erorile introduse astfel sînt neglijabile).

Potențialul nuclear devine în acest caz

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0 & \text{pentru } r < R \\ \dfrac{3}{4}\varphi_0 e^{-\alpha\mu(r-R)} & \text{pentru } r \geqslant R, \end{cases} \tag{27}$$

cu $\alpha = 1{,}83$ pentru $A = 200$, iar constanta g se determin comparînd energia potențială de suprafață cu diferența dintre energia empirică de suprafață și energia cinetică de suprafață *) — pe baza relației (8). Se obține $g^2 = 40\,\hbar c$, ceea ce în unități obișnuite înseamnă $g = 6{,}32\,e$ și se remarcă astfel că inegalitatea (11) este justificată.

Potențialul (27), este o formă intermediară între groapă și oscilator. Soluția ecuației Schrödinger respective fără energia coulombiană pentru $r < R$ este funcția Bessel sferică de indice semiîntreg. Pentru $r > R$ se pune $\dfrac{l(l+1)}{r^2} \simeq \dfrac{l(l+1)}{R^2}$ pe baza ipotezei amintite mai sus că nucleonii nu ies din nucleu dincolo de raza forțelor nucleare. Soluția ecuației este

$$\frac{1}{r} J_{n(\varepsilon,l)}(z), \tag{28}$$

unde ε este energia de legătură a unui nucleon în groapă, în unități $\hbar^2/2\,m$, iar

$$z = [(3\,R\,W^2)^{\frac{1}{2}}\,\alpha\mu\,R]\,\exp\left[-\frac{1}{2}\,\alpha\mu\,(r-R)\right]$$

și

$$n(\varepsilon, l) = \left[\frac{2}{\alpha\mu R}\right][l(l+1) + \varepsilon R^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$W = \frac{2m}{\hbar^2}\,g\varphi_0\,.$$

Nivelele se obțin egalînd pentru $r = R$ derivatele logaritmice ale funcției de undă obținute după ce s-a înlocuit în prealabil (28) prin expresia sa asimptotică — ceea ce este permis deoarece $WR^2 \geqslant l(l+1) + \varepsilon R^2$. Ordinea corectă a nivelelor și numerele magice se obțin adăugînd o energie empirică corespunzătoare cuplajului spin-orbită

$$H^{(1)} = -\beta\,(l\,s)$$

cu $\beta \sim 2$ (0,54 MeV) pentru $A = 200$.

Deoarece însă, după cum am arătat mai sus, constantele problemei g și λ au fost determinate cu mare aproximație, acest rezultat nu poate fi apreciat decît din punct de vedere calitativ. În această ordine de idei ar fi eventual interesant de studiat nivelele cu valorile constantelor corectate de Mittelstaedt.

C. *Cuplajul spin-orbită și teoria mezonică a forțelor nucleare*

După cum am văzut în lucrările analizate mai sus, cuplajul spin-orbită era introdus fenomenologic fie ca un termen Thomas înmulțit cu o constantă care se determina din date empirice, fie ca un termen suplimentar în expresia finală a energiei [18]. Desigur că dacă ne propunem să deducem modelul păturilor din forțele nucleare — procedeul de mai sus nu este

*) Energia cinetică de suprafață a fost luată din lucrarea lui E. Feenberg, Phys. Rev., 1941, 60, p. 204.

consecvent și se impune ca și cuplajul spin-orbită să fie o consecință a teoriei. Problema aceasta a fost abordată separat încă de la începutul „renașterii" modelului păturilor [21] pe baza mezodinamicii vectoriale și a forțelor uniparticulă — fără forțe de schimb — rezultatele fiind apoi generalizate în [22] pentru forțe de schimb și pentru mezoni scalari (în cazul pseudoscalar se constată că aproximația întîia nu dă un termen de cuplaj). Deoarece expunerea calculelor din [22] ne-ar duce prea departe, vom prezenta succint cazul mai simplu al mezonilor vectoriali fără forțe de schimb.

Lagrangeana de interacție a cîmpului mezonilor cu cîmpul nucleonic reprezentat prin spinorul ψ este

$$L = g\varphi_\mu v^\mu - \frac{f}{\chi}\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \varphi_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x^\nu}\right) u^{\mu\nu}, \qquad \mu = 1, 2, 3, 4,$$

unde

$$v^0 = \psi^*\psi, \; v^k = \psi^* \alpha_k \psi \qquad k = 1,2,3,$$

este densitatea sarcină-curent,
iar

$$u^{0k} = \psi_i^* \beta \alpha_k \psi, \; u^{xy} = \psi^* \beta \sigma_z \psi$$

tensorul antisimetric de spin (α și β sînt matricile lui Dirac, iar σ matricile Pauli dedublate).

Semnul termenilor în L a fost ales astfel încît la f și g pozitivi, energia minimă să corespundă la $j = l + \frac{1}{2}$ (f și g sînt constante de cuplaj, iar χ^{-1} lungimea de undă Compton a mezonilor). Dacă adunăm la L lagrangeana corespunzătoare ecuației Dirac fără interacție, obținem, prin variația după ψ^* la φ^μ constant în timp, ecuația Dirac

$$\left[-\frac{E}{c} + \frac{g}{c}\varphi^0 + \alpha\left(\mathbf{p} - \frac{g}{c}\varphi\right) + \beta mc + i\beta\,\alpha\,\frac{f}{\chi}\,\text{grad}\,\varphi^0 + \beta\sigma\,\frac{f}{c\chi}\,\text{rot}\,\varphi\right]\psi = 0, \quad (29)$$

unde

$$\varphi = \varphi^k = \varphi_k, \; \varphi_0 = -\varphi^0.$$

Punînd $W = E - mc^2$ și neglijînd $W/2\,mc^2$ față de unitate obținem ecuația de ordinul 2

$$W = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{g}{mc}\varphi\mathbf{p} + \frac{1}{2\,mc^2}\left[g\,\varphi^2 + \frac{f^2}{\chi^2}(\text{grad}\,\varphi^0)^2\right] -$$

$$- \frac{g}{2mc}\frac{\hbar}{i}\,\text{div}\,\varphi + \left(\frac{f}{\chi} - \frac{\hbar g}{2mc}\right)\sigma\,\text{rot}\,\varphi - \frac{\hbar f}{2mc\,\chi}\,\Delta\varphi^0 -$$

$$- \frac{f}{mc\chi}\,\sigma \times \left[\text{grad}\,\varphi^0 \times \left(\mathbf{p} - \frac{g}{c}\varphi\right)\right] + g\varphi^0. \quad (30)$$

Considerînd că nu avem „momente magnetice", punem $\varphi = 0$ și în plus reprezentăm ultimul termen al ecuației precedente sub forma

$$g\varphi^0 = -V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{pentru } 0 < r < R \\ -V_0 + \dfrac{V_0}{R'}(r - R) & \text{pentru } R < r < R + R' \\ 0 & \text{pentru } r > R + R' \end{cases}$$

corespunzînd unei gropi cu pereți oblici. În acest caz (30) devine

$$W = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - V_0 + \frac{V_0^2}{2mc^2}\frac{f^2}{\chi^2}\frac{1}{(\chi R')^2} - V_0\frac{f}{g}\frac{\hbar}{mc}\frac{1}{\chi R'}\frac{1}{r}(\sigma + 1),$$

unde $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}/\hbar$ și unde ultimii doi termeni trebuie omiși în afara domeniului în care potențialul crește.

Considerînd pe

$$V' = -V_0\frac{f}{g}\frac{\hbar}{mc}\frac{1}{\chi R'}\frac{1}{r}(\sigma + 1)$$

ca o perturbație care produce o variație a energiei W cu ΔW și luînd $R' << R$, obținem

$$\Delta W = \int \psi^* V \psi \, d\tau = V_0\frac{f}{g}\frac{\hbar}{mc}\frac{1}{\chi}\frac{3}{R^2}\begin{cases} -(l+1) & j = l + \frac{1}{2} \\ l & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

unde am pus $\psi\psi^* = \frac{3}{4\pi R^3}$.

Presupunînd $f = g$, și luînd $R = ar_0$, unde r_0 este raza clasică a electronului, $\chi^{-1} = 0{,}5\, r_0$ și $\hbar/mc = 0{,}075\, r_0$, obținem

$$\Delta W \simeq V_0\frac{1}{10\,a^2}\begin{cases} -(l+1) \\ l \end{cases} \tag{31}$$

ceea ce corespunde ca ordin de mărime cu cuplajul spin-orbită empiric.

Înainte de a încheia acest paragraf trebuie menționată și o încercare de a deduce ordinul de mărime al cuplajului spin-orbită din interacția dintre un nucleon și norii mezonici ai celorlalți nucleoni [23], dar valorile care se obțin sînt cu aproximativ un ordin de mărime prea mari. Dat fiind însă caracterul cu totul calitativ și preliminar al considerațiilor din lucrarea de mai sus este prematur de a trage vreo concluzie din acest rezultat.

§ 2. Teoria fenomenologică a forțelor nucleare

A. *Problema cuplajului spin-orbită*

După cum am văzut, teoriile mezonice permit reducerea unui termen de cuplaj, analog cu termenul Thomas, iar descompunerea nivelelor care rezultă astfel are ordinul de mărime cerut de experiență. Se constată însă că cuplajul j-j dă rezultate din ce în ce mai bune pe măsură ce înaintăm spre elementele mai grele, ceea ce indică că constanta de cuplaj crește cu A. Or, pentru ca expresia (31) să țină seamă de acest fapt, ar trebui ca $V_0/a^2 \sim V_0/A^{2/3}$ să fie o funcție crescătoare de A, ceea ce este infirmat de experiențele de difuzie cu neutroni. În plus, se constată [24], că constanta de cuplaj suferă salturi după umplerea anumitor pături. Aceste fapte au dus la ideea că cuplajul spin-orbită nu corespunde unei forțe uniparticulă obișnuite, așa cum este cazul la atom, ci este mai degrabă o „caricatură" a unor forțe biparticulă [25] sau tensoriale [26]. Prima ipoteză a fost cercetată de J. Hughes și K. Le Couteur [27], iar apoi de J. Elliott și A. Lane [28]. Se pornește de la o forță de tipul

$$T\,(12)\,\{(\sigma_1 + \sigma_2)\,[(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)]\}\,V(r_{12}), \tag{32}$$

unde T este egal cu 1 în cazul neutru, sau cu $(\tau_1\,\tau_2)$ în cazul simetriei de sarcină, iar V este un potențial scalar de interacție.

În [27] se arată că o forță de tipul (32) între pături închise și un nucleon exterior este echivalentă în cazul He^5 cu o forță uniparticulă obișnuită de cuplaj

$$\xi\,(ls)$$

care s-ar exercita asupra nucleonului respectiv, ξ fiind constanta de cuplaj respectivă, care însă nu este explicitată. Elliott și Lane consideră că într-un nucleu cu o pătură incompletă, nucleonii „liberi" exercită forțele lor reciproce spin-orbită peste această forță uniparticulă. Concordanța cu datele empirice se obține luînd $T = 1$ și V de forma Yukawa. Forța uniparticulă rezultantă crește o dată cu A și în plus este posibilă explicarea pe baza acestor forțe mutuale a salturilor lui ξ la umplerea păturilor.

Tot de la forțe de tipul (32) pornește Blin-Stoyle [29] care arată că în cazul unor forțe de distanță scurtă, un nucleon în prezența unei pături închise, cu spinul și impulsul total nul, suferă acțiunea unei forțe efective uniparticulă de forma

$$\frac{k}{r}\frac{d\rho}{dr}\,(\sigma l) \tag{33}$$

care este cu totul analoagă expresiei Thomas, în care V a fost înlocuit prin densitatea nucleară ρ, iar k este o constantă care depinde de forma forțelor de interacție scalare. De aici rezultă că se obține semnul corect al cuplajului, dacă ρ scade cu r ceea ce este confirmat de experiență (autorul dă și o formă concretă pentru ρ avînd parametri determinați astfel ca concordanța cu experiența la Pb_{208} să fie optimă). O lucrare înrudită cu cea menționată mai sus este lucrarea lui J. Keilson [26], care deduce o expresie de tipul (33) din forțe tensoriale, însă cu semnul greșit. Din acest punct de vedere se impune concluzia că forțele biparticulă (32) redau mai bine situația reală decît cele tensoriale.

B. *Regulile de cuplaj*

Fiind deduse la început din datele empirice, ele constituie unul din elementele de bază ale modelului păturilor. Încercările de deducere teoretică a acestor reguli pornesc în marea lor majoritate de la forțe biparticulă de distanță scurtă sau lungă. Prima și cea mai importantă încercare se datorește chiar lui M. Mayer [30] care a dedus regulile de cuplaj pentru nuclee cu număr de masă impar pînă la $j = 7/2$, pe baza forțelor biparticulă de distanță scurtă. Se constată că forțele de acest tip — deși în contradicție cu ipoteza potențialului uniparticulă sub formă de groapă — duc la rezultatele cele mai bune. O analiză mai amplă a acestor lucrări se găsește în [31].

II. POTENȚIALELE NUCLEARE FENOMENOLOGICE ȘI MODELUL THOMAS-FERMI

După cum se știe potențialele fenomenologice stau la baza primelor lucrări dedicate modelului păturilor, atît în perioada dinaintea anului 1949 — [32], [33], [34], [35] cît și în perioada renașterii modelului [36], [37], [38], [39]. Formele de potențial alese au fost în esență trei: groapa infinită, groapa finită și oscilatorul. Rezultatele primelor lucrări cu acest potențial clasic sînt expuse în [35], iar cele din perioada anilor 1949—1955 în [31] și [40]. În cele ce urmează vom analiza cîteva lucrări apărute în ultimii doi ani care aduc date noi, atît în ceea ce privește concordanța cu un material experimental mai bogat și mai divers, cît și în ceea ce privește formele de potențial și metodele matematice de calcul.

§ 1. Potențiale clasice

O primă lucrare care ține seamă de datele experimentale noi, deși lucrează cu potențiale clasice, este lucrarea lui K. Bleuler și Ch. Terreaux [41]. Autorii lucrează cu groapa finită (simplă sau în trepte) și determină constantele respective pentru nuclee grele pornind de la următoarele patru grupe de experiențe.

1) Difuzia de electroni rapizi pe nuclee care dă informații asupra distribuției sarcinii electrice a nucleelor [42], [43], [44].

2) Difuzia de neutroni pe nuclee grele, care dă o valoare nouă pentru adîncimea medie $\overline{V_0}$ a gropii (aproximativ 27 MeV) [45].

3) Nivelele nucleelor oglindă, care demonstrează independența de sarcină a forțelor nucleare și ceea ce face ca potențialele medii pentru protoni și neutroni să difere numai prin energia coulombiană medie per proton.

4) Distribuția momentului magnetic pe nucleu [46], [47] manifestată în structura hiperfină a liniilor spectrale.

Pe baza datelor empirice 2) și 3) se determină adîncimea și raza gropii de potențial și se obțin numerele magice corecte (plus o serie de numere semimagice) pentru $A > 40$, introducîndu-se cuplajul spin-orbită în rezultatele finale ca în [18].

Pentru compararea modelului cu distribuția de sarcină empirică se folosește groapa cu pereții oblici, iar ecuația Schrödinger se rezolva în acest caz asimilînd pe cale grafică potențialul total (inclusiv energia centrifugă) cu o parabolă, funcțiile de undă fiind astfel cele ale oscilatorului armonic. Rezultatele teoretice exclud posibilitatea unei creșteri a lui ρ în origine și concordă în linii mari cu experiențele de difuzie.

În ceea ce privește distribuția magnetismului, rezultatele experimentale pot fi explicate calitativ numai prin atribuirea momentului magnetic unei stări uniparticulă și nu unei distribuții omogene, ceea ce este un argument foarte important în favoarea modelului.

§ 2. Potențiale difuze

Datele experimentale de difuzie de nucleoni pe nuclee au dus la ipoteza potențialului difuz pentru stările continue ale nucleonilor [45], [48]. Pe de altă parte se știe că [31], [40], [49] potențialele clasice sînt numai forme extreme ale modelului păturilor în sensul că oscilatorul dă rezultate bune numai pentru nucleele ușoare, iar groapa numai pentru nucleele grele De aici ideea că potențialul nuclear mediu trebuie să aibă o formă cuprinsă între cea a oscilatorului și cea a gropii, ceea ce este cazul de exemplu cu groapa difuză. Ținînd seama de aceste două fapte s-a pus problema găsirii spectrului discret de energie și a funcțiilor de undă uniparticulă pentru asemenea potențiale.

A. *Potențialul difuz fără cuplaj spin-orbită*

Sub acest aspect problema a fost abordată de A. Green și K. Lee [50] și Green [51], [52], [53].

În [50] autorii găsesc în primul rînd valorile proprii pentru groapa finită simplă într-un domeniu mai larg de valori decît în [33]. După aceea, se consideră potențialul

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{pentru } r < a \\ -V_0 \exp\left[(a-r)/\delta a\right] & \text{pentru } r > a \end{cases} \tag{34}$$

unde a este raza gropii, iar δ un parametru nedeterminat.

Pentru $r < a$ soluțiile radiale $R = r \cdot G$ ale ecuației Schrödinger rămîn funcțiile Bessel sferice. Pentru $r > a$ avem

$$G'' + [\varepsilon_0^2 \exp(1 - s/\delta) - l(l+1)\, s^{-2} - \varepsilon^2]\, G = 0 \tag{354}$$

indicii reprezentînd derivarea după s, iar

$$s = \frac{r}{a}, \quad \varepsilon_0 = \frac{V_0}{\hbar^2/2\, mR^2}, \quad \varepsilon = \frac{E}{E_0},$$

E fiind nivelele de energie căutate.

Autorii corectează aproximația lui M a l e n k a [18] care a pus $s^2 \simeq 1$, scriind

$$s^2 \simeq \alpha^2 + (1 - \alpha^2) \exp[(1 - s)/\delta)] \tag{36}$$

constanta α fiind aleasă astfel încît în domeniul exterior care interesează, relația (36) să fie cît mai exact satisfăcută.

În acest caz ecuația radială redusă devine în exterior

$$4\delta^2 G'' + \{k^2 \exp[(1 - s)/\delta] - n^2\}\, G = 0, \tag{37}$$

unde

$$k^2 = 4\delta^2 [\varepsilon_0^2 - l(l+1)(1 - \alpha^2)],$$

$$n^2 = 4\delta^2 [\varepsilon^2 + l(l+1)\, \alpha^2]. \tag{38}$$

Punînd

$$x = \exp[(1 - s)/2\delta] \tag{39}$$

obținem

$$x^2 G'' + xG' + (k^2 x^2 - n^2)\, G = 0 \tag{40}$$

(derivarea se face aici în raport cu x) și am transformat astfel ecuația noastră într-o ecuație Bessel. Soluția care se anulează pentru $S \to \infty$ $(x \to 0)$ este

$$G_e = A_e J_n(kx) = A_e J_n\{k \exp[(1 - s)/2\delta]\}. \tag{41}$$

Din condiția de racordare pentru derivatele logaritmice ale funcțiilor de undă exterioare G_e și interioare G_i rezultă

$$-\frac{G_e'}{G_e} = \frac{1}{2}[n - kJ_{n+1}(k)/J_n(k)] - [I_\nu(k)/2\delta] - \frac{1}{4}\delta, \tag{42}$$

unde

$$[I_\nu(k)/2\delta] + \frac{1}{4\delta} = \frac{G_i'}{G_i} \tag{43}$$

și

$$\varepsilon'^2 = \varepsilon_0^2 - \varepsilon^2, \tag{44}$$

iar

$$\nu = n - \frac{1}{2}.$$

Ecuația de valori proprii este (43).

Relația

$$\varepsilon'^2 = \left[k^2 - \left(\nu + \frac{1}{2}\right)^2\right] \Big/ 4\delta^2 + l(l+1) \tag{45}$$

rezumă relațiile (38) și (44).

La un l, k și δ dat, adică la un potențial și moment cinetic dat, ecuațiile (44) și (45) permit determinarea lui ε' și ν și reciproc, pornind de la nivelele empirice se poate deter-

mina δ și deci potențialul. Această din urmă alternativă, care este desigur cea mai interesantă, a fost cercetată în [51].

În această lucrare se introduce și interacția coulombiană aproximînd-o printr-un procedeu analog cu cel din formula (36) și se ține seama în rezultatele finale de cuplajul spin-orbită ca și în [18] și [41].

Concordanța cu energiile margine la nucleele magice este obținută punînd $\delta a = \text{const.}$, δ fiind cuprins între 0,2 și 0,3. În [50] este tabelat α^2 în funcție de δ.

Independența de A, constatată a posteriori, a domeniului de variație a potențialului nuclear, l-a făcut pe autor să considere într-o lucrare ulterioară [52] o altă variantă de potențial, constant și egal cu $-V_0$ în interior — pe o rază $a = a_1 A^{1/3} + a_0$ și tinzînd exponențial spre zero, în exterior. Împreună cu constanta exponențială există astfel 4 constante care sînt determinate pe baza energiilor de legătură.

În sfîrșit, într-o lucrare și mai recentă [53], G r e e n revine asupra potențialului (34), aproximînd într-un mod mai corect cuplajul spin-orbită prin teoria perturbațiilor (se mediază termenul Thomas cu funcțiile de undă (41) și se determină astfel constanta de cuplaj). O aplicație a rezultatelor din [51] în ceea ce privește distribuția ρ se găsește în [54].

Rezultatele de mai sus sînt interesante prin faptul că ne oferă funcții de undă analitice utile în diferite aplicații. Însă nu trebuie uitat că aceste funcții de undă sînt obținute fără a ține seama în ecuația Schrödinger de cuplajul spin-orbită, ceea ce restrînge aplicabilitatea rezultatelor de mai sus la probleme în care cuplajul nu joacă un rol important. În celelalte cazuri trebuie renunțat la caracterul analitic al funcțiilor de undă, așa cum vom vedea în cele ce urmează (o excepție o constituie precum se știe numai oscilatorul la care cuplajul adaugă doar o constantă la energia potențială).

B. *Potențialul difuz cu cuplaj spin-orbită*

A. R o s s, H. M a r k și R. L e w s o n [55] își propun să determine un potențial difuz cu cuplaj spin-orbită, pe baza nivelelor de margine empirice.

Autorii pornesc de la potențialul

$$V = -V_0/[1 + \exp \alpha (r - R)] \tag{46}$$

și rezolvă ecuația Schrödinger corespunzătoare cu cuplajul spin-orbită ca în [4], constanta λ urmînd a fi determinată ulterior (ca și α și V_0). În plus, se introduce în hamiltoniană și energia coulombiană medie. Rezolvarea a fost efectuată numeric cu o mașină de calcul electronică dîndu-se în prealabil energiile și valorile funcției de undă și a derivatei sale, într-un punct oarecare. Ca funcții inițiale se iau funcțiile Bessel sferice și eroarea totală este evoluată la 0,1 MeV.

Se obține pentru neutroni, de exemplu

$$V_{0n} = 42{,}8 \text{ MeV}, \quad \alpha = 1{,}45 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1}, \quad \lambda \simeq 40.$$

Autorii compară apoi ρ-ul calculat la funcțiile lor de undă, cu cel dat de experiențele de difuzie, și concordanța este în linii mari satisfăcătoare constatîndu-se însă, așa cum era și de așteptat, că valoarea aleasă de autori pentru $r_0 = R/A^{1/3} = 1{,}3 \cdot 10^{-13}$ cm este prea mare. În plus, se menționează că și aproximația W. K. B. pentru funcțiile de undă dă rezultate satisfăcătoare la calculul lui ρ, însă autorii nu dau în articol tabelele pentru funcțiile lor de undă. Lucrarea de mai sus cu care încheiem capitolul potențialelor fenomenologice este cea mai importantă din acest domeniu, ea oferind datele cele mai complete în privința potențialului și a funcțiilor de undă respective.

Trebuie menționat că aceeași autori au rezolvat ecuația Schrödinger și pentru un potențial care depinde de viteză [56], însă această lucrare iese din cadrul acestui articol, ea fiind legată de problema 1.

§ 3. Numerele magice și modelul Thomas-Fermi

Conform cu modelul Thomas-Fermi [57] există următoarea relație între numărul de particule N_l cu momentul cinetic l și impulsul lor maxim P, respectiv densitatea ρ:

$$N_l = \frac{4}{\pi\hbar}\left(l+\frac{1}{2}\right)\int_{r_1}^{r_2}\left[P^2(r) - \left(l+\frac{1}{2}\right)^2\frac{\hbar^2}{r^2}\right]^{\frac{1}{2}} dr \tag{47}$$

cu

$$\rho = \frac{1}{3\pi^2}\left(\frac{P}{\hbar}\right)^3, \tag{48}$$

iar r_1 și r_2 sînt rădăcinile ecuației obținute prin anularea integrandului din (47). Pornind de la o distribuție ρ dată, și asociind într-un mod corespunzător umplerea păturilor cu apariția momentelor cinetice ale nucleonilor se pot obține numerele magice căutate. Invers, pornind de la numerele magice se pot obține, pe baza relațiilor (47), (48), anumite informații despre distribuția nucleară. În ceea ce privește prima alternativă există o serie de variante atît în privința asocierii numerelor magice cu momentele cinetice cît și în ceea ce privește densitatea ρ de la care se pornește. Prima lucrare de acest gen este cea datorită lui Ivanenko și Rodicev [7], care pornesc de la un ρ calculat pe baza unor considerente mixte, de teorii mezomice și statistice.

Așa cum am arătat în I, §1, autorii deduc distribuția ρ din ecuația Klein-Gordon, pe baza relației Thomas-Fermi dintre φ și ρ. Ei obțin

$$\rho_p = \frac{4Z}{\pi^2 R_2^3}\left(1-\frac{r}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{r^3} \qquad \rho_n = \frac{4N}{\pi^2 R_2^3}\left(1-\frac{r}{R}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{r^3} \tag{49}$$

cu

$$Z + N = A, \tag{50}$$

Pe de altă parte, din (47) se poate obține numărul ΔN_l de nucleoni cu momentul cinetic cuprins între l și $l + dl$

$$\Delta N_l = \frac{4}{\pi\hbar^3}\int_{r_1}^{r_2}\left[P^2 - \frac{M^2}{r^2}\right]^{\frac{1}{2}} dr\, M dM, \tag{51}$$

unde

$$M = \hbar\left(l+\frac{1}{2}\right)$$

Introducînd acum (49) în (51) și integrînd, obținem pentru neutroni

$$\Delta N_l^n = (2l+1)\left[(12N)^{\frac{1}{3}} - (2l+1)\right] \tag{52}$$

și pentru protoni

$$\Delta N_l^p = (2l+1)\left[(12Z)^{\frac{1}{3}} - (2l+1)\right]. \tag{53}$$

Definind păturile ca fiind numerele N_l pentru care $\Delta N_l^n = \Delta N_l^p = 0$ obținem numerele de ocupare

$$N_l^n = N_l^p = \frac{1}{12}(2l + 1)^3 \tag{54}$$

și luînd $l = 1, 2,$ obținem numerele magice

$$2, 10, 28, 60, 110\ldots$$

Desigur că acest rezultat negativ are numai o semnificație calitativă (nici ordinea nivelelor nu este corectă). El poate fi atribuit atît modului de determinare a lui ρ cît și definiției păturilor.

În ceea ce privește alegerea lui ρ, D. Ivanenko și A. Sokolov [58] au aplicat aceeași metodă și pentru $\rho = \text{const.}$ ($r < R$), obținînd în locul formulei (54),

$$N_l = \frac{1}{18\pi}(2l + 1)^3 \tag{55}$$

care dă numerele magice

$$0, 1, 2, 6, 12, 24, 38, 60, 86, 122 \text{ etc.}$$

Se observă că pentru elemente grele acest rezultat este mai apropiat de realitate decît cel obținut în (54) pe baza unui ρ variabil (un ρ gaussian dă rezultate similare cu cele obținute pe baza lui (49); acest fapt este într-o primă aproximație în concordanță cu ceea ce știm din experiențele de difuzie despre ρ).

O lucrare analogă este cea a lui L. Rapaport și V. Filimonov [59] care calculează pe ρ statistic prin metoda Ritz cu doi parametri de variație (ei pornesc de la o distribuție constantă în interior și gaussiană în exterior). Numerele magice obținute astfel din relația (47) sînt în concordanță cu cele date de groapa de potențial (fără cuplaj spin-orbită).

Alternativa a doua, adică determinarea lui ρ pe baza numerelor magice, a fost abordată de o serie de autori dintre care citîm pe Born și Yang, Jensen și Lüttinger și Theis.

M. Born și L. Yang [60] pornesc de la relațiile (47), (48) și considerînd o distribuție ca cea din [56] determină parametri astfel ca să obțină numerele magice corecte (este clar că acești parametri nu coincid cu cei din [59]). Autorii constată că stratul superficial crește cu A — după legea $A^{1/3}$ — ceea ce pare să nu fie confirmat de datele experimentale de difuzie. Corecții în ceea ce privește variația discontinuă a lui l^2 cu A sînt efectuate în [62], însă nici de data aceasta rezultatele nu sînt mai satisfăcătoare.

J. Jensen și J. Lüttinger [61] critică acest procedeu în ceea ce privește definirea păturilor. Ei remarcă în mod just că apariția unui moment cinetic mai mare decît cele precedente nu înseamnă nicidecum completarea unei pături și de aceea propunem drept criteriu de corespondență între modelul Thomas-Fermi și modelul păturilor, valorile pătratului momentului cinetic calculat cu ajutorul distribuției (47) a momentelor cinetice. În rest, procedeul din [61] este analog cu cel din [60], cu deosebirea că din [61] nu rezultă că grosimea păturii superficiale variază cu A. Înainte de a încheia acest paragraf trebuie remarcat că deși critica lui Jensen și Lüttinger față de procedeele lui Born și Yang este justificată, autorii lucrării [61], folosind și ei metoda statisticii Thomas-Fermi, comit aceeași greșeală, deoarece prin aceasta ei presupun implicit că numerele magice sînt legate de clasificarea după momentele cinetice și nu după nivelele de energie — așa cum este cazul în modelul antiparticulă al păturilor (această observație se datorește lui A. P. Komar [63] *).

*) p. 160.

Concluzii

Din cele expuse mai sus rezultă că există o serie de variante de potențial nuclear, atît de natură fenomenologică cît și de natură mezonică (ne referim în special la varianta mezonică neliniară) care explică o bună parte din faptele experimentale care stau la baza modelului păturilor. Pe lîngă numerele magice, care au constituit de fapt punctul de plecare al modelului, o serie de alte proprietăți globale legate de energiile de legătură și de distribuția de sarcină nucleară își găsesc în aceste teorii o interpretare satisfăcătoare.

Însă, faptul că pe deoparte concordanța cantitativă dintre teorie și experiență se rezumă la aceste proprietăți globale și că pe de altă parte, legat de aceasta, există o serie de posibilități diferite de a explica aceste proprietăți, indică că teoria modelului păturilor este departe de a fi ajuns într-o etapă de dezvoltare finală.

Într-adevăr, existența mai multor variante teoretice care explică aceleași fapte experimentale indică că teoria nu este suficient de sensibilă la aceste fapte, respectiv că aceste fapte experimentale sînt „prea globale" pentru a putea determina numai ele forma potențialului nuclear.

Iar dacă ne referim la „structura fină" a potențialului nuclear, adică la forma sa analitică precisă, respectiv la consecințele sale detaliate, ca nivelele de energie, momentele electrice și magnetice și funcțiile de undă uniparticulă, concordanța dintre teorie și experiență este cel mult calitativă, după cum numai calitativă este și concordanța dintre diferitele variante teoretice de potențial. Această stare de lucruri este o consecință a faptului că cunoașterea forțelor nucleare și a cuplajului spin-orbită se află abia într-o fază cu totul inițială. Astfel se explică și dece în cazul potențialelor fenomenologice ca și de altfel la determinarea parametrilor ecuațiilor mezonice, materialul experimental de la care se pornește este constituit, cu rare excepții, numai din faptele globale menționate mai sus. De aici rezultă că în viitoarele etape de perfecționare ale bazelor teoretice ale modelului va trebui depășită această fază globală a teoriei atît cu ajutorul cunoștințelor noi care sînt de așteptat în domeniul forțelor nucleare, cît mai ales prin lărgirea bazei experimentale a modelului.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Bethe, Phys. Rev., 1956, t. 103, p. 1353.
2. J. Werle, Bull. Akad. Sci. Polon., 1953, t. 3. p. 281.
3. G. Szamosi a. G. Marx, Acta Phys Hung., 1955, t. 4, p. 219.
4. G. Szamosi, Acta Phys. Hung., 1954, t. 3, p. 243; Naturw., 1953, t. 40, p. 105 și 433.
5. J. Talman, Phys. Rev., 1956, t. 102, p. 455.
6. M. Rotenberg, Phys. Rev., 1955, t. 100, SSSR p. 439.
7. D. Ivanenko i V. Rodicev, DAN, 1950, t. 70, p. 605.
8. L. Schiff, Phys. Rev., 1951, t. 84, p. 1.
9. — Phys. Rev., 1951, t. 84, p. 10.
10. E. Clementel, C. Villi, N. Cim., 1955, t. 1, p. 344.
11. N. Mițchevici, J.E.T.F., 1955, t. 29, p. 354.
12. R. Ortiz Fornaguera, N. Cim., 1955, t. 1, p. 132.
13. V. Iaicinițîn, J.E.T.F., 1956, t. 31, p. 1082.
14. L. Schiff, Phys. Rev., 1952, p. 856.
15. — Phys. Rev., 1953, t. 92, p. 766.
16. W. Thirring, Zs. f. Naturf., 1952, t. 7 a, p. 63.

17. D. Ivanenko, D. Kurdghelaidzei S. Larin, DAN, 1953, t. 88, p. 245.
18. B. Malenka, Phys. Rev., 1952, t. 86, p. 68.
19. P. Mittelstaedt, Zs. f. Phys., 1954, t. 137, p. 545.
20. P. Gombasz, Acta Phys. Hung., 1952, t. 1, p. 329.
21. H. Gaus, Zs. f. Naturf., 1949, t. 4 a, p. 721.
22. — Zs. f. Naturf., 1952, t. 7 a, p. 44.
23. D. Frisch, Phys. Rev., 1956, t. 101, p. 1833.
24. D. Inglis, Rev. Mod. Phys., 1953, t. 25, p. 390.
25. C. Blanchard a. R. Avery, Phys. Rev., 1951, t. 81, p. 35.
26. J. Keilson, Phys. Rev., 1951, t. 82, p. 759.
27. J. Hughes et K. Le. Couteur, Proc. Phys. Soc. Lond., A, 1950, t. 63, p. 1219.
28. J. Elliott a. A. Lane, Phys. Rev., 1954, t. 96, p. 1160.
29. R. Blin-Stoyle, Phil. Mag., 1955, t. 46, p. 973.
30. M. G. Mayer, Phys. Rev., 1950, t. 78, p. 22.
31. E. Feenberg, *Shell Theory of the Nucleus.* Princeton, 1955.
32. J. Elsasser, J. de Phys. et. rad., 1933, t. 4, p. 549; 1934, t. 5, p. 389 și 635; C. R. Acad. Sci. Paris, 1934, t. 199, p. 46 și 1213.
33. M. Margenau, Phys. Rev., 1934, t. 46, p. 613.
34. W. Heisenberg, Zs. f. Phys., 1935, t. 96, p. 473.
35. H. Bethe a. R. Bacher, Rev. Mod. Phys., 1936, t. 8, p. 82.
36. M. G. Mayer, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1969.
37. E. Feenberg a. K. Hammak, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1877.
38. L. Nordheim, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1894.
39. E. Feenberg, Phys. Rev., 1950, t. 77, p. 771.
40. M. G. Mayer a. J.H.D. Jensen, *Elementary theory of nuclear shell structure.* New York, Londra, 1955.
41. K. Bleuler et Ch. Terreaux, Helv. Phys. Acta, 1955, t. 28, p. 245.
42. D. Yennie, D. Ravenhall a. R. Wilson, Phys. Rev., 1954, t. 95, p. 500.
43. R. Hofstadter, B. Hahn, A. Kundsen a. J. Mc. Intyre, Phys. Rev., 1954, t. 5, p. 512.
44. D. Ravenhall a. D. Yennie, Phys. Rev., 1954, t. 96, p. 239.
45. H. Feshbach, C. Porter a. V. Weisskopf, Phys. Rev., 1954, t. 96, p. 448.
46. E. Braun a. H. Staub, Helv. Phys. Acta., 1953, t. 26, p. 21.
47. A. Bohr a. V. Weisskopf, Phys. Rev., 1950, t. 77, p. 94.
48. D. Chase, F. Rohrlich, Phys. Rev., 1954, t. 94, p. 81.
49. W. Heisenberg, *Teorie des Atomkerns.* Göttingen, 1951.
50. A. Green a. K. Lee, Phys. Rev., 1955, t. 99, p. 772.
51. A. Green, Phys. Rev., 1955, t. 99, p. 1410.
52. — Phys. Rev., 1956, t. 102, p. 1325.
53. — Phys. Rev., 1956, t. 104, p. 1617.
54. A. Green, K. Lee a. R. Berkley, Phys. Rev., 1956, t. 104, p. 1625.
55. A. Ross, H. Mark a. R. Lawson, Phys. Rev., 1956, t. 102, p. 1613.
56. — Phys. Rev., 1956, t. 104, p. 401.
57. E. Fermi, Zs. f. Phys., 1928, t. 48, p. 73.
58. D. Ivanenko i. A. Sokolov, DAN, SSSR, 1950, t. 74, p. 33.
59. L. Rapaport i. V. Filimonov, J.E.T.F., 1954, t. 27. p. 243.
60. M. Born a. L. Young, Nature, 1950, t. 166, p. 399.
61. J. Jensen a. J. Lüttinger, Phys. Rev., 1952, t. 86, p. 907.
62. W. Theis, Naturw., 1954, t. 41, p. 184.
63. . . . Problemi sov., fiz., 1953, nr. 3.

GENERARE MULTIPLĂ DE MEZONI ÎN CIOCNIRI MEZON-NUCLEON *)

DE

E. FRIEDLÄNDER

1. La ciocnirea unui mezon nuclear activ de mare energie cu un nucleon, distribuţia unghiulară şi energetică a particulelor generate în acest proces poate fi influenţată într-o mare măsură de eventuale deosebiri în structura celor două particule. În special deosebiri în distribuţia densităţii de masă în *interiorul* mezonului şi a nucleonului pot duce la unele efecte foarte interesante pentru interpretarea ansamblului materialului experimental privitor la jerbele de mezoni. Într-o notă apărută în 1953, H. Bhabbha [1] a atras atenţia asupra influenţei unei distribuţii neuniforme a masei în *interiorul* nucleonilor asupra multiplicităţii mezonilor generaţi în ciocniri necentrale între doi nucleoni.

Scopul notei de faţă este de a arăta că în ciocniri centrale între două particule diferite (de ex. un mezon π cu un nucleon) apar efecte pronunţate de asimetrie în distribuţia energetică şi unghiulară a mezonilor generaţi.

2. Folosim un sistem de unităţi în care $\hbar = c = M = 1$, M fiind masa nucleonului; $\mu \sim 0{,}15$ este masa mezonului π.

Considerăm ciocnirea centrală a unui mezon π de energie $\mu\bar{\gamma}_0$ cu un nucleon în repaus; $\bar{\gamma}_0$ este factorul Lorentz

$$\bar{\gamma}_0 = \left(1 - \bar{\beta}_0^2\right)^{-1/2} \tag{1}$$

unde $\bar{\beta}_0$ este viteza mezonului incident în sistemul laboratorului (sistemul L).

În sistemul centrului de inerţie al ciocnirii (sistemul C) animat de viteza β_c faţă de sistemul L, energia totală a celor două particule este

$$E_c = [1 + \mu^2 + 2\,\mu\bar{\gamma}_0]^{1/2} \approx (2\,\mu\bar{\gamma}_0)^{1/2} \tag{2}$$

pentru $\bar{\gamma}_0 \gg 1$.

Fie $F(\rho)$ şi $f(\rho)$ distribuţiile densităţii de masă în interiorul nucleonului şi mezonului definite în modul următor: masele dM şi $d\mu$ ale unui element de volum cuprins între doi cilindri de raze ρ şi $\rho + d\rho$, coaxiali cu axul ciocnirii, sînt legate de $F(\rho)$, respectiv $f(\rho)$, prin relaţiile

$$\begin{aligned} dM &= 2\pi A F(\rho)\,\rho\,d\rho, \\ d\mu &= 2\pi a f(\rho)\,\rho d\rho. \end{aligned} \tag{3}$$

---

*) Lucrare prezentată în Sesiunea generală ştiinţifică a Academiei R.P.R., din 2—6 iulie 1956.

Factorii de normare A și a se determină din condițiile evidente

$$\int dM = 1, \qquad \int d\mu = \mu. \tag{4}$$

Dacă $F(\rho) \neq f(\rho)$, centrul de inerție C^* al celor două elemente de masă nu este în repaus în sistemul C, ci se deplasează cu o viteză β^* corespunzătoare unui factor Lorentz

$$\gamma^* \approx (\mu q + 1)(4\mu q)^{-1/2}, \tag{5}$$

unde

$$q \equiv \frac{dM}{d\mu} = \frac{A}{a} \cdot \frac{F(\rho)}{f(\rho)}, \tag{6}$$

aproximația fiind valabilă pentru $\bar{\gamma}_0 \gg 1$.

Cea mai simplă ipoteză cu privire la $f(\rho)$ este [1].

$$f(\rho) \sim e^{-\mu\rho}. \tag{7}$$

Vom admite că o expresie similară este valabilă și pentru $F(\rho)$

$$F(\rho) \sim e^{-\lambda\mu\rho}, \text{ cu } \lambda \geqslant 1. \tag{8}$$

Cu aceste ipoteze se obține ușor din (3), (4) și (5)

$$\gamma^* = \frac{1}{2\lambda}\left[\exp\left(\frac{\lambda - 1}{2} y\right) + \lambda^2 \exp\left(-\frac{\lambda - 1}{2} y\right)\right], \tag{9}$$

unde

$$y \equiv \mu\rho. \tag{10}$$

Ecuația (9) ne arată că impulsul particulelor generate își schimbă semnul ($\beta^* = 0$) la un punct

$$y_0 = \frac{2 \ln \lambda}{\lambda - 1}. \tag{11}$$

Energia totală disponibilă se obține folosind legile de conservare și sumînd asupra întregului volum al particulelor

$$E^* = E_C \frac{4\lambda}{(\lambda + 1)^2}. \tag{12}$$

Punctul y_0 împarte particulele generate în două clase care se comportă în mod diferit. După cum arată calculele numerice, cea mai mare parte din energia disponibilă este preluată de un număr relativ mic de particule generate în regiunea $y > y_0$, care prezintă o puternică colimare pozitivă în jurul axului jerbei. Particulele din zona $y < y_0$ reprezintă marea majoritate a particulelor generate, dar poartă energii relativ mici și prezintă o distribuție unghiulară aproape izotropă cu o ușoară preponderență pentru emisia înapoi în sistemul C.

3. Rezultatele date la punctul 2 pot fi cu ușurință aplicate la cazul ciocnirii necentrale a doi nucleoni (parametru de șoc b). O asemenea ciocnire poate fi considerată [2] ca rezultatul unui schimb de mezoni virtuali între cei doi nucleoni. Ca atare, tratarea problemei se reduce la studiul a două ciocniri mezon-nucleon, care fiecare poate fi descrisă cu ajutorul modelului arătat la punctul precedent.

Folosind acest model, legile de conservare a energiei și impulsului și proprietățile transformării Lorentz se poate demonstra.

a) Că energia totală disponibilă pentru generarea de mezoni scade de la $2E^*$ la

$$E'^* = \frac{2E^*}{\gamma_1} \tag{13}$$

unde

$$\gamma_1 = \left(1 - \xi^2 \beta_0^2\right)^{-1/2}, \tag{14}$$

ξ fiind coeficientul de elasticitate al ciocnirii.

b) Corelația unghi-energie a particulelor generate este strîns legată de valoarea lui ξ: pentru $\xi > 0$, particulele provenite din zonele cu $y > y_0$ sînt proiectate cu mare energie practic înainte și înapoi în sistemul C, în timp ce particulele provenite din zonele cu $y < y_0$ apar cu energii mici și o distribuție unghiulară relativ largă. Situația se inversează pentru $\xi < 0$.

4. O comparație cu datele experimentale a fost făcută pentru singura jerbă de mare energie cu privire la care există măsurători suficient de precise [3]. Această comparație arată că

a) Pentru valori rezonabile ale lui $\lambda \left(\lambda \sim \frac{1}{\mu}\right)$, valoarea lui γ_1 dedusă din distribuția unghiulară este în bun acord cu valoarea care rezultă din aplicarea relației (13).

b) Corelația energiei-unghi este de asemenea în concordanță cu calculele teoretice.

c) Multiplicitatea jerbei (care poate fi calculată prin aplicarea oricăreia din teoriile cunoscute ale actului elementar [4], [5], [6]) poate fi explicată prin oricare din aceste teorii, printr-o judicioasă alegere a parametrilor problemei. Neuniformitățile în distribuția energetică și unghiulară apar ca o consecință directă a modelului cinematic propus aici și nu pot deci servi la discriminarea între aceste teorii.

Comparația cu o jerbă de mai mică energie [7], cu privire la care datele sînt însă mai puțin concludente (tocmai din cauza energiilor mai mici puse în joc), duce la rezultate similare.

O expunere mai amplă a calculelor cu rezultate numerice și analiza datelor experimentale este sub tipar în Acta Physica Hungarica.

Autorul ține să mulțumească acad. L. Janossy pentru interesul acordat acestei lucrări și multe sfaturi prețioase.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Bhabbha, Proc. Roy. Soc., 1953, t. 219 A, p. 293.
2. E. Feinberg i D. Cernavsky, DAN, SSSR, 1951, t. 81, p. 795.
3. R. Glasser, D. Haskin, M. Scheina. J. Lord, Phys. Rev., 1955, t. 99, p. 1555.
4. W. Heisenberg, Zs. f. Phys., 1949, t. 126, p. 569.
5. E. Fermi, Progr. Theor. Phys., 1950, t. 5, p. 570.
6. L. Landau, Izv. A. N. SSSR s. fiz., 1953, t. 17, p. 51.
7. V. Hopper, S. Biswas a. J. Darby, Phys. Rev., 1951, t. 84, p. 457.

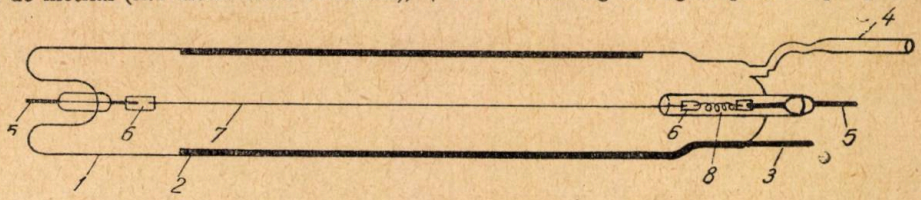
CONTOR GEIGER-MÜLLER CU CATOD DE GRAFIT *)

DE

M. WEINER

S-au realizat contori Geiger-Müller cu catod de grafit pentru radiații γ.

Contorii sînt degazați timp de 5—6 ore în cuptor la 400—420°C, filamentele se degazează prin trecerea unui curent de 1—1,2 A, timp de cîteva minute. Gazul de umplere este 12 mm Hg de metilal (sau alcool etilic rectificat), + 75—80 mm Hg de argon spectroscopic pur.



1 — perete de sticlă; *2* — strat de grafit; *3* — fir de W, $\varnothing$ = 0,4 mm; *4* — capilar de evacuare; *5* — fir de W, $\varnothing$ = 0,5 mm; *6* — bandă de nichel 1 × 0,4 × 6 mm; *7* — fir de W, $\varnothing$ = 0,1 mm; *8* — resort din oțel CP $\varnothing$ = 0,3 mm.

Tensiunile de lucru sînt în jurul a 1 000 V pentru contorii de $\varnothing$ = 25 mm; palierele sînt de 150—300 V lungime; panta palierului $\leqslant$ 7 % pe 100 V. Randamentul este $\geqslant$ 80 % din contorii care au ajuns în faza finală. Rezultatele sînt reproductibile.

Acești contori sînt folosiți cu succes în cercetările de raze cosmice ale institutului.

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 10 aprilie 1957.

Referate

Probleme actuale în spectroscopia β (A. Gelberg).

Seminarul de fizică teoretică

Asupra problemei conservării parității (M. Micu).

Seminarul de tehnica măsurătorilor în fizica nucleară

Interacțiunea radiațiilor nucleare cu materia (γ) (M. Oncescu).
Interacțiunea radiațiilor nucleare cu materia (M. Oncescu).
Camera de ionizare (E. Toma).
Contori proporționali (B. Iosifescu).

Seminarul de reacții nucleare

Despre spectroscopia γ *în reacție m* γ (E. Iliescu).
Contori de scintilație (E. Iliescu).
Camera cu bule (G. Ciobanu).
Reacții nucleare ale elementelor transuraniene (C. Rădulescu).

Seminarul de raze X

Secție de raze X ale mezoatomilor (A. Berinde).
Despre pozitronium (I. Mînzatu).

Seminarul de radiochimie

Teoria cromatografiei (S. Ionescu).
Structura rășinilor (O. Constantinescu).
Proprietăți fizico-chimice ale rășinilor (D. Topor).

Seminarul de microunde

Metode de impulsuri în studiul rezonanței magnetice nucleare (A. Valeriu).
Propagarea în ghizi de undă (E. Pascaru).
Calculul și construcția cavității rezonante (B. Ianculovici).
Stabilizarea cîmpurilor magnetice cu rezonanță nucleară (M. Drăghicescu).
Punte dublu T în gama undelor centimetrice (E. Pascaru).
Cuplaje directive în gama undelor centimetrice (B. Ianculovici).

Seminarul de electronică

Multivibratori astabili, monostabili, bistabili (M. Birnbaum).
Integratorul Miller (E. Țarină).
Triatroane în regim de impulsuri (S. Haltrich).
Oscilatorul blocat și transformator de impulsuri (I. Leibovici).
Baze de timp (A. Koritzer).

Comunicări

Despre străpungerea electrică a cristalelor (I. V. Scanavi).
Semiconductorii şi aplicatiile lor (V. M. Tucikevici).
Metode pentru studiul difuziei luminii în medii tulburi (M. Herovanu).
Cercetări experimentale asupra proprietăţilor fotonilor (S. Ianoffy).
Spectrele infraroşii ale tricloranilinei şi tribromanilinei (D. Bîrcă-Gălăţeanu).
Precipitarea naturală şi artificială a norilor (Al. Grigoriu).
Izomeria nucleară şi spectrele atomice (I şi II) (R. Weiner).
Aberaţii rezultînd din incorecta iluminare a aparatelor spectrale (M. Giurgea, R. Grigorovici şi Gh. Cristescu).
Vizibilitate şi cromaticitate în vederea mezopică (R. Grigorovici).
Principii noi de proiectare şi construcţie a difuzorului electrodinamic (M. Marinescu).

Referate

Aspecte spectrale de înaltă putere de rezoluţie (Gh. Luxiţa).
Fotoelasticimetria (M. Liviu).

A. SANIELEVICI, *Introducere în radioactivitate*. Ed. tehnică, București, 1957, 188 pag.

Colecția „Biblioteca Societății de matematică și fizică din R.P.R." a fost inițiată în scopul precis al răspîndirii științelor matematice și fizice în cercuri cît mai largi de cititori. În acest scop au apărut în această colecție o serie de cărți de popularizare, unele traduceri din limba rusă, altele scrise de autori romîni. Printre aceste cărți există trei de fizică atomică și nucleară. Primele două, anume *Structura materiei* de V. A t a n a s i u și *Electronul* de A. S t ă n e s c u sînt adresate în special corpului didactic de școală medie și elevilor, dar sînt accesibile și unui public mai larg, format din persoane cu cîteva clase de școală medie, doritoare de a face cunoștință cu cîteva aspecte ale acestor noi ramuri ale fizicii.

A treia dintre aceste cărți este lucrarea *Introducere în radioactivitate* de prof. A. S a n i e l e v i c i, membru corespondent al Academiei R.P.R. Această carte se adresează însă unui public mai restrîns format din licențiați în cele mai variate domenii, care încep să se specializeze cu aplicațiile radioactivității în respectivele domenii. Vom cita în acest sens următoarea frază : „Autorul socotește că scopul pe care și l-a propus redactînd introducerea de față va fi atins dacă ea va permite chimistului, biologului, medicului, agronomului sau inginerului, nespecializat în problemele fizicii nucleare teoretice și experimentale, dar care va avea în viitorul apropiat posibilitatea și prilejul de a mînui substanțe radioactive, să dobîndească idei clare despre fenomenele și legile generale ale radioactivității, despre metodele de utilizare, măsurare și dozare a radionuclizilor și despre orizonturile excepțional de largi pe care le deschide în toate direcțiile folosirea competentă a acestor minunate substanțe. În vederea scopului propus, autorul a lăsat în mod intenționat la o parte toate amănuntele neesențiale din punctul de vedere al utilizării practice a radioactivității".

Se vede astfel că lucrarea *Introducere în radioactivitate* are mai mult caracterul unui manual de radioactivitate pentru nefizicieni, viitori cercetători în domeniul aplicațiilor radioactivității. Bineînțeles că gradul de accesibilitate al cărții se poate lărgi, dacă cititorul va citi numai acele părți ale ei, care sînt mai simple.

Lucrarea conține patru mari capitole.

Capitolul I este intitulat *Noțiuni fundamentale de fizica atomului și nucleului*. În acest capitol se face un rezumat al noțiunilor fundamentale de fizică atomică. După definirea noțiunii de atom și moleculă se descrie structura în pături a învelișului electronic. Se dau apoi cîteva date numerice fizice fundamentale pentru particulele elementare, electron, pozitron, proton și neutron. Textul ni se pare prea condensat. Ar fi fost necesară explicația notației folosite, pentru a indica eroarea experimentală actuală, de exemplu în cazul sarcinii electronului egală cu $1{,}60_9 \cdot 10^{-19}$ coulombi.

Se dau apoi date și definiții în legătură cu nucleul, cum ar fi număr atomic, număr de masă, nuclid, izotop, izobar, izoton, greutatea atomică, unitate fizică și chimică de masă, defect de masă, energie de legătură. Ni s-a părut nu suficient de clară definiția noțiunii de nuclid, felul cum se introduce relația de echivalență a lui Einstein și definiția defectului de masă.

În rezumat, capitolul I ni s-a părut prea condensat pentru o primă lectură a unui nefizician. Din contră, dacă cititorul se poate lămuri și din alte lucrări acest capitol va reprezenta un rezumat succint și foarte folositor de cunoștințe. Ținem să amintim că în text și chiar în tablouri, cum ar fi tabloul lui Mendeleev, s-au strecurat o serie de greșeli de tipar, unele supărătoare, care n-au fost amintite în erată.

Capitolul II se ocupă cu *Radioactivitatea naturală și artificială*. El începe prin definirea noțiunii de radioactivitate, și printr-un scurt istoric al descoperirii ei, apoi se trece la formularea legilor de deplasare radioactivă pentru radiația α, β, și γ. Textul este clar, totuși am fi preferat

o altă formulare a noțiunii de radioactivitate. Autorul dă schemele pentru cele trei serii radioactive naturale și formulează condiția necesară de dezintegrare spontană, arătînd că procesul de dezintegrare este un proces statistic și introducînd noțiunile de constantă de dezintegrare λ, viață mijlocie, activitate. Studiază apoi ecuațiile de coexistență între nuclizii genetic legați. Acest bogat material este expus în numai 10 pagini. Cîteva greșeli de tipar s-au strecurat în special în paragraful 7.

În vederea aplicațiilor ce vor urma se studiază apoi pe larg interacțiunile radiațiilor α, β și γ cu materia și tranzițiile izomerice. Expunerea este plăcută. Bogatul material experimental este prezentat, în general, într-o formă simplă. Cititorul reușește să se familiarizeze cu particularitățile interacțiunii cu materia pentru fiecare tip de radiație. Textul este în general accesibil unui public fără o pregătire specială. Totuși, există pasagii unde gradul de accesibilitate scade foarte mult, fiind necesare cunoștințe anterioare. Ca exemplu vom cita definiția efectului *formare de perechi* : „Dacă fotonul are o energie mai mare ca 1,022 MeV, ea se poate transfera unei *perechi* formate dintr-un electron negativ și un electron pozitiv. Acest proces poate fi descris cantitativ prin *teoria găurilor* a lui P.A.M. Dirac (1935)".

În sfîrșit, capitolul se încheie cu studiul reacțiilor nucleare. Autorul reușește să expună numai în 10 pagini un material bogat. Astfel se încheie expunerea noțiunilor generale de radioactivitate naturală și artificială. Restul cărții, care conține mai bine de o jumătate din întreaga lucrare, se ocupă cu aplicațiile radioactivității. Se dă o deosebită atenție măsurătorilor și aparatelor de măsură, unităților, regulilor de mînuire a substanțelor radioactive. Cu aceste probleme se ocupă capitolul III.

Se începe printr-o expunere detaliată a unităților de măsură pentru activitate, doză și putere, activitate specifică, unităților rep. și rem. În această expunere s-a pornit de la ideea perfect justă că orice cercetător care se ocupă cu aplicațiile radioactivității trebuie să fie perfect familiarizat în primul rînd cu unitățile de măsură în radioactivitate. De asemenea, în al doilea rînd, orice astfel de cercetător trebuie să cunoască mînuirea aparatelor de măsură din radioactivitate. De aceea, autorul expune în detalii diferitele tipuri de camere de ionizare, electrometre, contori Geiger-Müller, insistindu-se mai ales în privința acestora din urmă. Se trece la măsurătorile absolute cu contori de raze β și γ. Expunerea este foarte detaliată în așa fel încît cititorul să poată să treacă la aplicarea directă practică a cunoștințelor. În vederea deprinderii de a folosi formulele matematice necesare măsurătorilor absolute, autorul dă cîteva aplicații numerice bine alese. În acest fel cititorul, deși în general nu va înțelege justificarea diferitelor formule, va căpăta o practică care îi este suficientă în vederea operațiilor practice pe care le are de efectuat.

Tot în acest scop se dau instrucțiuni în legătură cu mînuirea substanțelor radioactive și se expun dozele de toleranță, modul de calculare al blindajelor de protecție împotriva radiațiilor β și γ. Astfel se încheie și acest capitol.

Următorul capitol și totodată ultimul este intitulat *Aplicațiile radioactivității*. Autorul ține să mărturisească : „diversitatea domeniilor de aplicare a radioactivității nu a îngăduit autorului să intre în amănunte, acolo unde este vorba de discipline care depășesc competența lui de fizician. Aceasta explică caracterul de trecere în revista generală pe care-l are acest capitol final".

Credem că totuși a fost expus un material bogat și variat, de un folos deosebit pentru cercetătorii în diferite ramuri de activitate, care vor să se documenteze și să înceapă să lucreze în domeniul aplicațiilor radioactivității. Materialul este grupat în trei părți : „1) utilizarea nuclizilor radioactivi ca „trasori" în fizică, chimie, tehnică, biologie, medicină ; 2) utilizarea nuclizilor radioactivi ca surse de radiație, în radiobiologie, radiochimie, radiologie și radioterapie, metrologie defectoscopie, automatizări etc. ; 3) utilizarea fenomenelor radioactive pentru măsurarea timpului, în cosmologie, geologie, paleontologie, arheologie etc.". Nu vom insista asupra acestor aplicații.

În încheiere am vrea să subliniem încăodată importanța mare pe care o prezintă apariția acestei cărți pentru licențiații în diferite ramuri de activitate, care încep să se ocupe cu aplicațiile radioactivității. Deși pe alocuri textul este prea succint și de aceea uneori cititorul necunoscător al problemelor nu reușește să se lămurească (mai ales în primul capitol), el se va putea documenta în problemele ce-l interesează în capitolul III și IV, urmînd să-și completeze și precizeze ulterior cunoștințele minime fundamentale de radioactivitate. În general, un cititor nu se va putea poate orienta dintr-o dată asupra conținutului cărții. De aceea regretăm în special lipsa unei prefețe, care ar fi fost de mare importanță, servind ca un ghid pentru urmărirea textului.

Sînt bine venite anexele şi bibliografia generală. Un index succint al materialului cuprins ar fi fost însă poate util.

Stilul folosit în text este clar, uşor de urmărit. Textul n-a fost încărcat inutil cu formule matematice greoaie. Din nefericire s-au strecurat o serie de greşeli de tipar, cu care în ultimul timp începusem să ne dezvăţăm, deoarece publicaţiile din ultimii ani începuseră să conţină mai puţine greşeli. Cîteva observaţii speciale le-am făcut la locul cuvenit şi nu le repetăm aici.

Lucrarea a fost mult cerută de public şi se epuizează repede, arătînd interesul ce l-a produs. Sperăm că într-o ediţie viitoare ea va apare în condiţii şi mai bune.

A. Corciovei

M. G. MAYER şi J. H. D. JENSEN, *Elementary theory of nuclear shell structure* (Teoria elementară a structurii nucleare în pături). New York, Londra, 1955.

Deşi în ceea ce priveşte forţele nucleare cunoştinţele noastre nu au progresat prea mult în ultimii 25 de ani, în ceea ce priveşte structura nucleului, lucrurile stau cu totul altfel.

Aceasta o dovedeşte între altele şi cartea de faţă în care sînt analizate fenomenele nucleare din domeniul energiilor mici pe baza unui model coerent al nucleului, modelul păturilor, creat în bună parte chiar de autorii citaţi.

Pentru a face cît mai accesibil conţinutul cărţii, în capitolul I intitulat *Nucleele stabile* se prezintă o introducere foarte succintă în problematica fizicii nucleare, iar în capitolul III găsim un rezumat asupra cunoştinţelor noastre în domeniul structurii atomului — în măsura în care acesta este necesar pentru înţelegerea capitolelor următoare.

Capitolul II dedicat dovezilor experimentale ale numerelor magice intră deja în miezul subiectului nostru. Dovezile empirice citate aici sînt foarte variate şi oglindesc fără excepţie stabilitatea relativă a nucleelor cu numere magice de nucleoni. Unele din faptele experimentale expuse în acest capitol sînt analizate apoi amănunţit în celelalte capitole ale cărţii. Astfel, în capitolul VII este reluată problema determinării parităţii şi numerelor de ocupare din distribuţia unghiulară a reacţiilor (d, p) şi (d, n), în capitolul VIII problema momentelor cuadripolare şi a deplasărilor izotopice, în capitolul IX problema dezintegrării β, iar capitolul XIII este dedicat izomeriei nucleare.

Ideia fundamentală a modelului, existenţa *orbitelor individuale* în nucleu este tratată în capitolul IV, însă mult prea sumar. Aceasta probabil pentru că autorii au vrut să evite cu tot dinadinsul un formalism matematic dezvoltat. Remarcabil este totuşi paragraful dedicat verificării experimentale a cuplajului spin-orbită.

În ceea ce priveşte celelalte capitole, materialul este împărţit în nuclee impare (capitolul VI) şi nuclee pare (capitolul XI), un capitol special fiind dedicat nucleelor uşoare (capitolul X) şi spectroscopiei nucleare (capitolul XII).

Capitolele cele mai interesante ni s-au părut cele dedicate momentelor cuadripolare unde se discută modelul Rainwater şi modelul Bohr-Mottelson şi cel dedicat spectroscopiei nucleare. Anexele cuprind de fapt întregul aparat matematic al cărţii şi de aceea sînt utile, deşi separarea aparatului matematic de restul expunerii nu ni se pare în general recomandabilă.

În linii mari, cartea corespunde scopului pe care şi l-au propus autorii, anume acela de a da o introducere elementară în modelul păturilor şi poate fi recomandată ca manual introductiv pentru studenţi şi pentru cei ce se interesează de aceste probleme.

R. Weiner

EUGENE FEENBERG, *Shell theory of the nucleus* (Teoria în pături a nucleului). Princeton University Press, 1955.

Această carte a apărut în acelaşi an cu cartea lui M. G. Mayer şi J. H. D. Jensen, *Teoria elementară a structurii nucleare în pături*, a cărei recenzie o dăm în acest volum, p. 409 şi deşi dedicate aceluiaşi subiect nu poate fi vorba de o suprapunere a acestor două cărţi.

Într-adevăr, dacă cartea lui M a y e r şi J e n s e n este un manual introductiv, cartea lui F e e n b e r g este un adevărat tratat asupra modelului păturilor. Aceasta reiese între altele din faptul că în această carte se utilizează din plin formalismul mecanicii cuantice, fiecare capitol este urmat de o bibliografie bine pusă la punct cu ultimele lucrări în acest domeniu şi în sfîrşit pentru că se dă atenţie şi problemelor principiale legate de fundamentarea teoretică a modelului.

Capitolul întîi fiind dedicat numerelor magice serveşte ca introducere în temă. Capitolul doi intitulat *Modele uniparticulă* dovedeşte deja înaltul nivel al cărţii. Astfel, remarcăm între altele datele complete asupra celor trei potenţiale nucleare clasice (oscilatorul armonic, groapa infinită şi groapa finită) inclusiv nivelele de energie — date foarte utile în aplicaţii.

După aceea urmează un capitol amplu despre momentele nucleare, iar următoarele patru capitole se ocupă de tranziţiile nucleare (izomerice şi β). Un capitol special este dedicat cuplajului $j - j$ în care se dă o atenţie deosebită calculului matricilor respective. Capitolul nouă prezintă succint, dar riguros, problema *restului* nuclear şi a mişcărilor colective. Şi aici găsim o serie de date utile pentru aplicaţii, ca de exemplu, elementele de matrice ale momentelor nucleare. Deosebit de interesant este ultimul capitol dedicat legăturii dintre forţele nucleare şi modelul păturilor. Din păcate însă acest capitol se rezumă numai la problema justificării teoretice a regulilor de cuplaj pe baza celor două variante de forţe fenomenologice (cu *coadă* şi fără), iar problema importantă a deducerii teoretice a potenţialului nuclear este amintită numai în ultimul paragraf intitulat de altfel sugestiv : *Dece merge atît de bine modelul păturilor* ? Tratarea unilaterală a acestei probleme se explică desigur prin tendinţa autorului de a expune numai faptele sigure legate de acest subiect (se ştie că problema deducerii potenţialelor nucleare este încă departe de a fi rezolvată, ea fiind strîns legată de problema spinoasă a forţelor nucleare). Credem însă că într-un tratat cu un nivel atît de ridicat, prezentarea problemelor nerezolvate, departe de a crea o impresie greşită cititorului, stimulează numai interesul acestuia şi serveşte implicit progresului ştiinţific.

Nu putem încheia fără a sublinia stilul sobru, clar şi concis şi totodată foarte plăcut, în care este scrisă cartea. Aceasta contribuie la înalta ţinută ştiinţifică a acesteia şi de aceea considerăm că editarea ei în limba romînă ar fi binevenită atît pentru studenţii secţiilor de fizică teoretică ale facultăţilor de fizică şi matematică cît mai ales pentru cercetătorii din domeniul fizicii nucleare teoretice.

R. Weiner

ABONAMENTELE SE FAC LA OFICIILE POȘTALE,
PRIN FACTORII POȘTALI ȘI DIFUZORII VOLUNTARI
DIN ÎNTREPRINDERI ȘI INSTITUȚII

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

4

ANUL VIII

1957

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

COMITETUL DE REDACȚIE

ACADEMICIAN H. HULUBEI, *redactor responsabil*; ACADEMICIAN E. BĂDĂRĂU; V. NOVACU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; GH. ATANASIU, membru corespondent al Academiei R. P. R.; T. V. IONESCU, membru corespondent al Academiei R.P.R.; F. CIORĂSCU; D. BALLY; A. GELBERG; M. ONCESCU.

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VIII, nr. 4 1957

SUMAR

STUDII Pag.

A. CORCIOVEI, Susceptibilitatea paralelă a unui cristal antiferomagnetic cu două subreţele magnetice la temperaturi joase 391
IOAN URSU, Efecte paramagnetice la scurgerea vîscoasă a amestecurilor de gaze cu oxigen în cîmp magnetic şi utilizarea lor la analiza de gaze. 415
M. GAVRILĂ, Stabilirea formulei lui Sauter pentru efectul fotoelectric cu metoda aproximaţiei Born 421
I. BRĂNDUŞ şi A. SĂNDULESCU, Frecvenţele proprii ale nucleului compresibil într-un model statistic nestatic 433
D. BALLY şi AL. GLODEANU, Studiul proprietăţilor magnetice ale unor aliaje Cu-Ni-Fe 445
N. J. IONESCU-PALLAS, Asupra entropiei amestecurilor de gaze. 457
GH. ATANASIU, D. ZUGRĂVESCU şi IL. BUCUR, Contribuţii la studiul geomagnetic al Ardealului. Campania anului 1956 469
V. MERCEA, I. URSU şi GH. VĂSARU Contribuţii la studiul electrolizei în curent ondulat 479
ACTUALITĂŢI ŞI DISCUŢII ÎN FIZICĂ 491
NOTE 511
ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ 517
ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ 519
RECENZII 521
Index alfabetic 531

EDITURA ACADEMIEI REPUBLICII POPULARE ROMÎNE

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VIII, nº 4 1957

SOMMAIRE

ÉTUDES Page

A. CORCIOVEI, Susceptibilité parallèle d'un cristal anti-ferromagnétique, à deux sous-réseaux magnétiques, aux basses températures 399

IOAN URSU, Effets paramagnétiques lors de l'écoulement visqueux des mélanges de gaz et d'oxygène, dans un champ magnétique, et leur emploi à l'analyse des gaz 415

M. GAVRILĂ, Derivation of Sauter's Formula for the Photoelectric Effect by Means of Born's Approximation Method 421

I. BRĂNDUŞ and A. SĂNDULESCU, Proper Frequencies of the Compressible Nucleus in an Unstatic Statistical Model 433

D. BALLY et AL. GLODEANU, Etude des propriétés magnétiques de quelques alliages Cu-Ni-Fe 445

N. J. IONESCU-PALLAS, Sur l'entropie des mélanges de gaz. 457

GH. ATANASIU, D. ZUGRĂVESCU et IL. BUCUR, Contribution à l'étude géomagnétique de la Transylvanie. La campagne de 1956 469

V. MERCEA, I. URSU et GH. VĂSARU, Contribution à l'étude de l'électrolyse en courant ondulé 479

ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE 491

NOTES 511

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE . . . 517

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE 519

COMPTES RENDUS 521

Index alphabétique 531

ÉDITIONS DE L'ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VIII, № 4 1957

СОДЕРЖАНИЕ

СТАТЬИ Стр.

А. КОРЧОВЕЙ, Параллельная вприимчивость антиферромагнитного кристалла с двумя магнитными подрешетками при низких температурах 399

И. УРСУ, Парамагнитные эффекты при вязком течении смеси газов с кислородом в магнитном поле и их применение к анализу газов 415

М. ГАВРИЛЭ, Установление формулы Заутера для фотоэлектрического эффекта по методу приближения Борна 421

И. БРЭНДУШ и А. СЭНДУЛЕСКУ, Собственные частоты сжимаемого ядра в нестатической статистической модели 433

Д. БАЛЛИ и А. ГЛОДЯНУ, Исследование магнитных свойств некоторых сплавов Cu-Ni-Fe 445

Н. Ж. ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС, Об энтропии газовых смесей . . . 457

Г. АТАНАСИУ, Д. ЗУГРЭВЕСКУ и И. БУКУР, К вопросу о геомагнитном исследовании Трансильвании. Период работ 1956 года . 469

В. МЕРЧА, И. УРСУ и Г. ВЭСАРУ, К вопросу исследования электролиза при волнистом токе 479

НОВОЕ И ДИСКУССИИ в ФИЗИКЕ 491

ЗАМЕТКИ 511

В ИНСТИТУТЕ АТОМНОЙ ФИЗИКИ 517

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ 519

РЕЦЕНЗИИ 521

Алфавитный указатель 531

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ

SUSCEPTIBILITATEA PARALELĂ A UNUI CRISTAL ANTIFEROMAGNETIC CU DOUĂ SUBREȚELE MAGNETICE LA TEMPERATURI JOASE*)

DE

A. CORCIOVEI

După cum s-a presupus la început teoretic [1] și după cum au arătat și cercetările experimentale [2], [3], la corpurile antiferomagnetice, dependența susceptibilității de temperatură sub punctul Curie are o comportare, care depinde de *direcția cîmpului magnetic exterior* în raport cu *direcția de antiferomagnetism spontan* a cristalului **).

Astfel, pentru cristalele pentru care ionii magnetici care contribuie la antiferomagnetism, formează de exemplu o rețea cubică sau cubică centrată și unde interacțiunile de supraschimb***) sînt neglijabile față de interacțiunile de schimb, se știe că rețeaua de ioni magnetici se împarte în *două subrețele*, care au o comportare magnetică deosebită, și un număr egal de componenți. Anume, în absența cîmpului magnetic, extern și la temperaturi foarte scăzute spinii ionilor****) dintr-o subrețea se orientează cu toții în *același sens*, iar spinii celeilalte subrețele se orientează în sens *contrar* față de primii [11]. În acest fel doi spini a două noduri vecine se orientează antiparalel unul față de celălalt.

Acest lucru se explică tocmai prin semnul *negativ* al integralei de schimb între doi vecini și în aceasta constă deosebirea fundamentală față de corpurile feromagnetice, la care semnul integralei de schimb între doi vecini fiind pozitiv, spinii respectivi tind să se orienteze paralel. Pe plan macroscopic această comportare a antiferomagneticilor face ca momentul lor magnetic total în absența cîmpului magnetic extern să fie

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 22 mai 1957.

**) Cei interesați în problemele de antiferomagnetism pot consulta referatele de ansamblu ale lui Van Vleck și A. B. Lidiard [4], [5].

***) Interacțiunile de supraschimb sînt interacțiunile între vecinii de ordinul doi. Ele au fost explicate pentru prima oară de P. W. Anderson [6] pe baza unor cercetări anterioare ale lui H. A. Kramers [7] (vezi și [8], [9], [10]). Prin interacțiuni de schimb vom înțelege, în cele ce urmează, interacțiunile între vecinii de ordinul întîi.

****) Este vorba de spinul total al unui ion sau atom dintr-un nod al subrețelei.

nul. Din contră, momentul magnetic al unei subrețele nu este nul. El are valoarea maximă la temperatura $T = 0$ și scade la zero la temperatura Curie.

În privința direcției de antiferomagnetism spontan a unei subrețele se constată că aceasta este determ nată de întreaga structură complexă cristalină și de diferitele interacțiuni din interiorul cristalului. Luarea în considerare a acestor interacțiuni este foarte complicată și există o serie de lucrări asupra lor [12], [13]. Nu vom intra în aceste detalii. În rezumat, există o direcție de antiferomagnetism spontan, *unică* pentru întreg cristalul*). Pentru a ține seama de acest lucru, lucrările mai noi introduc în hamiltoniana sistemului un termen de anizotropie, care este minim cînd spinii sînt orientați după axa de anizotropie, cei dintr-o subrețea într-un anumit sens, cei din cealaltă subrețea în sens contrar.

Dacă se introduce acum un cîmp magnetic extern, va apărea o magnetizare macroscopică a cristalului. Se constată că, pentru o aceeași valoare a cîmpului, magnetizarea depinde de orientarea lui față de direcția de antiferomagnetism spontan a celor două subrețele. În felul acesta și susceptibilitatea magnetică va depinde de această orientare.

De aceea, în studiul antiferomagneticilor se introduce noțiunea de *susceptibilitate magnetică perpendiculară* $\chi_\perp$ și susceptibilitate *paralelă* $\chi_\parallel$, corespunzătoare cazurilor cînd cîmpul magnetic și axa de antiferomagnetism spontan formează un unghi drept, respectiv sînt paralele. Se constată că sub punctul Curie $\chi_\perp$ este practic independentă de temperatură și egală cu χ_{T_c}, susceptibilitatea în punctul Curie. Din contră, susceptibilitatea paralelă *depinde* puternic *de temperatură* și anume se anulează cînd T tinde către zero, apoi crește o dată cu creșterea temperaturii pînă în punctul Curie, unde devine egală cu χ_{T_c}. Deasupra punctului Curie susceptibilitatea nu mai depinde de orientarea cîmpului magnetic față de axa de antiferomagnetism spontan, deci $\chi_\parallel$ și $\chi_\perp$ sînt egale. Explicația constă în faptul că, deasupra punctului Curie, în absența cîmpului magnetic, fiecare subrețea are o magnetizare spontană nulă, deci nu mai există nici o direcție privilegiată.

În această lucrare ne vom ocupa de susceptibilitatea paralelă a unui antiferomagnet compus din două subrețele magnetice. Studiul îl vom face prin metoda undelor de spin, valabilă la temperaturi joase. Se folosește formalismul lui Holstein și Primakoff [15]. Remarcăm că această problemă a mai fost studiată de P. W. Anderson [16], J. M. Ziman [17], R. Kubo [18], J. R. Tessman [19], T. Nakamura [20], fiecare dînd variante teoretice, rezultatele fiind practic aceleași, acolo unde doi autori au calculat același lucru. Formalismul lui Holstein-Primakoff a fost aplicat de Kubo, Ziman și Nakamura; ceilalți doi autori citați au aplicat formalismul lui Hulthen [21], [22], care se dovedește a fi destul de asemănător cu primul.

În această lucrare vom da o metodă deosebită de a celorlalți autori pentru calculul lui $\chi_\parallel$ prin găsirea în prealabil a *sumei de stare* în cîmp

*) Nu trebuie să uităm că în cazul considerat numai ionii magnetici formează o rețea cubică sau cubică centrată. Toți atomii cristalului formează în general o rețea cu proprietăți anizotropice mult mai complicate. S-au încercat teorii și cu mai multe direcții de anizotropie [14].

magnetic paralel cu direcția de antiferomagnetism spontan. În acest sens, unii din autorii de mai sus au evitat calculul sumei de stare, găsindu-l pe $\chi_{||}$ prin metode extrem de ingenioase, dar greoaie, iar alții lucrează cu variabile aproximativ canonice, sau fac cîteva transformări canonice ingenioase, dar complicate. În cazul nostru, vom despărți hamiltoniana în hamiltoniana de bază H°, conținînd *termenul de schimb* H_{ex} și cel de *anizotropie* H_{anis} și hamiltoniana de *perturbație* H^1 conținînd termenul Zeeman H_{ze}. Vom găsi nivelele de energie în absența cîmpului, nivele care vor fi degenerate. Aplicînd cîmpul vom ridica degenerescența folosind teoria perturbațiilor. Cunoscînd nivelele perturbate se calculează suma de stare și apoi susceptibilitatea. Hamiltoniana o vom presupune cunoscută și o vom transcrie după R. K u b o [18]. Vom face, de asemenea, o observație în legătură cu trecerea la variabilele de propagare de spin.

Hamiltoniana sistemului de spini în cîmp magnetic

Această hamiltoniană este compusă din cei trei termeni pomeniți mai sus și anume :

$$H = H_{ex} + H_{anis} + H_{ze}, \tag{1}$$

hamiltoniana de bază și perturbatoare fiind

$$H^\circ = H_{ex} + H_{anis}, \tag{2}$$

$$H^1 = H_{ze}. \tag{2'}$$

Expresiile celor trei termeni sînt

$$H_{ex} = |J| \cdot \sum_{<j,k>} \vec{S}_j \vec{S}_k, \tag{3}$$

unde $\vec{S}_j$ este operatorul spin total*) al unui nod oarecare j al primei subrețele, $\vec{S}_k$ este operatorul spin total al unui nod oarecare k al celeilalte subrețele, semnul $\langle\ \rangle$ înseamnă că suma se efectuează numai asupra perechilor de vecini imediați**), iar J este de două ori integrala de schimb între doi vecini,

$$H_{anis} = -K\left(\sum_j S_j^{(z)\,2} + \sum_k S_k^{(z)\,2}\right), \tag{3'}$$

unde K este constanta de anizotropie pozitivă, $S_j^{(z)}$ și $S_k^{(z)}$ sînt proiecțiile pe axa de anizotropie, care este chiar Oz, a spinilor $\vec{S}_j$, $\vec{S}_k$,

$$H_{ze} = g\mu_B \mathcal{H}\left(\sum_j S_j^{(z)} + \sum_k S_k^{(z)}\right) \tag{3''}$$

unde g este factorul giromagnetic în valoare absolută, μ_B magnetonul lui Bohr iar $\mathcal{H}$ cîmpul magnetic extern.

*) Măsurat în unități $\hbar$.

**) Orice nod al unei subrețele are, în cazul de față, ca vecini de ordinul întîi noduri ale celeilalte rețele.

O exprimare foarte comodă a acestor termeni se poate da [15], [18] cu ajutorul *operatorilor de emisie și absorbție* a_j^*, a_j, pentru prima subrețea, și b_k^*, b_k, pentru a doua subrețea. Acești operatori sînt caracterizați prin următoarele reguli de comutare :

$$a_j\, a_{j'}^* - a_{j'}^*\, a_j = \delta_{jj'}, \qquad (4)$$
$$b_k\, b_{k'}^* - b_{k'}^*\, b_k = \delta_{kk'}\,.$$

și astfel ca toți ceilalți comutatori posibili între acești operatori să fie egali cu zero. Cu ajutorul acestor operatori componentele spinilor pe diferitele axe devin, pentru prima subrețea,

$$S_j^{(x)} + i\, S_j^{(y)} = (2S)^{1/2}\,[1 - a_j^* a_j/2S]^{1/2}\, a_j,\quad S_j^{(x)} - iS_j^{(y)} = (2S)^{1/2}\, a_j^*\,[1 - a_j^* a_j/2S]^{1/2},$$
$$S_j^{(z)} = S - a_j^*\, a_j \qquad (5)$$

iar, pentru a doua subrețea,

$$S_k^{(x)} + i\, S_k^{(y)} = (2S)^{1/2}\, b_k^*\,[1 - b_k^* b_k/2\,S]^{1/2},\quad S_k^{(x)} - i\, S_k^{(y)} = (2S)^{1/2}[1 - b_k^* b_k/2\,S]^{1/2} b_k,$$
$$S_k^{(z)} = -\,S + b_k^*\, b_k, \qquad (5')$$

indicii j și k parcurgînd toate nodurile, respectiv a celor două subrețele, iar S fiind numărul cuantic al spinului total al unui nod.

Cu ajutorul formulelor (3) și (5) și făcînd ipoteza, curentă pentru temperaturi joase, că radicalii din (5) sînt *practic egali cu unu*, neglijînd produsele cu mai mult de doi factori a_j sau b_k, aproximații justificate cu grijă de diferiți autori [15], [23], calculul conduce la următoarele expresii pentru cei trei termeni ai hamiltonienei*) [18] :

$$H_{\text{ex}} = -\frac{1}{2}\, Nz\,|J|\cdot S^2 + z\,|J|\cdot S\Big(\sum_j a_j^*\, a_j + \sum_k b_k^* b_k\Big) +$$
$$+\ |J|\cdot S \sum_{<jk>} (a_j b_k + a_j^* b_k^*), \qquad (6)$$

$$H_{\text{anis}} = -\,KS^2 N + 2KS\,\Big(\sum_j a_j^*\, a_j + \sum_k b_k^*\, b_k\Big), \qquad (6')$$

$$H_{\text{ze}} = g\,\mu_B\,\mathcal{H}\,\Big(-\sum_j a_j^*\, a_j + \sum_k b_k^* b_k\Big). \qquad (6'')$$

În continuare se efectuează o *transformare Fourier* a variabilelor. În vederea acestui scop să notăm cu $\vec{\alpha}_1$, $\vec{\alpha}_2$, $\vec{\alpha}_3$ vectorii de bază ai rețelei directe, formată din nodurile primei subrețele și cu $\vec{\beta}_1$, $\vec{\beta}_2$, $\vec{\beta}_3$ vectorii reciproci ai aceleiași subrețele. Vectorii nodurilor primei subrețele vor putea fi scriși sub forma

$$\vec{j} = n_1\vec{\alpha}_1 + n_2\vec{\alpha}_2 + n_3\vec{\alpha}_3, \qquad (7)$$

*) N este numărul de noduri magnetice, iar z numărul de vecini de ordinul întîi al unui nod.

iar vectorii nodurilor celei de-a doua subrețele vor putea fi scrişi sub forma*)

$$\vec{k} = n_1' \vec{\alpha}_1 + n_2' \vec{\alpha}_2 + n_3' \vec{\alpha}_3 + \frac{1}{2}(\vec{\alpha}_1 + \vec{\alpha}_2 + \vec{\alpha}_3), \tag{7'}$$

unde n_1, n_2, n_3 şi n_1', n_2', n_3' sînt numere întregi variind între anumite limite corespunzător alese.

Putem introduce şi vectorii de propagare $\vec{\lambda}$, prin

$$\vec{\lambda} = 2\pi\left(m_1 \frac{\vec{\beta}_1}{N_1} + m_2 \frac{\vec{\beta}_2}{N_2} + m_3 \frac{\vec{\beta}_3}{N_3}\right), \tag{8}$$

unde N_1, N_2, N_3 sînt numerele de noduri ale primei subrețele pe direcțiile $\vec{\alpha}_1$, $\vec{\alpha}_2$, $\vec{\alpha}_3$, fiind bineînțeles îndeplinită condiția $N_1 N_2 N_3 = N/2$, iar m_1, m_2, m_3 fiind numere întregi, care variază între limitele

$$-\frac{N_1}{2} \leqslant m_1 < \frac{N_1}{2}, \quad -\frac{N_2}{2} \leqslant m_2 < \frac{N_2}{2}, \quad -\frac{N_3}{2} \leqslant m_3 < \frac{N_3}{2}. \tag{8'}$$

Formula (8) definește totodată componentele vectorului $\vec{\lambda}$, pe direcțiile vectorilor de bază ai rețelei reciproce. În continuare, vom omite bara de vector la mărimile $\vec{j}$, $\vec{k}$ şi $\vec{\lambda}$, aceasta pentru a nu complica inutil scrisul.

Ținem acum să facem observația de care am vorbit mai sus în ceea ce privește introducerea corectă a variabilelor undelor de spin. R. K u b o introduce mai întîi operatorii hermitici canonic conjugați Q_j, P_j, respectiv R_k, S_k, prin relațiile

$$a_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (Q_j + iP_j), \quad a_j^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (Q_j - iP_j), \tag{9}$$

$$b_k = \frac{1}{\sqrt{2}} (R_k + iS_k), \quad b_k^* = \frac{1}{\sqrt{2}} (R_k - iS_k). \tag{9'}$$

Acești operatori satisfac următoarele relații de comutare:

$$Q_j \cdot P_{j'} - P_{j'} \cdot Q_j = i\delta_{jj'}, \quad R_k S_{k'} - S_{k'} R_k = i\delta_{kk'}, \tag{9''}$$

toți ceilalți comutatori fiind nuli. După aceea K u b o introduce operatorii de propagare canonic conjugați, Q_λ, P_λ, respectiv R_λ, S_λ, prin următoarele transformări Fourier:

$$P_\lambda = (2/N)^{1/2} \sum_j e^{i\lambda j} P_j, \quad Q_\lambda = (2/N)^{1/2} \sum_j e^{-i\lambda j} Q_j, \tag{10}$$

$$S_\lambda = (2/N)^{1/2} \sum_k e^{-i\lambda k} S_k, \quad R_\lambda = (2/N)^{1/2} \sum_k e^{i\lambda k} S_k. \tag{10'}$$

*) Pentru rețelele considerate la început, cubice sau cubice centrate.

Se pot ușor observa că aceste transformări sînt simultan și canonice, adică noile variabile sînt din nou canonice. Să remarcăm însă că noile variabile nu mai sînt hermitice. Pentru hermiticitate ar trebui îndeplinite condiții suplimentare, cum ar fi $Q_j = Q_{-j}$ și la fel și pentru celelalte variabile. Or, asemenea condiții nu sînt în general satisfăcute. În continuare însă autorul pierde din vedere acest lucru și lucrează cu operatorii Q_λ, P_λ, R_λ, S_λ, ca și cum ar fi hermitici. În felul acesta el obține o anumită hamiltoniană, în care operatorii Q_λ, P_λ, R_λ, S_λ sînt considerați hermitici. De aceea, această hamiltoniană, fără specificări suplimentare, nu e cea corectă*). Din fericire se poate ajunge la o hamiltoniană identică formal cu cea a lui Kubo, exprimată cu mărimi hermitice, făcînd alte transformări în loc de (9) și (10).

În primul rînd, plecînd de la operatorii de creație și absorbție a_j^*, a_j, b_k^*, b_k, vom introduce noi operatori a_λ, b_λ prin următoarele transformări Fourier

$$a_\lambda = (2/N)^{1/2} \sum_j e^{i\lambda j} a_j, \quad b_\lambda = (2/N)^{1/2} \sum_k e^{-i\lambda k} b_k, \tag{11}$$

care, inversate, se scriu astfel

$$a_j = (2/N)^{1/2} \sum_\lambda e^{-i\lambda j} a_\lambda, \quad b_k = (2/N)^{1/2} \sum_\lambda e^{i\lambda k} b_\lambda. \tag{11'}$$

În urma acestor transformări noile variabile a_λ, b_λ satisfac relații de comutare de același tip cu (4), anume

$$a_\lambda a_{\lambda'}^* - a_{\lambda'}^* a_\lambda = \delta_{\lambda\lambda'}, b_\lambda b_{\lambda'}^* - b_{\lambda'}^* b_\lambda = \delta_{\lambda\lambda'}, \tag{11''}$$

restul comutatorilor fiind nuli. Introducem notația

$$\gamma_\lambda = \frac{1}{z} \cdot \sum_\rho e^{-i\lambda\rho}, \tag{12}$$

unde suma se efectuează asupra celor z vecini ai unui nod oarecare, ρ fiind vectorul care unește nodul central cu unul din vecini. Cu ajutorul formulelor (11) și (12) se obțin relațiile

$$\sum_j a_j^* a_j = \sum_\lambda a_\lambda^* a_\lambda, \quad \sum_k b_k^* b_k = \sum_\lambda b_\lambda^* b_\lambda, \quad \sum_{<jk>} a_j b_k = z \sum_\lambda \gamma_\lambda a_\lambda b_\lambda .$$

Folosind aceste relații, cei trei termeni ai hamiltonienei se scriu imediat

$$H_{ex} = -\frac{1}{2} Nz |J| S^2 + z|J| S \sum_\lambda (a_\lambda^* a_\lambda + b_\lambda^* b_\lambda) + z|J| S \cdot \sum_\lambda \gamma_\lambda (a_\lambda b_\lambda + a_\lambda^* b_\lambda^*), \tag{13}$$

$$H_{anis} = -KNS^2 + 2KS \sum_\lambda (a_\lambda^* a_\lambda + b_\lambda^* b_\lambda), \tag{13'}$$

$$H_{ze} = g\mu_B \mathcal{H} \sum_\lambda (-a_\lambda^* a_\lambda + b_\lambda^* b_\lambda). \tag{13''}$$

*) Hamiltoniana corectă ar trebui să conțină și variabilele adjuncte cu mărimile Q_λ, P_λ, R_λ, S_λ. Anderson, Tessman [16] [19] evită acest lucru introducînd diferiții operatori în alt mod.

Putem acum introduce pentru fiecare undă λ operatori hermitici canonic conjugați prin

$$a_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q_\lambda + iP_\lambda),\ b_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(R_\lambda + iS_\lambda) \tag{14}$$

care satisfac regulilor de comutare

$$Q_\lambda P_{\lambda'} - P_{\lambda'} Q_\lambda = R_\lambda S_{\lambda'} - S_{\lambda'} R_\lambda = i\delta_{\lambda\lambda'}, \tag{14'}$$

ceilalți comutatori fiind nuli. Cu ajutorul acestor noi operatori cei trei termeni ai hamiltonianei se scriu astfel

$$H_{ex} = -\frac{1}{2} Nz\,|J|\,S(S+1) + \frac{z}{2}|J|\,S\sum_\lambda \{P_\lambda^2 + Q_\lambda^2 + S_\lambda^2 + R_\lambda^2 + \pm 2\gamma_\lambda (Q_\lambda R_\lambda - P_\lambda S_\lambda)\}, \tag{15}$$

$$H_{anis} = -NKS(S+1) + KS\sum_\lambda \{P_\lambda^2 + Q_\lambda^2 + S_\lambda^2 + R_\lambda^2\}, \tag{15'}$$

$$H_{ze} = \frac{1}{2} g\mu_B \mathcal{H} \sum_\lambda \{-P_\lambda^2 - Q_\lambda^2 + S_\lambda^2 + R_\lambda^2\}. \tag{15''}$$

Se observă că am obținut o hamiltoniană identică cu cea pe care o dă K u b o [18]. Hamiltoniana în variabilele de propagare, pe care o dă K u b o, nu este însă corectă, decît cu presupunerea tacită $Q_j = Q_{-j}$ și analoagele, dar aceste condiții particularizează problema. Se mai observă că transformările (11) și (14) nu sînt echivalente cu transformările lui Kubo (9) și (10) decît în aceleași condiții restrictive. Deci mărimile Q_λ, P_λ, R_λ, S_λ, ale lui Kubo nu sînt identice cu cele introduse aici, dar pentru a nu complica scrisul n-au fost folosite alte notații. Este deci întotdeauna mai avantajos a trece mai întîi la operatorii a_λ, b_λ, asociați cu unda λ, și apoi a introduce operatori hermitici canonic conjugați Q_λ, P_λ, R_λ, S_λ.

Valorile proprii ale energiei

În continuare putem urma calea lui K u b o, folosind expresiile (15). Pentru diagonalizarea hamiltonianei de bază se fac următoarele transformări canonice :

$$P_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_{1\lambda} + p_{2\lambda}),\ Q_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_{1\lambda} + q_{2\lambda}), \tag{16}$$

$$S_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_{1\lambda} - p_{2\lambda}),\ R_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_{1\lambda} - q_{2\lambda}). \tag{16'}$$

Hamiltoniana de bază devine

$$H^\circ = H_{ex} + H_{anis} = -\frac{1}{2} Nz\,|J|\,(1+\alpha)\cdot S(S+1) + \tag{17}$$

$$+ \frac{1}{2} z\,|J|\cdot S\sum_\lambda \{q_{1\lambda}^2(1+\alpha+\gamma_\lambda) + p_{1\lambda}^2(1+\alpha-\gamma_\lambda) + q_{2\lambda}^2(1+\alpha-\gamma_\lambda) + p_{2\lambda}^2(1+\alpha+\gamma_\lambda)\},$$

unde am notat

$$\alpha = \frac{2k}{z\,|\,J\,|} \tag{17'}$$

Noile variabile satisfac următoarele relații de comutare

$$q_{r\lambda}\, p_{r'\lambda'} - p_{r'\lambda'}\, q_{r\lambda} = i\,\delta_{\lambda\lambda'}\,\delta_{rr'}, \tag{17''}$$

unde r, r' pot lua valorile 1 și 2, ceea ce permite diagonalizarea imediată a ansamblului de oscilatori din (17), obținînd următoarele valori proprii :

$$E_n^{\circ} = -\frac{1}{2} Nz\,|\,J\,|\,(1+\alpha)\cdot S\,(S+1) + \frac{1}{2} z\,|\,J\,|\,S \sum_{\lambda} \{(2n_{1\lambda}+1)+(2n_{2\lambda}+1)\}$$
$$\{(1+\alpha)^2 - \gamma_{\lambda}^2\}^{1/2}, \tag{18}$$

unde prin n înțelegem ansamblul de numere cuantice întregi pozitive sau zero $n_{r\lambda}$.

Putem introduce următoarea notație :

$$E_0 = -\frac{1}{2} Nz\,|J\,|\cdot(1+\alpha)S(S+1), \qquad \beta_{\lambda} = z\,|\,J\,|\cdot S\,[(1+\alpha)^2 - \gamma_{\lambda}^2]^{1/2} \tag{18'}$$

Atunci valorile proprii ale energiei sistemului de spini, în absența cîmpului magnetic, devin

$$E_n^{\circ} = E_0 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda}\,(n_{1\lambda} + n_{2\lambda} + 1). \tag{18''}$$

Se constată că într-adevăr există *degenerare* și anume nivelul pentru care

$$n_{1\lambda} + n_{2\lambda} = n_{\lambda} \tag{19}$$

are gradul de degenerare $n_{\lambda} + 1$.

Să vedem ce se întîmplă atunci cînd introducem și cîmpul magnetic extern. Hamiltoniana va cuprinde acum și termenul Zeeman. Acest termen, folosind formulele (16), devine

$$H_{ze} = -\,g\mu_B\,\mathcal{H} \sum_{\lambda} (q_{1\lambda}\, q_{2\lambda} + p_{1\lambda}\, p_{2\lambda}). \tag{20}$$

Se constată că în acest termen variabilele au rămas *amestecate*. Diagonalizarea întregii hamiltoniene devine o problemă care necesită transformări canonice ingenioase. Acest lucru a fost făcut de diferiți autori, dar alții au evitat diagonalizarea și calculul sumei de stare în cîmp magnetic. În legătură cu aceasta am făcut o mică discuție și mai înainte.

Metoda pe care o propunem și care se dovedește a nu da rezultate inferioare metodelor altor autori, se bazează pe observația că, pentru cîmpuri chiar pînă la 10 000 gauss, termenul H_{ze} poate fi considerat ca o perturbație față de restul hamiltonienei. Într-adevăr, dacă introducem notația

$$\varepsilon = -\,g\mu_B\,\mathcal{H}, \tag{20'}$$

se poate verifica numeric că, pentru cîmpuri pînă la ordinul dat mai sus, este îndeplinită inegalitatea tare

$$\varepsilon \ll \beta_{\lambda}. \tag{20''}$$

Observînd că nivelele E_n sînt degenerate, termenul perturbator $H' = H_{ze}$ va ridica degenerarea acestor nivele. Vom aplica pentru aceasta *teoria perturbațiilor* pentru cazul degenerării, în *primă aproximație* [24], [25].

Vom construi matricea perturbației corespunzătoare nivelului degenerat $n_\lambda = n_{1\lambda} + n_{2\lambda}$.

Înainte de aceasta observăm că pentru fiecare undă de spin λ putem aplica teoria perturbațiilor separat, deoarece H_{ze} nu conține termeni de amestec a variabilelor pentru două unde de spin diferite, și putem scrie

$$H_{ze} = H' = \sum_\lambda H'_\lambda \qquad \text{cu } H'_\lambda = \varepsilon\,(q_{1\lambda}\, q_{2\lambda} + p_{1\lambda}\, p_{2\lambda}). \tag{21}$$

Vom ridica degenerarea nivelului n_λ cu ajutorul lui H^1_λ. Stările corespunzătoare acestui nivel sînt

$$n_{1\lambda} = n_\lambda,\ n_{2\lambda} = 0\,;\ n_{1\lambda} = n_\lambda - 1,\ n_{2\lambda} = 1\,;\ldots;\ n_{1\lambda} = 1,\ n_{2\lambda} = n_\lambda - 1\,;$$
$$n_{1\lambda} = 0,\ n_{2\lambda} = n_\lambda, \tag{22}$$

adică în total $n_\lambda + 1$. Cunoscînd elementele de matrice ale operatorilor coordonată și impuls ale unui oscilator [24] și ținînd seama de frecvențele oscilatorilor 1λ și 2λ, al căror produs este unu, obținem ca singure elemente ale lui H'_λ, diferite de zero între stările (22), următoarele :

$$(n_{1\lambda}, n_{2\lambda} \mid H'_\lambda \mid n_{1\lambda} \pm 1,\ n_{2\lambda} \mp 1) = \varepsilon \begin{cases} \sqrt{(n_{1\lambda}+1)\, n_{2\lambda}} \\ \sqrt{n_{1\lambda}\,(n_{2\lambda}+1)} \end{cases} \tag{23}$$

Folosind formula (23), treapta matricei $\frac{1}{\varepsilon} H^1_\lambda$, corespunzătoare nivelului n_λ, devine

$$\begin{pmatrix}
0 & \sqrt{n_\lambda} & 0 & 0 & & & & \\
\sqrt{n_\lambda} & 0 & \sqrt{2\,(n_\lambda - 1)} & 0 & & & & \\
0 & \sqrt{2\,(n_\lambda - 1)} & 0 & \sqrt{3\,(n_\lambda - 2)} & & & & \\
0 & 0 & \sqrt{3\,(n_\lambda - 2)} & 0 & & & & \\
 & & & & \ddots & & & \\
 & & & & 0 & \sqrt{(n_\lambda - 2)\,3} & 0 & 0 \\
 & & & & \sqrt{(n_\lambda - 2)\,3} & 0 & \sqrt{(n_\lambda - 1)\,2} & 0 \\
 & & & & 0 & \sqrt{(n_\lambda - 1)\,2} & 0 & \sqrt{n_\lambda} \\
 & & & & 0 & 0 & \sqrt{n_\lambda} & 0
\end{pmatrix} \tag{24}$$

Această treaptă are $n_\lambda + 1$ linii și coloane. Diagonalizarea ei pare, la prima vedere, foarte complicată. Într-adevăr, în principiu ar trebui rezolvată o ecuație algebrică de ordinul $n_\lambda + 1$. Se pot face anumite simplificări utile, dar problema rămîne foarte complicată.

Din fericire o simplă observație rezolvă problema. Ne aducem aminte că elementele de matrice ale proiecției pe Ox a operatorului moment cinetic total, $\vec{J}^*)$, în reprezentarea J^2 și $J^{(z)}$ diagonale, sînt

$$(j, m \mid J^{(x)} \mid j, m+1) = \frac{1}{2}\sqrt{(j-m)(j+m+1)}, \tag{24'}$$

unde j este numărul cuantic orbital, iar m numărul cuantic magnetic ($-j \leqslant m \leqslant j$). Dacă se face corespondența

$$j = \frac{n_\lambda}{2}, \tag{24''}$$

ceea ce întotdeauna se poate, deoarece j poate fi atît întreg cît și semiîntreg, se constată că matricea lui $2J^{(x)}$ este identică cu matricea (24). Pe de altă parte, se știe din teoria momentelor cinetice că valorile proprii ale proiecției momentului cinetic pe orice direcție sînt aceleași cu valorile proprii ale lui $J^{(z)}$, care sînt $J^{(z)} = m$. În felul acesta valorile proprii ale lui $J^{(x)}$ vor fi

$$J^{(x)} = j,\ j-1,\ j-2, \ldots,\ -j+1,\ -j,$$

bineînțeles însă în noua reprezentare $J^{(z)}$ nu mai este diagonal.

Ținînd seama de corespondența (24'') și de faptul că formal $2J^{(x)}$, în reprezentarea (24'), coincide cu (24), valorile proprii ale matricei (24) vor fi

$$\frac{1}{\varepsilon} E_\lambda^1 = n_\lambda,\ n_\lambda - 2,\ n_\lambda - 4, \ldots,\ -n_\lambda + 2,\ -n_\lambda.$$

Putem introduce numărul cuantic m_λ întreg, care ia valorile

$$m_\lambda = 0,\ 1,\ 2, \ldots,\ n_\lambda. \tag{25}$$

Atunci putem scrie pe scurt pentru corecțiile de energie la nivelul degenerat n_λ :

$$E_\lambda^1 = \varepsilon\,(n_\lambda - 2\,m_\lambda). \tag{25'}$$

În acest fel, degenerarea nivelelor E_n° a fost ridicată. Valorile corectate ale nivelelor, în primă aproximație, vor fi

$$E_{n,m} = E_n^\circ + \sum_\lambda E_\lambda^1 = E_0 + \sum_\lambda [\beta_\lambda\,(n_\lambda + 1) + \varepsilon\,(n_\lambda - 2m_\lambda)], \tag{26}$$

unde am notat cu m ansamblul de indici m_λ.

Cu ajutorul formulei (26) putem trece la calculul sumei de stare.

*) Măsurat în unități $\hbar$.

Suma de stare și susceptibilitatea $\chi_{\parallel}$

Pentru calculul sumei de stare pornim de la expresia

$$Z = \operatorname{tr} \exp\left(-\frac{1}{kT} H\right), \tag{27}$$

unde simbolul tr înseamnă urmă. Cu ajutorul valorilor permise ale energiei această expresie devine

$$Z = \sum_{n,m} \exp\left(-\frac{E_{n,m}}{kT}\right), \tag{27'}$$

unde suma se face asupra tuturor valorilor numerelor cuantice m_λ, date de (25), și asupra tuturor valorilor întregi pozitive sau zero ale numerelor cuantice n_λ. Să observăm însă că

$$\sum_{n,m} \exp\left\{-\frac{E_0}{kT} - \frac{1}{kT}\sum_\lambda [\beta_\lambda (n_\lambda + 1) + \varepsilon (n_\lambda - 2m_\lambda)]\right\} =$$

$$= e^{-\frac{E_0}{kT}} \prod_\lambda \left\{ \sum_{\substack{n_\lambda, m_\lambda \\ \lambda \text{ fix}}} \exp -\frac{1}{kT} [\beta_\lambda (n_\lambda + 1) + \varepsilon (n_\lambda - 2m_\lambda)]\right\}.$$

În acest fel, dacă introducem notația

$$Z_\lambda = \sum_{\substack{n_\lambda, m_\lambda \\ \lambda \text{fix}}} \exp -\frac{1}{kT} [\beta_\lambda (n_\lambda + 1) + \varepsilon (n_\lambda - 2m_\lambda)], \tag{27''}$$

se poate scrie suma de stare în cîmp magnetic sub forma de produs

$$Z = e^{-\frac{E_0}{kT}} \prod_\lambda Z_\lambda . \tag{28}$$

Efectuăm în Z_λ mai întîi suma după m_λ. Obținem

$$Z_\lambda = \sum_{n_\lambda} \exp\left[-\frac{1}{kT} \beta_\lambda (n_\lambda + 1)\right] e^{-\frac{1}{kT}\varepsilon n_\lambda} \cdot \frac{1 - e^{\frac{2\varepsilon}{kT}(n_\lambda + 1)}}{1 - e^{\frac{2\varepsilon}{kT}}} .$$

Sumînd și după n_λ se găsește

$$Z_\lambda = \left(1 - e^{\frac{2\varepsilon}{kT}}\right)^{-1} e^{-\frac{\beta_\lambda}{kT}} \left[\frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{kT}(\beta_\lambda + \varepsilon)}} - \frac{e^{\frac{2\varepsilon}{kT}}}{1 - e^{-\frac{1}{kT}(\beta_\lambda - \varepsilon)}}\right] =$$

$$= \frac{e^{-\frac{\beta_\lambda}{kT}}}{\left[1 - e^{-\frac{1}{kT}(\beta_\lambda + \varepsilon)}\right]\left[1 - e^{-\frac{1}{kT}(\beta_\lambda - \varepsilon)}\right]} .$$

Suma de stare totală va fi

$$Z = e^{-\frac{E_0}{kT}} \prod_{\lambda} e^{-\frac{\beta_\lambda}{kT}} \left[1 - e^{-\frac{\beta_\lambda + \varepsilon}{kT}}\right]^{-1} \left[1 - e^{-\frac{\beta_\lambda - \varepsilon}{kT}}\right]^{-1}. \qquad (28')$$

În lipsa cîmpului magnetic $\varepsilon = 0$ și suma de stare devine produsul sumelor de stare a perechilor de cîte doi oscilatori pentru fiecare undă de spin, produsul fiind făcut după λ. Acest lucru este de altfel cu totul evident, ținînd seama de valorile proprii ale hamiltonianei în absența cîmpului, care sînt sume de energii pentru oscilatori armonici.

Din suma de stare calculăm *energia liberă* a sistemului în cîmp magnetic și obținem

$$F = -kT \log Z =$$

$$= E_0 + \sum_{\lambda} \beta_\lambda + kT \sum_{\lambda} \left\{ \log\left(1 - e^{-\frac{\beta_\lambda + \varepsilon}{kT}}\right) + \log\left(1 - e^{-\frac{\beta_\lambda - \varepsilon}{kT}}\right) \right\}. \qquad (29)$$

Cunoscînd energia liberă, rezultă imediat *magnetizarea*

$$\mathfrak{M} = -\frac{\partial F}{\partial \mathcal{H}} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathcal{H}} \sum_{\lambda} \left[\frac{e^{-\frac{1}{kT}(\beta_\lambda + \varepsilon)}}{1 - e^{-\frac{\beta_\lambda + \varepsilon}{kT}}} - \frac{e^{-\frac{1}{kT}(\beta_\lambda - \varepsilon)}}{1 - e^{-\frac{\beta_\lambda - \varepsilon}{kT}}} \right]. \qquad (30)$$

Să nu uităm însă că este îndeplinită condiția (20''). În acest caz, pentru o funcție oarecare $f(\beta_\lambda \pm \varepsilon)$, aplicînd dezvoltarea Taylor, putem păstra primii doi termeni și scrie

$$f(\beta_\lambda + \varepsilon) = f(\beta_\lambda) \pm \varepsilon f'(\beta_\lambda).$$

Aplicînd această formulă, magnetizarea devine

$$\mathfrak{M} = \frac{2\varepsilon}{kT} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathcal{H}} \cdot \sum_{\lambda} \frac{e^{-\frac{1}{kT}\beta_\lambda}}{\left(1 - e^{-\frac{\beta_\lambda}{kT}}\right)^2} = \frac{2(g\mu_B)^2 \mathcal{H}}{kT} \sum_{\lambda} \frac{e^{-\frac{1}{kT}\beta_\lambda}}{\left(1 - e^{-\frac{1}{kT}\beta_\lambda}\right)^2}, \qquad (30')$$

sau, folosind formula

$$\frac{e^{-x}}{(1 - e^{-x})^2} = \frac{e^{x}}{(1 - e^{x})^2} = \frac{1}{4}\left(\coth^2 \frac{x}{2} - 1\right),$$

mai putem scrie

$$\mathfrak{M} = \mathcal{H} \frac{g^2 \mu_B^2}{2kT} \sum_{\lambda} \left(\coth^2 \frac{\beta_\lambda}{2kT} - 1\right). \qquad (30'')$$

Acum putem calcula imediat *susceptibilitatea paralelă*

$$\chi_{\parallel} = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial \mathfrak{H}} = \frac{g^2 \mu_B^2}{2kT} \cdot \sum_{\lambda} \left(\coth^2 \frac{\beta_\lambda}{2kT} - 1 \right). \tag{31}$$

Se obține exact rezultatul lui K u b o [18], pe care însă acesta l-a obținut pe cu totul altă cale, care nouă ni s-a părut mai complicată.

În continuare se pot face evaluări ale sumei după λ pentru diferite tipuri de rețele. Asupra acestui lucru nu insistăm, deoarece ar urma să reproducem calculele altor autori. Menționăm că pentru rețelele spațiale se obține, pentru temperaturi nu prea mari, bine cunoscuta comportare

$$\chi_{\parallel} = A\, T^2, \tag{32}$$

unde constanta A depinde de tipul rețelei și de J, K, N, S.

Mai dăm, cu titlu informativ, expresia entropiei sistemului în cîmp magnetic

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = -k \sum_{\lambda} \left\{ \log \left(1 - e^{-\frac{\beta_\lambda + \varepsilon}{kT}} \right) + \log \left(1 - e^{-\frac{\beta_\lambda - \varepsilon}{kT}} \right) \right\} + \tag{33}$$

$$+ \frac{1}{T} \sum_{\lambda} \left\{ (\beta_\lambda + \varepsilon) \left(e^{\frac{\beta_\lambda + \varepsilon}{kT}} - 1 \right)^{-1} + (\beta_\lambda - \varepsilon) \left(e^{\frac{\beta_\lambda - \varepsilon}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right\},$$

și a energiei interne în cîmp magnetic a cristalului

$$E = F + TS = E_0 + \sum_{\lambda} \beta_\lambda + \sum_{\lambda} \left\{ (\beta_\lambda + \varepsilon) \left(e^{\frac{\beta_\lambda + \varepsilon}{kT}} - 1 \right)^{-1} + \right.$$

$$\left. + (\beta_\lambda - \varepsilon) \left(e^{\frac{\beta_\lambda - \varepsilon}{kT}} - 1 \right)^{-1} \right\}. \tag{34}$$

Ținînd seama de condiția (20″) și păstrînd de asemenea numai primii doi termeni în dezvoltările Taylor ale funcțiilor ce intervin, se obține pentru energie expresia

$$E = -\frac{1}{2} Nz\, |J| \cdot (1 + \alpha)\, S\,(S+1) + \sum_{\lambda} \beta_\lambda + 2 \sum_{\lambda} \beta_\lambda \left(e^{\frac{\beta_\lambda}{kT}} - 1 \right)^{-1}, \tag{35}$$

adică exact aceeași ca în lipsa cîmpului. Pentru a ține seama de cîmp trebuie să reținem primii trei termeni în dezvoltările Taylor, dar termenul corectiv este atunci în $\mathfrak{H}^2$, deci foarte mic. De aceea, pentru găsirea expresiei căldurii specifice este suficient să utilizăm formula (35), care coincide cu cea dată de K u b o.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ВОСПРИИМЧИВОСТЬ АНТИФЕРРОМАГНИТНОГО КРИСТАЛЛА С ДВУМЯ МАГНИТНЫМИ ПОДРЕШЕТКАМИ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе излагается метод расчета параллельной восприимчивости антиферромагнитного кристалла с двумя подрешетками намагничивания при низких температурах. Этот метод отличается от метода, предложенного другими авторами [16], [17], [18], [19], [20]. Используется формализм спиновых волн Гольштейна-Примакова [15]. Сущность метода заключается в том, что член Зеемана в гамильтониане рассматривают как возмущающий член по сравнению с остальной частью гамильтониана. Устраняется вырождение невозмущенных уровней, и определяется сумма состояния во внешнем магнитном поле. Сделаны некоторые замечания в связи с частным случаем, рассмотренным Р. Кубо [18]. Полученные результаты находятся в соответствии с результатами других авторов.

SUSCEPTIBILITÉ PARALLÈLE D'UN CRISTAL ANTI-FERROMAGNÉTIQUE, À DEUX SOUS-RÉSEAUX MAGNÉTIQUES, AUX BASSES TEMPÉRATURES

(RÉSUMÉ)

Dans ce travail, on présente une nouvelle méthode pour le calcul de la susceptibilité parallèle, aux basses températures, d'un cristal antiferromagnétique à deux sous-réseaux de magnétisation, méthode différant de celles proposées par d'autres auteurs [16], [17], [18], [19], [20]. On y emploie le formalisme des ondes de spin de Holstein-Primakoff [15]. La méthode de travail est basée sur la considération du terme de Zeeman dans l'hamiltonien, comme terme perturbateur, par rapport au reste de l'hamiltonien. On enlève la dégénération des niveaux non perturbés et on évalue la somme d'état dans un champ magnétique extérieur. On y fait aussi une observation concernant une particularisation de R. Kubo [18]. Les résultats obtenus sont en accord avec les résultats donnés par les autres auteurs.

BIBLIOGRAFIE

1. J. H. Van Vleck, J. Chem. Phys., 1941, t. 9, p. 85.
2. M. Griffel a. J. W. Stout, J. Chem. Phys., 1950, t. 18, p. 1455.
3. J. W. Stout a. L. M. Mataresse, Rev. Mod. Phys., 1953, t. 25, p. 338.
4. J. H. Van Vleck, J. Phys. Radium, 1951, t. 12, p. 262.

5. A. B. Lidiard, Rep. Prog. Phys., 1954, t. 17, p. 201.
6. P. W. Anderson, Phys. Rev., 1950, t. 79, p. 350.
7. H. A. Kramers, Physica, 1934, t. 1, p. 182.
8. D. Pratt, Phys. Rev., 1955, t. 97, p. 296.
9. C. B. Vonsovski, DAN SSSR, 1956, t. 107, p. 37.
10. M. Shimizu, Prog. Theor. Phys., 1952, t. 8, p. 416.
11. A. Corciovei, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, nr. 1, 1957, p. 91.
12. J. H. Van Vleck, Phys. Rev., 1937, t. 52, p. 1178.
13. F. Keffer, Phys. Rev., 1952, t. 87, p. 608.
14. P. W. Anderson, Phys. Rev., 1950, t. 79, p. 705.
15. F. Holstein a. H. Primakoff, Phys. Rev., 1940, t. 58, p. 1098.
16. P. W. Anderson, Phys. Rev., 1952, t. 86, p. 694.
17. J. M. Ziman, Proc. Phys. Soc. A, 1952, t. 65, p. 540, 548.
18. R. Kubo, Phys. Rev., 1952, t. 87, p. 568.
19. J. R. Tessman, Phys. Rev., 1952, t. 88, p. 1132.
20. T. Nakamura, Prog. Theor. Phys., 1952, t. 7, p. 539.
21. G. Heller, H. A. Kramers, Prog. Roy. Acad. Sci. Amsterdam, 1934, t. 37, p. 378.
22. L. Hulthen, Proc. Roy. Acad. Sci. Amsterdam, 1936, t. 39, p. 190.
23. R. Kubo, Rev. Mod. Phys., 1953, t. 25, p. 344.
24. D. I. Blohinţev, *Bazele mecanicii cuantice*. Ed. tehnică, Bucureşti, 1954.
25. L. Schiff, *Quantum mechanics*. Mac Grow Hill, New York, 1955.

EFECTE PARAMAGNETICE LA SCURGEREA VÎSCOASĂ A AMESTECURILOR DE GAZE CU OXIGEN ÎN CÎMP MAGNETIC ŞI UTILIZAREA LOR LA ANALIZA DE GAZE *)

DE

IOAN URSU

Efectele paramagnetice care apar la scurgerea vîscoasă a oxigenului sub acţiunea unui cîmp magnetic au fost puse în evidenţă de H. Engelhardt şi H. Sack în 1931 [1], [2] şi studiate în continuare de M. Trautz [3], H. Senftleben [4] şi H. Rein [5].

S-a observat că viscozitatea oxigenului gazos scade atunci cînd scurgerea se face într-un cîmp magnetic şi această variaţie, care ajunge la o saturaţie pentru cîmpuri intense, reprezintă aproximativ 0,6% din valoarea absolută a viscozităţii.

Prezenţa unor molecule străine (azot, bioxid de carbon) micşorează variaţia viscozităţii oxigenului în cîmp magnetic.

Într-o lucrare anterioară [6], cercetînd variaţia magnetică a viscozităţii oxigenului şi aerului prin capilare cilindrice şi materiale poroase, am obţinut dependenţa acestui efect de diametrul capilarelor de lucru şi de natura materialului poros. Am observat că variaţia magnetică a viscozităţii oxigenului $\left(\varepsilon = -\frac{\Delta\eta}{\eta}\right)$ este mai mare ($62.10^4\varepsilon$) pentru capilare cu diametrul mare (620 μ) şi mai mică (33.10^4 ε) pentru capilare cu diametrul redus (210 μ).

La scurgerea aerului în cîmp magnetic prin capilare şi materiale poroase de aceleaşi caracteristice ca şi în cazul oxigenului, am obţinut o variaţie a viscozităţii de aproape cinci ori mai mică decît pentru oxigen (concentraţia oxigenului în aer este 20,6%). Dependenţa variaţiei magnetice a viscozităţii amestecului de gaze, de concentraţia în oxigen, ne-a condus la ideea de a studia efectele paramagnetice ce apar la scurgerea vîscoasă a amestecurilor de gaze în vederea utilizării lor la analiza de gaze pe cale magnetică.

Aceste studii prezintă însă importanţă nu numai pentru analiza continuă a gazelor pe cale magnetică ci şi pentru cercetarea mecanismului de magnetizare a gazelor şi a scurgerii lor la presiune ridicată (scurgere

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 28 mai 1957.

vîscoasă). De aceea, bazîndu-ne pe rezultatele obținute asupra scurgerii oxigenului și aerului în cîmp magnetic prin capilare și materiale poroase, cu ajutorul dispozitivului experimental realizat, ne-am propus un studiu detaliat a influenței pe care o are prezența unor molecule străine (CH_4, H_2) asupra variației magnetice a viscozității oxigenului.

Obiectul acestui articol îl constituie studiul variației magnetice a viscozității amestecului oxigen-hidrogen și oxigen-metan prin capilare cilindrice și materiale poroase pentru 40 și 80% oxigen, la diferite intensități de cîmp magnetic.

Metoda experimentală. Aparatura

Metoda experimentală utilizată pînă în prezent [5], pentru măsurarea variației magnetice a viscozității amestecurilor de gaze cu oxigen, este o metodă care folosește o „punte" de tuburi capilare, analoagă unei punți Wheatstone și măsoară dezechilibrul produs în punte prin variația viscozității. Precizia măsurătorilor fiind de circa 0,9% este insuficientă în cazul de față. Datorită acestui fapt, am crezut că este mai potrivit a utiliza în măsurătorile noastre, ca și la studiul variației magnetice a viscozității oxigenului și aerului, o metodă diferențială folosind un micromanometru cu paletă.

Instalația de lucru este redată în figura 1. Oxigenul de bombă se introduce în gazometrul metalic G_1, iar hidrogenul sau metanul se introduce

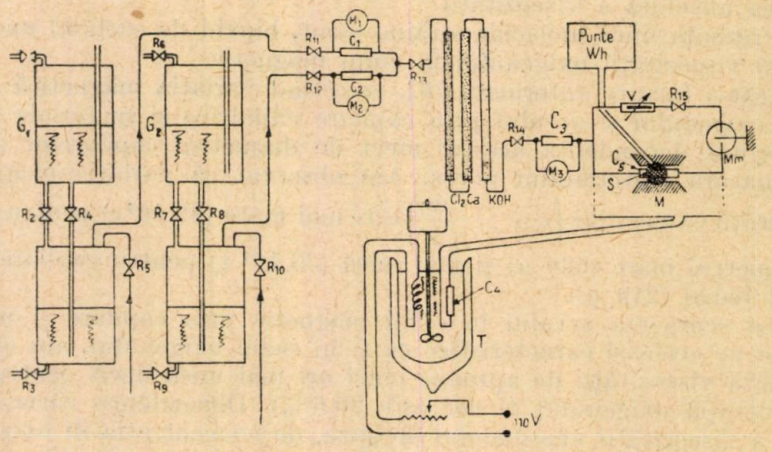


Fig. 1

în gazometrul metalic G_2. Debitmetrele asigură un debit constant de gaz. Comanda gazometrelor se face prin robinetele fixate pe un panou frontal. Proporția gazelor din amestec se reglează prin debitmetrele M_1C_1 și M_2C_2. Cu ajutorul robinetului R_{13}, amestecul se trece printr-o celulă cu Cl_2Ca și apoi printr-o celulă cu KOH. Măsurarea și controlul debitului total de

gaz se face prin debitmetrul M_3C_3. La ieşirea din debitmetru o parte din gaz se scurge prin capilarul C_5 ce se află în cîmpul magnetic, iar altă parte se scurge prin viscozimetrul cu capilară inelară V. După ieşirea gazului din cele două rezistenţe capilare, el trece mai departe în micromanometrul cu paletă Mm şi de aici în atmosferă. Micromanometrul cu paletă a fost utilizat în aceleaşi condiţii ca şi la studiul variaţiei magnetice a viscozităţii oxigenului şi aerului. Capilarele cilindrice întrebuinţate au un diametru de 614 μ şi o lungime de 30 mm, iar probele poroase cu granulaţia medie de 600 μ, au o rezistenţă capilară echivalentă capilarelor cilindrice. Atît capilarele cît şi probele poroase din sticlă sinterizată sînt din sticlă de Turda. Am ales capilarele cu diametrul de 614 μ şi probele de sticlă sinterizată cu granulaţia de 600 μ, deoarece în lucrarea precedentă [6] am găsit că efectul de variaţie magnetică a viscozităţii este maxim prin aceste tipuri de capilare şi probe poroase.

Cîmpul magnetic, realizat printr-un electromagnet Du Bois, s-a măsurat printr-o spirală de bismut.

S-a lucrat în condiţii de temperatură şi presiune normală.

Măsurători şi rezultate

Pentru determinările experimentale s-a folosit oxigenul de bombă (99,2% oxigen), hidrogenul de bombă (99,1% hidrogen) şi metanul de la

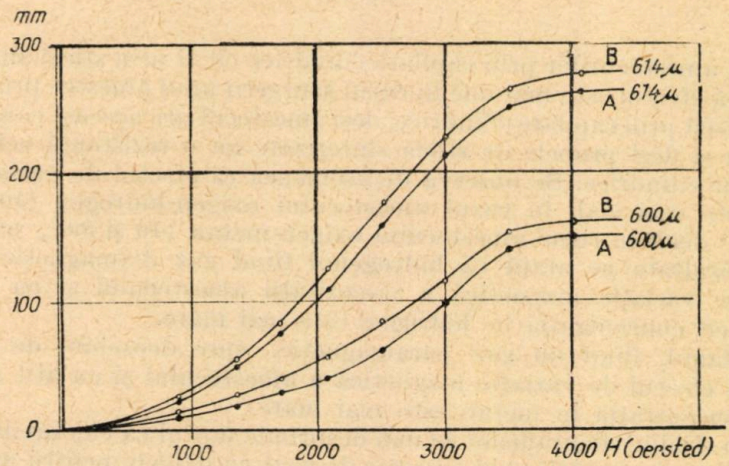


Fig. 2

conductă (99,0% metan). Măsurătorile efectuate se pot împărţi în două grupe : în prima grupă (fig. 2) se studiază variaţia magnetică a viscozităţii amestecului oxigen-hidrogen (A) şi oxigen-metan (B) cu 40% oxigen prin capilare cilindrice (614 μ) şi materiale poroase (600 μ); în grupa a doua (fig. 3) se studiază variaţia magnetică a viscozităţii amestecului oxigen-

hidrogen (A) și oxigen-metan (B) cu 80% oxigen prin capilare cilindrice (614 μ) și materiale poroase (600 μ) (am luat în abscisă deviațiile micromanometrului, iar în ordonată cîmpul magnetic). Din studiul diagramelor se observă un început de saturație a amestecului pentru cîmpuri de 3 000—3 500 oersted și o saturație pronunțată pentru cîmpuri mai intense, atît la

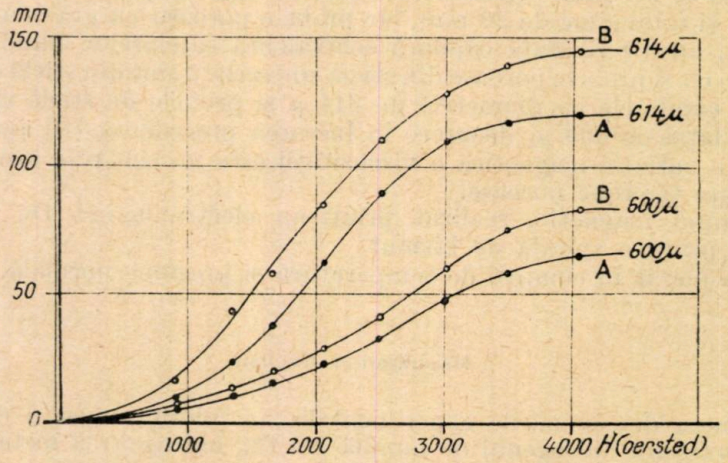


Fig. 3

scurgerea amestecurilor prin capilare cilindrice cît și prin sticlă sinterizată. Se vede că efectul este mai mic în cazul scurgerii unui amestec prin probele poroase decît prin capilare cilindrice, deși amestecul are aceeași concentrație în oxigen și deși probele de sticlă sinterizate au o rezistență echivalentă capilarelor cilindrice. Se observă de asemenea că efectul de variație magnetică este mai slab în cazul amestecului oxigen-hidrogen (40 și 80% oxigen-A) decît în cazul amestecului oxigen-metan (40 și 80% oxigen-B). Aceste rezultate ne arată că hidrogenul fiind gaz diamagnetic frînează efectul de variație magnetică a viscozității amestecului și cu atît mai mult cu cît concentrația în hidrogen este mai mare.

Metanul, fiind un gaz paramagnetic, spre deosebire de hidrogen amplifică efectul de variație magnetică a amestecului și cu atît mai mult cu cît concentrația în metan este mai mare.

Din studiul diagramelor se mai desprinde faptul că efectul de variație magnetică a viscozității unui amestec de gaze cu oxigen, pentru un anumit cîmp magnetic și la scurgerea printr-un anumit capilar sau probă poroasă, depinde în mod esențial de concentrația în oxigen a amestecului. Astfel, amestecul oxigen-hidrogen cu 80% oxigen (figura 3, 614 μ, A), la un cîmp de 4 000 oersted, are $10^4\varepsilon \approx 260$, iar amestecul oxigen-hidrogen cu 40% oxigen (figura 2, 614 μ, A), $10^4\ \varepsilon \approx 120$. În cazul amestecului oxigen-metan cu 80% oxigen (figura 3, 614 μ, B), la un cîmp de 4 000 oersted, are $10^4\ \varepsilon \approx 280$, iar în cazul amestecului oxigen-metan cu 40% oxigen (figura 2, 614 μ, B), $10^4\ \varepsilon \approx 145$.

La scurgerea amestecului prin probele de sticlă sinterizată (600 μ), deși efectul este mai slab ca și prin capilare cilindrice, se observă aceeași dependență a efectului de concentrație în oxigen.

Rezultatele experimentale confirmă existența fenomenului de variație magnetică a viscozității amestecului oxigen-hidrogen și oxigen-metan, atît la scurgerea prin capilare cilindrice, cît și prin materiale poroase. Caracterul scurgerii însă prin capilare cilindrice este diferit de cel prin sticlă sinterizată.

Rezultatele obținute ne arată, de asemenea, că dispozitivul experimental utilizat în măsurătorile noastre se pretează bine la determinarea concentrației oxigenului din amestecul de gaze, cu suficientă precizie și în mod continuu.

Prin repetarea măsurătorilor în condiții identice și prin luare de valori medii, dispozitivul permite o reproductibilitate bună, mergînd pînă la o precizie de 0,4%.

CONCLUZII

Studiul variației magnetice a viscozității amestecurilor de gaze cu oxigen confirmă bine rezultatele precedente [6] și în același timp a permis să se tragă și unele concluzii noi care sînt :

S-a pus în evidență efectul paramagnetic de variație a viscozității amestecurilor de gaze oxigen-hidrogen și oxigen-metan, atît prin capilare cilindrice cît și prin materiale poroase. Dependența efectului de variație magnetică a viscozității acestor amestecuri, la diferite concentrații de oxigen și intensități de cîmp magnetic, de diametrul capilarelor de lucru și de granulația medie a materialelor poroase, constituie obiectul unei noi note.

S-a studiat influența gazelor străine asupra efectului de variație magnetică a viscozității oxigenului și posibilitatea de a folosi acest efect la analiza pe cale magnetică a gazelor.

ПАРАМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВЯЗКОМ ТЕЧЕНИИ СМЕСИ ГАЗОВ С КИСЛОРОДОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ К АНАЛИЗУ ГАЗОВ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В настоящей работе приведены некоторые результаты исследований магнитного изменения вязкости чистого кислорода и смеси газов с кислородом.

Этот эффект исследовался на смесях кислород-метан и кислород-водород посредством цилиндрических капилляров и пористых материалов. Использованный экспериментальный метод представляет собой усо-

вершенствование примененного в более ранних работах метода, основанного на отсчете отклонений лопастного микроманометра.

Опытные результаты, полученные со смесями газов, содержащими 40 и 80% кислорода, показали зависимость вязкости от магнитного поля, от концентрации кислорода и возможность использования данного явления для анализа смесей газов с кислородом с точностью до 0,4% по кислороду.

EFFETS PARAMAGNÉTIQUES LORS DE L'ÉCOULEMENT VISQUEUX DES MÉLANGES DE GAZ ET D'OXYGÈNE, DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE, ET LEUR EMPLOI À L'ANALYSE DES GAZ

(RÉSUMÉ)

Les effets paramagnétiques dans l'écoulement visqueux des mélanges de gaz et d'oxygène, dans un champ magnétique, et leur emploi dans l'analyse des gaz représente une partie des résultats des recherches concernant la variation magnétique de la viscosité de l'oxygène pur, ainsi que des mélanges de gaz et d'oxygène.

Le mémoire traite de cet effet dans les mélanges oxygène-méthane et oxygène-hydrogène, au moyen de capillaires cylindriques et de matériaux poreux. La méthode expérimentale employée n'est qu'une extension de celle que l'auteur avait utilisée dans ses travaux antérieurs et qui est basée sur la lecture des déviations d'un micromanomètre à palette.

Les résultats obtenus par des expériences faites sur des mélanges de gaz et d'oxygène dans des proportions de 40% et 80% d'oxygène, montrent la manière dont la variation de la viscosité dépend du champ magnétique et de la concentration en oxygène, ainsi que la possibilité d'appliquer le phénomène à l'analyse des gaz contenant de l'oxygène, avec une précision de 0,4% d'oxygène.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Engelhardt u. H. Sack, Phys. Z., 1932, t. 33, p. 724.
2. H. Sack, Helv. Chim. Acta, 1934, t. 7, p. 639.
3. M. Trautz u. E. Fröschel, Ann. d. Phys., 1935, t. 22, p. 223.
4. H. Senftleben u. H. Gladisch, Ann. d. Phys., 1937, t. 30, p. 713.
5. H. Rein, Pflügers Arch. f. Phys., 1944, t. 2, p. 247 şi 576.
6. V. Mercea şi I. Ursu, Comunicările Acad. R.P.R. Ses. iulie 1956.

STABILIREA FORMULEI LUI SAUTER PENTRU EFECTUL FOTOELECTRIC CU METODA APROXIMAȚIEI BORN *)

DE

M. GAVRILĂ

1. Secțiunea eficace, dată de teoria relativistă a electronului pentru efectul fotoelectric atomic, a unui electron independent în pătura $\mathcal{K}$, nu poate fi evaluată exact [1]. Pentru cazul elementelor ușoare (Z mic) și vitezelor mari ale fotoelectronului emis (β apropiat de 1) problema a fost rezolvată de Sauter [2]. Ulterior Sommerfeld și Maue [3]**) au obținut același rezultat, folosind o metodă mai elegantă.

Formula lui Sauter se obține dacă se păstrează consecvent numai prima corecție $\frac{Ze^2}{\hbar c}$ la spinorii caracteristici ai stării inițiale și finale a fotoelectronului. Spinorul caracteristic al stării inițiale, fiind cunoscut exact, nu prezintă nici o dificultate. Pentru starea finală a electronului trebuie folosit un spinor undă plană relativistă distorsionată de cîmpul coulombian. Nu se cunoaște însă forma exactă a unei asemenea unde; Sommerfeld [3]***) a indicat un procedeu de aproximații succesive care poate fi folosit pentru construirea ei, numai prima aproximație putînd fi calculată efectiv. După acest procedeu de construcție se vede că soluția căutată depinde de trei parametri, care sînt de fapt independenți: $\beta, \frac{Ze^2}{\hbar v}, \frac{Ze^2}{\hbar c}$ $\left(\beta = \frac{v}{c}\right.$ corespunde vitezei asimptotice a fotoelectronului$\left.\right)$. Dintre aceștia primii doi sînt conținuți în aproximația de ordin zero a soluției, ultimul fiind parametrul după care se face desfășurarea. În tratarea efectului fotoelectric, Sommerfeld și Maue folosesc pentru spinorul stării finale tocmai această primă aproximație în $\frac{Ze^2}{\hbar c}$ a undei plane (exactă în această aproximație în ceilalți parametri). Astfel, procedînd cu multă iscusință, elementul de matrice al efectului poate fi integrat; formula obținută pentru secțiunea eficace nu este însă practic utilizabilă decît dacă

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la 17 iunie 1957.

**) Cap. VI, § 8.

***) Cap. V, § 8 și cap. VI, § 8 B.

se mai face și ipoteza $\beta \approx 1$. În acest caz, $\frac{Ze^2}{\hbar v} \approx \frac{Ze^2}{\hbar c}$ și trebuie păstrată numai puterea întîia a lui $\frac{Ze^2}{\hbar v}$ *). Rezultă astfel formula Sauter**).

Prin urmare, pentru obținerea acestei formule, este suficient să păstrăm prima aproximație a spinorului final în $\frac{Ze^2}{\hbar v}$ și $\frac{Ze^2}{\hbar c}$ într-o dezvoltare după amîndoi acești parametri. Observăm însă că această aproximație este echivalentă cu păstrarea termenului de ordinul întîi al unei dezvoltări după Ze^2 adică după puterile cîmpului extern. Însă aceasta nu este altceva decît metoda de aproximație Born pentru stările din continuu. (Aproximația Born relativistă, spre deosebire de cea nerelativistă, nu mai este o dezvoltare după $\frac{Ze^2}{\hbar v}$). Formula lui Sauter corespunde deci primei aproximații Born pentru spinorul final. Este atunci natural de a proceda la obținerea ei pe această cale mai directă. Ca de obicei, cînd se folosește acest mod de tratare a stărilor din continuu, integrarea elementului de matrice se face avantajos în spațiul impulsurilor. În cele ce urmează vom adopta această metodă de lucru. Interesul ei provine nu numai din faptul că simplifică cu mult deducerea formulei Sauter, ci și fiindcă reprezintă drumul de urmat în problema mult mai delicată a corecțiilor radiative ale efectului.

2. Secțiunea eficace diferențială a efectului fotoelectric corespunzătoare expulzării unui electron $\mathfrak{K}$ cu spinor caracteristic $\psi_1(\vec{r})$, într-o stare din spectrul continuu cu spinor caracteristic $\psi_2(\vec{r})$, energie E și impuls asimptotic $\vec{K}$, cuprins în unghiul solid $d\Omega$, sub acțiunea unui foton de impuls $\vec{\varkappa}$, energie $\varkappa$ și polarizație $\vec{s}$ ($\vec{\varkappa}\vec{s} = 0, \vec{s}^2 = 1$) este***)

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^2 \alpha}{\varkappa} |M|^2 d\Omega, \tag{1}$$

unde

$$M = \int \bar{\psi}_2(\vec{r}) \hat{s} e^{i\vec{\varkappa}\vec{r}} \psi_1(\vec{r}) d\vec{r}. \tag{2}$$

*) În efectuarea aproximației în $\frac{Ze^2}{\hbar v}$ Sommerfeld și Maue [3] procedează grăbit. Aproximația lor (cap. VI, § 8, relația (41)) este incorectă; în realitate se neglijează numai $\left(\frac{Ze^2}{\hbar v}\right)^2$ față de 1 (și nu $\frac{Ze^2}{\hbar v}$). Făcînd calculele în acest sens se poate arăta însă că se obține același rezultat.

**) Printr-un proces specific de amalgamare de factori, toți termenii formulei sînt însă de același ordin în Ze^2.

***) Utilizăm sistemul de unități neraționalizat care ia pe $\hbar$ ca unitate de acțiune și pe c ca unitate de viteză. În acest sistem mărimile $\frac{Ze^2}{\hbar c}$ și Ze^2 sînt numeric egale; valoarea lor comună va fi notată cu αZ. Viteza asimptotică a fotoelectronului este β.

Spinorul $\psi_2(\vec{r})$ este presupus normat în scara energiei și a unghiului solid ; s este mărimea cu patru componente $(\vec{s}, 0)$. Aici și în cele ce urmează, fiind dată o mărime q cu patru componente q_μ $(\vec{q}, iq_0)$ vom nota $\hat{q} = q_\mu \gamma_\mu = \vec{q}\vec{\gamma} + iq_0\gamma_4$*). Mărimea care interesează de fapt este secțiunea diferențială a procesului însumată peste cei doi electroni ai păturii $\mathfrak{K}$ și cele două posibilități de orientare a spinului electronic în starea finală :

$$d\sigma_K = \frac{(2\pi)^2 \alpha}{\varkappa} \sum_{\sigma_1 \sigma_2} |M|^2 d\Omega. \tag{3}$$

Evaluarea lui M trebuie făcută folosind prima aproximație în αZ pentru spinorii ψ_1 și ψ_2, neglijînd sistematic mărimi de ordin $(\alpha Z)^2$. În această aproximație energia stării inițiale $m\,(1 - \alpha^2 Z^2)^{1/2}$ devine egală cu m. Există atunci următoarele relații

$$E = \frac{m\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad K = E\beta, \tag{4}$$

$$E = m + \varkappa, \quad E^2 = K^2 + m^2. \tag{5}$$

Desfășurînd Fourier spinorii ψ_1 și $\bar{\psi}_2$

$$\psi_1(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int u_1(\vec{p}_1)\, e^{i\vec{p}_1\vec{r}}\, d\vec{p}_1, \quad \bar{\psi}_2(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \bar{u}_2(\vec{p}_2)\, e^{-i\vec{p}_2\vec{r}}\, d\vec{p}_2$$

elementul de matrice M se scrie

$$M = \int \bar{u}_2(\vec{p}_2)\, \hat{s}\, u_1(\vec{p}_1)\, \delta(\vec{p}_2 - \vec{p}_1 - \vec{\varkappa})\, d\vec{p}_1\, d\vec{p}_2 \tag{6}$$

Spinorul $u_1(\vec{p})$ al stării fundamentale are în scriere prescurtată forma [5] :

$$u_1(\vec{p}) = \begin{pmatrix} G(p)\, \mathfrak{Y}_{0\,\frac{1}{2}\,m} \\ F(p)\, \vec{\sigma}\frac{\vec{p}}{p}\, \mathfrak{Y}_{0\,\frac{1}{2}\,m} \end{pmatrix}, \quad m = \pm\frac{1}{2}, \tag{7}$$

unde $\mathfrak{Y}_{lm}\left(\frac{\vec{p}}{p}\right)$ sînt spinorii bidimensionali caracteristici momentelor cinetice $\vec{l}^2$, $\vec{j}^2$, j_z cu numerele cuantice indicate ; $\vec{\sigma}$ este vectorul matricial al lui Pauli, iar funcțiile $G(p)$ și $F(p)$ sînt date, în aproximația care ne interesează, de

$$G(p) = \left[\frac{32\,(Z\alpha m)^5}{\pi}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(p^2+q^2)^2}, \tag{8}$$

$$F(p) = \left[\frac{8\,(Z\alpha m)^5}{\pi}\right]^{\frac{1}{2}} \frac{p}{m} \frac{1}{(p^2+q^2)^2},$$

*) Matricele γ_μ sînt hermitice și definite ca în [4], § 7 ; se notează $\Psi = \psi^*\gamma_4$.

unde $q = \alpha Z m$. Observînd că

$$\begin{pmatrix} \mathrm{O} \\ \vec{\sigma}\,\frac{\vec{p}}{p}\,\mathfrak{S}_{0\,\frac{1}{2}\,m} \end{pmatrix} = \vec{\alpha}\,\frac{\vec{p}}{p}\begin{pmatrix} \mathfrak{S}_{0\,\frac{1}{2}\,m} \\ \\ \mathrm{O} \end{pmatrix} = i\,\gamma_4\,\vec{\gamma}\,\frac{\vec{p}}{p}\begin{pmatrix} \mathfrak{S}_{0\,\frac{1}{2}\,m} \\ \\ \mathrm{O} \end{pmatrix},$$

rezultă că (7) poate fi scris, oricare ar fi $m = \pm\frac{1}{2}$, în forma

$$u_1(\vec{p}) = \left[G(p) + iF(p)\,\gamma_4\,\vec{\gamma}\,\frac{\vec{p}}{p}\right]\begin{pmatrix} \mathfrak{S}_{0\,\frac{1}{2}\,m} \\ \\ \mathrm{O} \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Notînd cu $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\chi_1$ spinorul care figurează în (9) și ținînd seama de (8), putem scrie

$$u_1(\vec{p}) = N_1\,g(p)\left[1 + \frac{i}{2m}\,\gamma_4\,\vec{\gamma}\,\vec{p}\right]\chi_1, \tag{10}$$

unde

$$N_1 = \frac{1}{\pi}\left[8\,(Z\alpha m)^5\right]^{\frac{1}{2}}, \quad g(p) = \frac{1}{(p^2+q^2)^2}. \tag{11}$$

Spinorul caracteristic al stării finale $\bar{u}_2(\vec{p})$ satisface ecuației lui Dirac din spațiul impulsurilor,

$$\bar{u}_2(\vec{p})\,(i\hat{p} + m) = ie\int \bar{u}_2(\vec{p}')\,\hat{A}(\vec{p}' - \vec{p})\,d\vec{p}', \tag{12}$$

unde p este mărimea cu patru componente $(\vec{p}, iE)$. Plecînd de aici, se arată [1]* că el este dat în primă aproximație Born de relația

$$\bar{u}_2(\vec{p}) = N_2^*\left[\bar{\chi}_2(\vec{K})\,\delta(\vec{p} - \vec{K}) - \bar{\chi}_2(\vec{K})\,ie\hat{A}(\vec{K} - \vec{p})\,\frac{i\hat{p} - m}{p_\mu p_\mu + m^2 - i\varepsilon}\right], \tag{13}$$

$\chi_2(\vec{K})$ fiind spinorul caracteristic al electronului liber cu impuls $\vec{K}$ și o anumită orientare a spinului, iar ε o cantitate mică, reală, care trebuie făcută, în cele din urmă, să tindă către zero (pentru ca $u_2(\vec{p})$ să reprezinte o undă plană plus o undă sferică convergentă, așa cum cere problema [3]**), ε trebuie ales pozitiv în (13)). În cazul de față, potențialul are numai componenta scalară, a cărei amplitudine Fourier, așa cum apare în (12), este (impropriu) definită de

$$A_0(\vec{q}) = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int \frac{Ze}{r}\,e^{-i\,\vec{q}\,\vec{r}}\,d\vec{r} = -\frac{Ze}{2\pi^2\,\vec{q}^2}.$$

*) Secțiunea 9 și 16.
**) Cap. VI, § 4.

De aici

$$(-ie)\,\hat{A}(\vec{q}) = e\gamma_4 A_0(\vec{q}) = -\frac{1}{2\pi^2}\frac{\alpha Z}{\vec{q}^2}\gamma_4$$

și, prin urmare,

$$\bar{u}_2(\vec{p}) = N_2^*\bar{\chi}_2(\vec{K})\left[\delta(\vec{p}-\vec{K}) - \frac{\alpha Z}{2\pi^2}\frac{1}{(\vec{K}-\vec{p})^2}\gamma_4\frac{i\hat{p}-m}{p_\mu p_\mu + m^2 - i\varepsilon}\right]. \quad (14)$$

Coeficientul N_2 corespunde trecerii de la normarea în scara $\vec{K}$ la aceea în scara energiei și a unghiului solid. Mărimea lui se arată cu ușurință a fi dată de

$$|N_2|^2 = KE, \quad (15)$$

în cazul nostru relativist K și E fiind dați de (4).

Introducînd acum spinorii u_1 și $\bar{u}_2$ în formula (6) a elementului de matrice M, acesta se poate scrie

$$M = M_1 + M_2. \quad (16)$$

M_1 reprezintă contribuția aproximației Born de ordin zero, adică primul termen din (14). Pentru M_1 integrarea este imediată și dă

$$M_1 = N_1 N_2^* g(|\vec{K}-\vec{\varkappa}|)\left[(\bar{\chi}_2\hat{s}\chi_1) + \frac{i}{2m}(\vec{K}-\vec{\varkappa})(\bar{\chi}_2\hat{s}\gamma_4\vec{\gamma}\chi_1)\right], \quad (17)$$

$g(|\vec{K}-\vec{\varkappa}|)$ fiind dat de formula (11). Ținînd însă seama că în domeniul relativist K și $\varkappa$ sînt de ordinul lui m, se poate neglija $q^2 = \alpha^2 Z^2 m^2$ în numitorul lui g, ca fiind o cantitate de ordinul al doilea. M_1 devine atunci

$$M_1 = N_1 N_2^* \frac{1}{(\vec{K}-\vec{\varkappa})^4}\left[(\chi_2\hat{s}\chi_1) + \frac{i}{2m}(\vec{K}-\vec{\varkappa})(\bar{\chi}_2\hat{s}\gamma_4\vec{\gamma}\chi_1)\right]. \quad (18)$$

M_2 reprezintă contribuția corecției Born de ordinul întîi, adică al doilea termen din (14). Neglijînd însă termenul rezultat din înmulțirea lui cu cel corectiv din (10), fiecare fiind de ordin αZ, obținem

$$M_2 = -N_1 N_2^* \frac{\alpha Z}{2\pi^2}\cdot$$

$$\chi_2\gamma_4\int\frac{1}{(\vec{K}-\vec{\varkappa}-\vec{p}_1)^2}\,\frac{i(\hat{p}_1+\hat{\varkappa})-m}{(p_1+\varkappa)_\mu(p_1+\varkappa)_\mu + m^2 - i\varepsilon}\,g(p_1)\,d\vec{p}_1\cdot\hat{s}\chi_1, \quad (19)$$

unde cu p_1 și $\varkappa$ am notat respectiv mărimile cuadridimensionale $(\vec{p}_1, im)$ și $(\vec{\varkappa}, i\varkappa)$. Integrala care figurează în expresia lui M_2,

$$J = \int\frac{1}{(\vec{K}-\vec{\varkappa}-\vec{p}_1)^2}\,\frac{i(\hat{p}_1+\hat{\varkappa})-m}{(p_1+\varkappa)_\mu(p_1+\varkappa)_\mu + m^2 - i\varepsilon}\,g(p_1)\,d\vec{p}_1, \quad (20)$$

poate fi evaluată ușor, dacă se ține seama de faptul că interesează numai valoarea ei în aproximația cea mai scăzută posibilă în αZ, de vreme ce M_2 conține deja un factor αZ. Vom arăta că integrala J considerată ca o funcțiune de parametrul q, care apare în $g(p_1)$, are un pol simplu în $q = 0$.

Într-adevăr, făcînd uz de una din formele analitice ale funcției $\delta(\vec{p})$

$$\delta(\vec{p}) = \frac{1}{\pi^2} \lim_{q \to 0} \frac{q}{(\vec{p}^2 + q^2)^2},$$

avem, ținînd seama de (11),

$$\lim_{q \to 0} qJ = \pi^2 \int \frac{1}{(\vec{K} - \vec{\varkappa} - \vec{p}_1)^2} \frac{i(\hat{p}_1 + \hat{\varkappa}) - m}{(p_1 + \varkappa)_\mu (p_1 + \varkappa)_\mu + m^2 - i\varepsilon} \delta(\vec{p}_1)\, d\vec{p} =$$

$$= \frac{\pi^2}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2} \frac{i\hat{\varkappa} - m(1 + \gamma_4)}{\vec{\varkappa}^2 - (m + \varkappa)^2 + m^2}.$$

Așadar, în aproximația cea mai scăzută în αZ (obținută prin neglijarea puterii nule și a celor pozitive ale lui q) J se scrie

$$J = \frac{1}{q} \frac{\pi^2}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2} \frac{i\hat{\varkappa} - m(1 + \gamma_4)}{\vec{\varkappa}^2 - (m + \varkappa)^2 + m^2}. \tag{21}$$

Notînd cu t mărimea cu patru componente $[\vec{\varkappa}, i(\varkappa + m)]$, (21) devine

$$J = -\frac{1}{q} \frac{\pi^2}{2m\varkappa} \frac{i\hat{t} - m}{(\vec{k} - \vec{\varkappa})^2}. \tag{22}$$

Deci

$$M_2 = N_1 N_2^* \frac{1}{4m^2\varkappa} \frac{1}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2} (\bar{\chi}_2 \gamma_4 (i\hat{t} - m)\, \hat{s}\chi_1). \tag{23}$$

Elementul de matrice al efectului se scrie, în definitiv,

$$M = N_1 N_2^* \frac{1}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^4} \bar{\chi}_2 \left[\hat{s} + \hat{s}\gamma_4 \vec{\gamma} \frac{i}{2m} (\vec{K} - \vec{\varkappa}) + \frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})}{4m^2\varkappa} \gamma_4 (i\hat{t} - m)\hat{s}\right] \chi_1. \tag{24}$$

Observăm însă că datorită faptului că s are componenta a patra nulă și fiindcă $\vec{\varkappa}\vec{s} = 0$, există relațiile

$$\hat{s}\gamma_4 = -\gamma_4 \hat{s}, \qquad \hat{t}\hat{s} = -\hat{s}\hat{t}.$$

Putem transforma atunci pe M în

$$M = N_1 N_2^* \frac{1}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^4} \bar{\chi}_2 \hat{s} \gamma_4 \left[\gamma_4 + \vec{\gamma} \frac{i}{2m} (\vec{K} - \vec{\varkappa}) + \frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2}{4m^2\varkappa} (i\hat{t} + m)\right] \chi_1. \tag{25}$$

Expresia aceasta poate fi adusă într-o formă mai convenabilă pentru calculele ulterioare ținînd seama că paranteza dreaptă care figurează în ea poate fi scrisă

$$\left[\gamma_4 + \vec{\gamma}\frac{i}{2m}(\vec{K} - \vec{\varkappa}) + \frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2}{4m^2\varkappa}(\hat{it} + m)\right] \equiv i\hat{a} + b.$$

Folosind definiția lui t vedem că mărimea a cu cele patru componente $(\vec{a}, ia_0)$ și mărimea b sînt date de

$$\vec{a} = \frac{1}{2m}(\vec{K} - \vec{\varkappa}) + \frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2}{4m^2\varkappa}\vec{\varkappa}, \qquad a_0 = \frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2(\varkappa + m)}{4m^2\varkappa} - 1$$

$$b = \frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2}{4m\varkappa}. \tag{26}$$

Fie

$$Q = \frac{N_1 N_2^* \hat{s}\,\gamma_4(i\hat{a} + b)}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^4}. \tag{27}$$

M se scrie atunci pe scurt

$$M = \bar{\chi}_2 Q \chi_1. \tag{28}$$

Rămîne de efectuat calculul sumei $\Sigma\,|M|^2$, sumarea fiind făcută asupra tuturor posibilităților de tranziție din pătura $\mathfrak{K}$ spre starea din continuu de impuls asimptotic $\vec{K}$. Datorită artificiului folosit pentru scrierea spinorului $u_1(\vec{p})$ în forma (10), elementul de matrice M are același aspect (28) pentru toate aceste tranziții: matricea Q este aceeași, diferiți sînt numai spinorii χ_1 și $\bar{\chi}_2$, corespunzători stării inițiale și finale. Cum există doi spinori χ_1, corespunzători păturii $\mathfrak{K}$, caracterizați prin $m = \pm\,\frac{1}{2}$ (vezi (9) și (10)) și doi spinori χ_2, corespunzători celor două orientări posibile ale spinului în continuu, suma $\Sigma\,|M|^2$ conține patru termeni. Calculul ei poate fi făcut cu formule cunoscute. Pentru aceasta observăm că pe lîngă relația pe care $\chi_2(\vec{k})$ o satisface prin definiție,

$$(i\hat{K} + m)\chi_2(\vec{K}) = 0,$$

unde K este impulsul de univers $(\vec{K}, i\sqrt{K^2 + m^2})$, mai există și relația

$$(i\hat{h} + m)\,\chi_1 = 0,$$

unde h este impulsul de univers $(0, im)$ al unei particule libere în repaus. Relația precedentă se verifică ușor ținînd seama că spinorul χ_1 are com-

ponentele (1,0,0,0) sau (0, 1, 0, 0). În aceste condiții se demonstrează că [4]

$$\sum_{\sigma_1\sigma_2} |M|^2 = \frac{1}{4\,h_0 K_0} \operatorname{Sp}\,[Q\,(i\hat{h} - m)\,\overline{Q}\,(i\hat{K} - m)\,], \tag{29}$$

unde semnul Sp indică luarea urmei matricii din paranteză, iar $\overline{Q}$ este definit ca $\overline{Q} = \gamma_4 Q^+ \gamma_4$. În cazul de față

$$\overline{Q} = \frac{N_1^* N_2}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^4}\,\gamma_4 (i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}, \tag{30}$$

unde $\hat{a}^+ = a_\mu^* \gamma_\mu = \vec{a}\vec{\gamma} - i a_0 \gamma_4$. Așa dar,

$$\sum_{\sigma_1\sigma_2} |M|^2 = \frac{|N_1 N_2|^2}{E\,m}\,\frac{1}{(\vec{k} - \vec{\varkappa})^8} \cdot$$

$$\cdot\,\frac{1}{4} \operatorname{Sp}\,[\hat{s}\gamma_4 (i\hat{a} + b)\,(i\hat{h} - m)\,\gamma_4\,(i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}\,(i\hat{K} - m)\,] \tag{31}$$

Folosind egalitățile

$$(i\hat{h} - m)\,\gamma_4 = \gamma_4 (i\hat{h} - m)\,,$$

$$(i\hat{a} + b)\,\gamma_4 = (i\vec{a}\vec{\gamma} - \gamma_4 a_0 + b)\,\gamma_4 = \gamma_4 (-i\vec{a}\vec{\gamma} - \gamma_4 a_0 + b) = \gamma_4 (-i\hat{a}^+ + b)$$

se poate elimina matricea γ_4 de sub semnul Sp și scrie

$$\frac{1}{4} \operatorname{Sp}\,[\hat{s}\gamma_4 (i\hat{a} + b)(i\hat{h} - m)\,\gamma_4 (i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}\,(i\hat{K} - m)\,] =$$

$$-\frac{1}{4} \operatorname{Sp}\,[\hat{s}\,(i\hat{a}^+ - b)\,(i\hat{h} - m).\,(i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}\,(i\hat{K} - m)\,] = \tag{32}$$

$$-\frac{1}{4} \operatorname{Sp}[\,(i\hat{a}^+ - b)\,(i\hat{h} - m)\,(i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}\,(i\hat{K} - m)\,\hat{s}\,].$$

Cu

$$[\hat{s}\,(i\hat{K} - m)\,]\,\hat{s} = [\,-(i\hat{K} + m)\,\hat{s} + 2i\vec{s}\vec{K}\,]\,\hat{s}$$

și $\hat{s}\hat{s} = 1$ obținem

$$\frac{1}{4} \operatorname{Sp}\,[\hat{s}\gamma_4\,(i\hat{a} + b)\,(i\hat{h} - m)\,\gamma_4 (i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}\,(i\hat{K} - m)\,] = B + R \tag{33}$$

unde B și R sînt definiții ca

$$B = -2i\,(\vec{s}\vec{K})\,\frac{1}{4} \operatorname{Sp}\,[(i\hat{a}^+ - b)\,(i\hat{h} - m)\,(i\hat{a}^+ - b)\,\hat{s}\,], \tag{34}$$

$$R = \frac{1}{4} \operatorname{Sp}\,[(i\hat{a}^+ - b)\,(i\hat{h} - m)\,(i\hat{a}^+ - b)\,(i\hat{K} + m)\,]. \tag{35}$$

Se observă că numai termenul B depinde de vectorul de polarizare $\vec{s}$. Pentru evaluarea urmelor care apar în (28) și (29) există formule cunoscute [4]. Se obține astfel pentru B

$$B = -2i\,(\vec{s}\vec{K})\,[2i\,(a_\mu^* s_\mu)\,(bm - a_\mu^* h_\mu)\,] = 4m\,(\vec{s}\vec{K})\,(b - a_0)\,(\vec{a}\vec{s}) =$$

$$= 2\,(\vec{s}\vec{K})^2\,(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2\left[\frac{1}{(\vec{K}-\vec{\varkappa})^2} - \frac{1}{4m^2}\right]. \tag{36}$$

Pentru R calculul este ceva mai laborios. Aplicînd aceeași formulă pentru calculul urmelor se obține succesiv

$$R = -\,[2\,(bm - a_\mu^* h_\mu)\,(bm + a_\mu^* K_\mu) + (a_\mu^* a_\mu^* + b^2)\,(h_\mu K_\mu - m^2)] =$$

$$= -\,[-b^2 m(E - m) + 2bm\,(\vec{a}\vec{K} + a_0(E - m)) - 2a_0 m\,(\vec{a}\vec{K} + a_0 E) -$$

$$-\,(\vec{a}\vec{a} - a_0^2)\,m\,(E + m)] = -\,m\,[(E - m)\,(2ba_0 - b^2 - a_0^2) +$$

$$+ 2\vec{a}\vec{K}\,(b - a_0) - \vec{a}^2\,(E + m)] = m\,(E + m)\left[\vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{K}\,\frac{b - a_0}{E + m} + (b - a_0)^2\,\frac{E - m}{E + m}\right].$$

Deoarece, folosind (5), avem

$$\left(\frac{1}{E + m}\,\vec{K}\right)^2 = \frac{E - m}{E + m},$$

se observă că R poate fi exprimat cu ajutorul unui patrat perfect

$$R = m\,(E + m)\left(\vec{a} - \vec{K}\,\frac{b - a_0}{E + m}\right)^2. \tag{37}$$

Ținînd seama de definiția (26) a mărimilor $\vec{a}$, a_0, b se poate scrie

$$\vec{a} - \vec{K}\,\frac{b - a_0}{E + m} = \vec{K}\,\frac{2m\,(K^2 - 2m\varkappa) + \varkappa\,(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2}{4\,m^2 K^2} + \vec{\varkappa}\,\frac{-2m\varkappa + (\vec{K} - \vec{\varkappa})^2}{4m^2\varkappa}.$$

Folosind și relația (obținută prin combinarea (4) cu (5))

$$\varkappa^2 - K^2 = -2\,m\varkappa,$$

avem

$$\vec{a} - \vec{K}\,\frac{b - a_0}{E + m} = \frac{\vec{\varkappa}}{2m^2}\left[\vec{K}\,\frac{K^2 - \vec{K}\vec{\varkappa}}{K^2} + \vec{\varkappa}\,\frac{\varkappa^2 - \vec{K}\vec{\varkappa}}{\varkappa^2}\right]. \tag{38}$$

Introducînd (38) în (37) se obține, după calcule elementare,

$$R = m\,(E + m)\,\frac{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2\,[K^2\varkappa^2 - (\vec{K}\vec{\varkappa})^2]}{4\,m^4\,K^2}$$

sau

$$R = \frac{\varkappa^2 (E + m)}{4 m^3} (\vec{K} - \vec{\varkappa})^2 \left[1 - \frac{(\vec{K}\vec{\varkappa})^2}{K^2 \varkappa^2} \right]. \tag{39}$$

Să presupunem acum că vectorul $\vec{\varkappa}$ este orientat în sensul pozitiv al axei Oz, vectorul $\vec{s}$ în sensul pozitiv al axei Ox și că vectorul $\vec{K}$ este caracterizat, în acest sistem de axe, prin unghiurile polare θ și φ. Utilizînd (4) și (5) avem atunci

$$(\vec{K} - \vec{\varkappa})^2 = (\varkappa^2 + K^2)(1 - \beta \cos \theta) = 2E (E - m)(1 - \beta \cos \theta),$$

$$\vec{s}\vec{K} = K \sin \theta \cos \varphi \quad , \quad 1 - \frac{(\vec{K}\vec{\varkappa})^2}{K^2 \varkappa^2} = \sin^2 \theta.$$

Cu acestea avem

$$B = \frac{2 K^2}{2E (E - m)} (\vec{K} - \vec{\varkappa})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \left[\frac{1}{1 - \beta \cos \theta} - \frac{E (E - m)}{2 m^2} \right], \tag{40}$$

$$R = \frac{(E - m) K^2}{4 m^3} (\vec{K} - \vec{\varkappa})^2 \sin^2 \theta. \tag{41}$$

Exprimată cu ajutorul lui R și B, secțiunea eficace diferențială (3) se scrie

$$d\sigma_K = \frac{(2\pi)^2 \alpha}{\varkappa} \frac{|N_1 N_2|^2}{Em} \frac{1}{(\vec{K} - \vec{\varkappa})^8} (B + R)\, d\Omega. \tag{42}$$

Introducînd în (42) relațiile (40) și (41), ea devine

$$d\sigma_K = \frac{(2\pi)^2 \alpha}{E - m} \frac{|N_1 N_2|^2}{Em} \frac{2 K^2}{[2E(E - m)]^4 (1 - \beta \cos \theta)^3} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \left[\frac{1}{1 - \beta \cos \theta} - \frac{E(E-m)}{2m^2} \right] + \frac{(E-m)^2 E}{4m^3} \sin^2 \theta \right\} d\Omega. \tag{43}$$

Ținînd seama de expresiile (11) și (15) pentru $|N_1|^2$ și $|N_2|^2$, exprimînd E și K în funcție de β, conform (4), se obține formula lui Sauter pentru secțiunea diferențială. În sistemul de unități obișnuit, aceasta se scrie

$$d\sigma_k = \frac{4 \hbar^2}{m^2 c^2} Z^5 \alpha^6 \frac{\beta^3 (1 - \beta^2)^3}{(1 - \sqrt{1 - \beta^2})^5} \times \tag{44}$$

$$\times \left\{ \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{(1 - \beta \cos \theta)^4} - \frac{1}{2} \frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{(1 - \beta^2)} \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{(1 - \beta \cos \theta)^3} + \frac{1}{4} \frac{(1 - \sqrt{1 - \beta^2})^2}{(1 - \beta^2)^{3/2}} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^3} \right\} d\Omega.$$

Secțiunea eficace totală (corespunzătoare celor doi electroni $\mathfrak{K}$), se obține prin integrarea lui (44) peste unghiuri. Exprimată cu ajutorul mărimii $\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$ și a secțiunii Thomson φ_0, ea devine

$$\sigma_K = \frac{3}{2}\varphi_0 Z^5\alpha^4\left(\frac{mc^2}{h\nu}\right)^5(\gamma^2-1)^{\frac{3}{2}}\left[\frac{4}{3}+\frac{\gamma(\gamma-2)}{\gamma+1}\left(1-\frac{1}{2\gamma\sqrt{\gamma^2-1}}\log\frac{\gamma+\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma-\sqrt{\gamma^2-1}}\right)\right], \quad (45)$$

unde $h\nu$ este energia fotonului. În limita extrem relativistă ea se reduce la

$$\sigma_{ER} = \frac{3}{2}\varphi_0 Z^5\alpha^4\left(\frac{mc^2}{h\nu}\right). \quad (46)$$

3. Formula lui Sauter a efectului fotoelectric se obține lucrînd cu prima aproximație în αZ a spinorilor caracteristici inițial și final. S-ar putea trage de aici concluzia că această formulă reprezintă prima aproximație în αZ a secțiunii exacte a efectului. Printr-o particularitate a efectului fotoelectric această concluzie este eronată.

Într-adevăr, se vede că termenii corectivi de ordin αZ la spinorii caracteristici, în loc să dea o contribuție de ordin αZ la elementul de matrice M, dau și o contribuție de ordin zero (compară ultimii doi termeni din (24) cu primul)*). Deoarece, se poate arăta în mod analog că termenii corectivi de ordin $(\alpha Z)^2$ la spinori dau și o contribuție αZ la secțiunea eficace, rezultă inexactitatea concluziei.

Același lucru se poate vedea și din compararea formulei exacte pentru limita extrem relativistă obținută de Hall [7]**) cu aceea a lui Sauter (46) pentru aceeași limită. Formula lui Hall diferă de (46) prin prezența unui factor care depinde în mod complicat de αZ. Acest factor se reduce la 1 numai pentru $\alpha Z = 0$.

Formula lui Sauter reprezintă așadar aproximația de ordin zero în αZ a secțiunii eficace a efectului fotoelectric, pentru $\beta \approx 1$. Ca atare ea este aplicabilă numai elementelor celor mai ușoare pentru care αZ (și nu $\alpha^2 Z^2$) este neglijabil față de 1.

УСТАНОВЛЕНИЕ ФОРМУЛЫ ЗАУТЕРА ДЛЯ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА ПО МЕТОДУ ПРИБЛИЖЕНИЯ БОРНА

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

1. Показано, что формула Заутера в том виде, в котором она установлена для эффективного сечения фотоэлектрического эффекта, соответствует в сущности первому приближению Борна для спинора конечного состояния электрона. При учете с самого начала этого факта, построение формулы значительно облегчается, причем указанный метод можно также применить к определению поправочных членов.

*) Aceasta face ca aproximarea stării finale printr-o undă plană [6] (adică neglijarea lui M_2) să ducă la un rezultat complet fals.

**) Formula pentru $\tau_K = N_0\sigma_k$, la mijlocul p. 395.

2. В пространстве импульсов матричный элемент M эффекта записывается в виде [6]. При применении формул [10] и [14] к спинорам начального и конечного состояния M принимает после интегрирования вид [25] и [28]. Суммирование по возможным ориентациям спина в начальном и конечном состоянии сводится к применению известных формул. Таким образом получается желаемый результат [44].

3. Несмотря на то, что формула Заутера получена со спинорами, взятыми в первом приближении αZ, благодаря особенностям фотоэлектрического эффекта она представляет лишь нулевой член αZ, точного эффективного сечения.

DERIVATION OF SAUTER'S FORMULA FOR THE PHOTOELECTRIC EFFECT BY MEANS OF BORN'S APPROXIMATION METHOD

(ABSTRACT)

1. Sauter's formula for the photoelectric effect scattering cross-section actually corresponds to retaining the first Born approximation for the final electronic state spinor. As shown, the direct use of Born's approximation method not only greatly simplifies the deduction of the formula, but also provides a method for treating the higher order corrections.

2. The matrix element M of the process is given in momentum space by (6). By means of (10) and (14), for the initial and final state spinors, the integration of M yields (25) and (28). The sum over the spin directions is reduced to the use of standard formulae. Thus one finally obtains the looked for result (44).

3. Owing to a peculiarity of the photoelectric effect, Sauter's formula, though estimated by means of spinors, correct to the second order in αZ, represents only the zeroth order approximation to the exact scattering cross-section.

BIBLIOGRAFIE

1. H. Bethe u. F. Salpeter, *Handbuch der Physik*. Berlin, 1957, vol. XXXV, partea I, secţiunea 69.
2. F. Sauter, Ann. d. Phys., 1931, t. 9, p . 217; t. 11, p. 454.
3. A. Sommerfeld, Atombau u. Spektrallinien, vol. II, Braunschweig, 1939.
4. A. Ahiezer i V. Berestet¸ki, *Kvantovaia electrodinamica*. Moscova, 1953, § 28. 2.
5. A. Rubinowitz, Phys.. Rev. 1948 t. 73, p. 1330.
6. H. Hall a. J. Oppenheimer, Phys. Rev., 1931, t. 38, p. 57.
7. H. Hall, Rev. Mod. Phys., 1936, t. 8, p. 358.

FRECVENȚELE PROPRII ALE NUCLEULUI COMPRESIBIL ÎNTR-UN MODEL STATISTIC NESTATIC *)

DE

I. BRĂNDUȘ și A. SĂNDULESCU

1. INTRODUCERE

Într-o serie de lucrări [1] [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8] a fost elaborată teoria statistică a nucleului în stare fundamentală. În această stare, energia totală a nucleului se compune din energia cinetică de zero (Fermi) și energia potențială de interacție a nucleonilor. În nucleu este realizată o densitate ρ_0 a distribuției nucleonilor, în așa fel încît energia sa totală să fie minimă.

Presupunînd că între nucleoni se exercită forțe de schimb de tip Majorana și că partea de interacție care depinde numai de distanța dintre ei este aceeași, indiferent de felul nucleonilor, P. G o m b á s [9] a calculat energia nucleului, folosind pentru ultima parte amintită a interacției o interacție de tip Yukawa,

$$J(r) = \gamma \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} e^{-\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{r_0}}, \tag{1}$$

în care γ este o constantă cu dimensiuni de energie, iar $r_0 = 1{,}355.10^{-13}$ cm este o lungime, egală cu lungimea de undă Compton a mezonului π.

Lăsînd la o parte corecțiile și interacția electrostatică a protonilor, energia totală, găsită de G o m b á s, se scrie

$$H_0 = \int \mathcal{H}_0 \, d\tau = \varkappa_k \int \left(\rho_n^{\frac{5}{3}} + \rho_p^{\frac{5}{3}} \right) d\tau -$$

$$- \frac{\gamma}{r_0^4} \int \left[4f(\omega_n, \omega_p) + f(\omega_n, \omega_n) + f(\omega_p, \omega_p) \right] d\tau, \tag{2}$$

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 22 iunie 1957.

în care

$$E_k = \varkappa_k \int \left(\rho_n^{\frac{5}{3}} + \rho_p^{\frac{5}{3}} \right) d\tau \tag{3}$$

este energia cinetică de zero, iar

$$E_A = -\frac{\gamma}{r_0^4} \int [4f(\omega_n, \omega_p) + f(\omega_n, \omega_n) + f(\omega_p, \omega_p)]\, d\tau \tag{4}$$

este energia de schimb a nucleonilor.

S-au folosit notațiile

$$\omega_n = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} r_0 \rho_n^{\frac{1}{3}}, \qquad \omega_p = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} r_0 \rho_p^{\frac{1}{3}}, \tag{5}$$

unde ρ_n și ρ_p sînt densitatea de neutroni, respectiv de protoni,

$$\varkappa_k = \frac{3}{40} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m}, \tag{6}$$

unde h este constanta lui Planck iar m masa medie a unui nucleon, și

$$\begin{aligned} f(\omega_n, \omega_p) = \frac{1}{24\pi^3} \Big\{ & 3(\omega_n^3 \omega_p + \omega_n \omega_p^3) - \omega_n \omega_p + \\ & + \frac{1}{4} \Big[1 + 6(\omega_n^2 + \omega_p^2) - 3(\omega_n^2 - \omega_p^2) \Big] \cdot \Big\{ \ln [1 + (\omega_n + \omega_p)^2] - \\ & - \ln [1 + (\omega_n - \omega_p)^2] \Big\} - 4(\omega_n^3 + \omega_p^3) . \operatorname{arc\,tg} (\omega_n + \omega_p) + \\ & + 4(\omega_n^3 - \omega_p^3) \operatorname{arc\,tg} (\omega_n - \omega_p) \Big\} . \end{aligned} \tag{7}$$

În lucrarea de față, care constituie o extindere a aplicării teoriei statistice la nucleu, ne propunem ca, în mod analog cu tratarea făcută de F. Bloch [10] și H. Jensen [11] în cazul atomului, să găsim frecvențele proprii ale nucleului.

În nucleu apar oscilații proprii atunci cînd, pe lîngă energia stării fundamentale, nucleul posedă o energie suplimentară, energia de excitare. Ca și Bloch, presupunem că tot surplusul de energie față de starea fundamentală se manifestă prin existența în nucleu a unei mișcări ordonate, care poate fi tratată prin metode hidrodinamice. Admiterea acestui singur tip de mișcare în plus față de mișcările de zero elimină mișcările dezordonate (termice) din nucleu și, în acest fel, temperatura nucleului rămîne tot zero absolut, așa cum este ipoteza de bază a modelului statistic, care, cel puțin din acest punct de vedere, este aplicabil aici.

Vom lua în considerare surplusul de energie adăugînd la expresia energiei stării fundamentale un termen care reprezintă energia cinetică ordonată a nucleonilor, de forma

$$\frac{1}{2} m \int (\rho_n + \rho_p)\, v^2\, d\tau, \tag{8}$$

unde $\vec{v}$ este viteza ordonată a nucleonilor. Acest adaos face din modelul statistic un model nestatic (hidrodinamic) al nucleului.

Presupunînd mișcarea fluidului nuclear irotațională, viteza nucleonilor $\vec{v}_n = \vec{v}_p = \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ se poate deduce dintr-un potențial de viteze w, adică putem pune

$$\vec{v} = \nabla w. \tag{9}$$

Cu acestea, pentru energia totală a nucleului avem expresia

$$H = \frac{1}{2} m \int (\rho_n + \rho_p) (\nabla w)^2 \, d\tau + H_0 = \int \mathcal{H}(\rho_n, \rho_p, w) d\tau. \tag{10}$$

Stările excitate fiind stări metastabile, înseamnă că în nucleul excitat se efectuează mici oscilații. Presupunem că acestea sînt oscilații ale densității numărului de nucleoni, pe care le vom studia ca perturbații mici ale densității ρ_0, datorite prezenței energiei de excitare. Frecvențele proprii ale acestor oscilații înmulțite cu $\hbar$ vor da energiile nivelelor excitate ale nucleelor.

2. ECUAȚIILE HIDRODINAMICE ALE FLUIDULUI NUCLEAR

În modelul statistic nestatic, comportarea fluidului nuclear este cuprinsă în ecuațiile pe care le satisfac potențialul de viteze w și densitatea ρ a fluidului. Aceste ecuații se deduc, conform cu B l o c h, din principiul minimei acțiuni,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L \, dt = 0, \tag{11}$$

unde L are expresia

$$L = m \int (\rho_n + \rho_p) \frac{\partial w}{\partial t} \, d\tau - \int \mathcal{H}(\rho_n, \rho_p, w) \, d\tau. \tag{12}$$

Presupunem că, oriunde în nucleu, se păstrează aceeași proporție între numărul de neutroni și protoni, adică putem scrie

$$\rho_p = \frac{Z}{A} \rho = c_p \rho, \quad \rho_n = \frac{A - Z}{A} \rho = c_n \rho, \tag{13}$$

$$\rho_n + \rho_p = \rho,$$

unde A este numărul total de nucleoni din nucleu, Z numărul de protoni și $A-Z$ numărul de neutroni.

Cu această ipoteză, H și L se scriu

$$H = \frac{1}{2} m \int \rho (\nabla w)^2 d\tau + X_k \int \rho^{\frac{5}{3}} d\tau - \frac{\gamma}{r_0^4} \int [4 f_{np}(\rho) + \\ + f_{nn}(\rho) + f_{pp}(\rho)] d\tau = \int \mathcal{H}(\rho, w) d\tau, \tag{14}$$

$$L = m \int \rho \frac{\partial w}{\partial t} d\tau - \int \mathcal{H}(\rho, w) d\tau, \tag{15}$$

în care am notat cu

$$X_k = \varkappa_k (c_p^{\frac{5}{3}} + c_n^{\frac{5}{3}}), \tag{16}$$

$$f_{np}(\rho) = [f(\omega_n, \omega_p)]_{\substack{\omega_n = (3\pi^2 c_n)^{\frac{1}{3}} r_0 \rho^{\frac{1}{3}} \\ \omega_p = (3\pi^2 c_p)^{\frac{1}{3}} r_0 \rho^{\frac{1}{3}}}} \tag{17}$$

Făcînd acum variația lui ρ și w independent și cu condiția ca la t_1 și t_2 să aibă variații nule, se obțin ecuațiile

$$m \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1}{2} m (\nabla w)^2 + \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho}, \tag{18}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla (\rho \nabla w). \tag{19}$$

Ecuația (18) este ecuația de mișcare a fluidului nuclear, iar ecuația (19), cea de continuitate.

Dacă calculăm gradientul în ambii membrii ai ecuației (18), obținem ecuația de mișcare în forma cunoscută din hidrodinamică

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = - \nabla \left[\frac{1}{m} \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho} \right], \tag{20}$$

ecuația din hidrodinamică fiind

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = - \frac{1}{m\rho} \nabla p, \tag{20'}$$

în care p este presiunea fluidului.

Din ecuațiile (20) și (20'), prin identificarea membrilor din dreapta, se obține presiunea fluidului nuclear. Trebuie ca

$$\frac{1}{m\rho} \nabla p = \nabla \left[\frac{1}{m} \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho} \right]. \tag{21}$$

De aici,

$$\nabla p = \rho \nabla \left[\frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho}\right] = \nabla \left[\rho \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho}\right] - \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho} \nabla \rho =$$
$$= \nabla \left[\rho \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho}\right] - \nabla \mathcal{H}_0(\rho) = \nabla \left[\rho \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho} - \mathcal{H}_0(\rho)\right]. \tag{22}$$

Prin urmare

$$p = p(\rho) = \rho \frac{d\mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho} - \mathcal{H}_0(\rho). \tag{23}$$

În acest fel, ecuația de mișcare a fluidului nuclear ne furnizează și presiunea acestuia.

3. OSCILAȚIILE PROPRII LIBERE ALE NUCLEULUI

Așa cum am spus mai înainte, considerăm oscilațiile densității drept perturbații mici ale densității ρ_0. Pentru aceasta, considerăm w suficient de mic și presupunem că densitatea nucleonilor se exprimă în modul următor:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1. \tag{24}$$

Am notat prin ρ_1 perturbația densității; ea este de ordinul de mărime al lui w și este mică în comparație cu ρ_0.

Dezvoltăm integrandul $\mathcal{H}(\rho, w)$ din H în serie după ρ_1 și ordonăm după ordinul termenilor. Dacă ne limităm la termeni de ordinul al doilea, obținem pentru $\mathcal{H}(\rho)$ următoarea expresie:

$$\mathcal{H}(\rho) = \mathcal{H}(\rho_0 + \rho_1) = \frac{1}{2} m (\rho_0 + \rho_1)(\nabla w)^2 + \mathcal{H}_0(\rho_0 + \rho_1) =$$
$$= (\mathcal{H}_0)_{\rho_1 = 0} + \rho_1 \left(\frac{d\mathcal{H}_0}{d\rho_1}\right)_{\rho_1 = 0} + \frac{1}{2} m \rho_0 (\nabla w)^2 + \frac{\rho_1^2}{2} \left(\frac{d^2\mathcal{H}_0}{d\rho_1^2}\right)_{\rho_1 = 0}. \tag{25}$$

Observăm că

$$(\mathcal{H}_0)_{\rho_1 = 0} = \mathcal{H}_0(\rho_0), \left(\frac{d\mathcal{H}_0}{d\rho_1}\right)_{\rho_1 = 0} = \frac{d\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0}, \left(\frac{d^2\mathcal{H}_0}{d\rho_1^2}\right)_{\rho_1 = 0} = \frac{d^2\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0^2} \tag{26}$$

și putem scrie, în locul lui (25),

$$\mathcal{H}(\rho_0 + \rho_1) = \mathcal{H}_0(\rho_0) + \frac{d\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0} \rho_1 + \frac{1}{2} m \rho_0 (\nabla w)^2 + \frac{d^2\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0^2} \frac{\rho_1^2}{2}. \tag{27}$$

În starea fundamentală, adică în lipsa perturbației ($w = 0$), nucleul se găsește în starea de echilibru cu repartiția densității ρ_0 așa fel ca energia să fie minimă.

Aceasta înseamnă că variația întîia a energiei față de ρ_0 este nulă, adică

$$\delta H_0 = 0, \tag{28}$$

$$0 = \delta \int \mathcal{H}_0(\rho_0)\, d\tau = \int \frac{d\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0}\, \delta\rho_0\, d\tau, \tag{29}$$

ceea ce ne dă

$$\frac{d\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0} = 0. \tag{30}$$

Ecuația (30) arată că în dezvoltarea lui $\mathcal{H}(\rho_0 + \rho_1)$ în serie după ρ_1 nu sînt termeni de ordinul întîi. Din această ecuație se determină densitatea de echilibru static ρ_0.

Ecuațiile pe care le satisfac ρ_1 și w le deducem tot din principiul minimei acțiuni, care acum are forma

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L'\, dt = 0, \tag{31}$$

unde s-a notat prin L' expresia

$$L' = \int \left[m\rho_1 \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{1}{2} m\rho_0 (\nabla w)^2 - \frac{1}{2}\rho_1^2 \frac{d^2\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0^2} \right] d\tau. \tag{32}$$

Variind în (31) pe ρ_1 și w independent, se obțin ecuațiile căutate

$$m\frac{\partial w}{\partial t} = G(\rho_0)\,\rho_1, \tag{33}$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = \nabla(\rho_0 \nabla w), \tag{34}$$

unde am notat

$$G(\rho_0) = \frac{d^2\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0^2}. \tag{35}$$

Ecuația pe care o satisface ρ_1 se obține prin eliminarea lui w din ecuațiile (33) și (34). În acest scop, derivăm față de timp ecuația (34), presupunînd că $\rho_0 = \rho_0(r)$,

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = \nabla\left(\rho_0 \nabla \frac{\partial w}{\partial t}\right) \tag{36}$$

și introducem pentru $\frac{\partial w}{\partial t}$ valoarea sa din (33). Obținem

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} \rho_0 G(\rho_0)\Delta\rho_1 + [2\rho_0 \nabla G(\rho_0) + G(\rho_0)\nabla\rho_0]\nabla\rho_1 + \{\nabla[\rho_0 G(\rho_0)]\}\rho_1, \tag{37}$$

sau

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} = g(r)\,\Delta\rho_1 + h(r)\frac{\partial\rho_1}{\partial r} + q(r)\,\rho_1, \tag{38}$$

unde am notat

$$g(r) = \rho_0 G(\rho_0), \qquad h(r) = \frac{d\rho_0}{dr}\left[2\rho_0 \frac{dG(\rho_0)}{d\rho_0} + G(\rho_0)\right], \tag{39}$$

$$q(r) = \nabla[\rho_0 \nabla G(\rho_0)].$$

Separăm variabilele în ecuația (38), căutînd soluții dependente monocromatic de timp :

$$\rho_1(r, \theta, \varphi, t) = \psi(r, \theta, \varphi) \sin\omega t, \tag{40}$$

$\psi(r, \theta, \varphi)$ și ω fiind încă necunoscute.
Introducînd (40) în (38), obținem

$$g(r)\Delta\psi + h(r)\frac{\partial\psi}{dr} + [q(r) + m\omega^2]\psi = 0. \tag{41}$$

Introducînd în (39) o funcție $\rho_0(r)$ dată*) și astfel cu funcțiile $g(r)$, $h(r)$ și $q(r)$ cunoscute, rezolvînd ecuația (41), se găsesc soluțiile $\psi(r, \theta, \varphi)$ ale acestei ecuații. Se vede însă din (39), (35), (2) și (7) că funcțiile $g(r)$, $h(r)$ și $q(r)$ sînt deosebit de complicate, ceea ce face imposibil de rezolvat analitic ecuația (41). Problema se simplifică apreciabil dacă studiem cazul cînd distribuția densității fluidului nuclear neperturbat este constantă ($\rho_0 = \text{const.}$)

În acest caz $h(r) = 0$, $q(r) = 0$ și ecuația (41) se reduce la

$$\Delta\psi + k^2\psi = 0, \tag{42}$$

unde am notat

$$k^2 = \frac{\omega^2}{\varkappa^2}, \tag{43}$$

$$\varkappa^2 = \frac{\rho_0}{m} G(\rho_0) = \frac{\rho_0}{m} \frac{d^2\mathcal{H}_0(\rho_0)}{d\rho_0^2}; \tag{44}$$

Soluțiile finite pentru $r = 0$ ale ecuației (42) sînt de forma

$$\psi_l(r, \theta, \varphi) = \frac{J_{l+\frac{1}{2}}(kr)}{\sqrt{kr}} Y_{lm}(\theta, \varphi), \tag{45}$$

în care $J_{l+\frac{1}{2}}(kr)$ este funcția Bessel cu indice $l + \frac{1}{2}$, iar $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ este funcția sferică de ordinul l.

---

*) De exemplu, se poate lua valoarea determinată de Gombás [9] prin metoda variațională a lui Ritz,

$$\rho_0(r) = \rho(0)\, e^{-a^2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2}$$

Cu $\rho(0) = \dfrac{c^3}{12\pi^2 r_0^3}$, $a = \dfrac{2^{\frac{1}{3}}}{2(\rho\pi)^{\frac{1}{6}}} \dfrac{c}{A^{\frac{1}{3}}}$, unde c este un parametru tabelat de Gombás.

Prin urmare, pentru un l dat, ρ_1 este dat de expresia

$$\rho_1^{(l)}(r,\theta,\varphi,t) = \frac{J_{l+\frac{1}{2}}(kr)}{\sqrt{r}} Y_{lm}(\theta,\varphi)\sin\omega t. \tag{46}$$

Frecvențele proprii ω le determinăm din condiția la limită a problemei. De acest lucru ne vom ocupa în cele ce urmează.

4. FRECVENȚELE PROPRII ALE NUCLEULUI

Pe suprafața nucleului trebuie să fie îndeplinită formula lui Laplace

$$p = \alpha\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{47}$$

în care p este presiunea în interiorul nucleului, α tensiunea superficială a fluidului nuclear, iar R_1 și R_2 sînt razele principale de curbură ale suprafeței nucleului.

Micile oscilații ale densității nucleului provoacă abateri mici ale suprafeței sale dela forma sferică. O suprafață apropiată de cea sferică este descrisă de ecuația

$$r = R + \zeta(\theta,\varphi), \tag{48}$$

în care R este raza sferei de echilibru, iar ζ este abaterea de la forma sferică, mică în comparație cu R.

Ecuația (47) trebuie considerată la $r = R + \zeta$. Ne vom limita la termeni de ordinul întîi.

Pentru $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ se găsește [12] următoarea expresie în funcție de ζ și de R, exprimată în termeni pînă la ordinul întîi:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{2}{R} - \frac{2\zeta}{R^2} - \frac{1}{R^2}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\varphi^2}\right] =$$

$$= \frac{2}{R} - \frac{2\zeta}{R^2} - \frac{1}{R^2}\Delta_{\theta,\varphi}\zeta, \tag{49}$$

în care

$$\Delta_{\theta,\varphi} = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}. \tag{50}$$

Introducînd (49) în (47), condiția la limită ia forma

$$[p(\rho)]_{r=R+\zeta} = \alpha\left(\frac{2}{R} - \frac{2\zeta}{R^2} - \frac{1}{R^2}\Delta_{\theta,\varphi}\zeta\right), \tag{51}$$

unde membrul drept este luat la $r = R + \zeta$

Derivăm (51) față de timp și, observînd că putem pune

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = v_r = \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)_{r=R}, \tag{52}$$

unde v_r este componenta radială a vitezei fluidului nuclear, obținem

$$\left[\frac{\partial p(\rho)}{\partial t}\right]_{r=R+\zeta} = -\frac{\alpha}{R^2}(2 + \Delta_{\theta,\varphi})\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)_{r=R} \tag{53}$$

Observăm că

$$\frac{\partial p(\rho)}{\partial t} = \frac{dp(\rho)}{d\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t}, \tag{54}$$

care, conform cu (23), devine

$$\frac{\partial p(\rho)}{\partial t} = \rho \frac{d^2 \mathcal{H}_0(\rho)}{d\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho G(\rho)\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{55}$$

(utilizînd notația din (35)).

În locul formulei (53) avem

$$\left[\rho G(\rho)\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]_{r=R+\zeta} = -\frac{\alpha}{R^2}(2 + \Delta_{\theta,\varphi}\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)_{r=R}. \tag{56}$$

Pînă acum însă, în această relație intervine densitatea fără nici o ipoteză asupra ei, or noi am presupus că $\rho = \rho_0 + \rho_1$. Trebuie să introducem această formă a lui ρ în (56). În acest scop, dezvoltăm pe $G(\rho)$ în serie după, ρ_1:

$$G(\rho) = G(\rho_0 + \rho_1) = G(\rho_0) + \frac{dG(\rho_0)}{d\rho_0}. \tag{57}$$

Limitîndu-ne la termeni de ordinul întîi, avem

$$\left[\rho G(\rho)\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]_{r=R+\zeta} = \rho_0 G(\rho_1)\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t}\right)_{r=R+\zeta} \tag{58}$$

și, dezvoltînd pe $\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t}\right)_{r=R+\zeta}$ în serie după ζ, obținem (tot în termeni de ordinul întîi)

$$\left[\rho G(\rho)\frac{\partial \rho}{\partial t}\right]_{r=R+\zeta} = \rho_0 G(\rho_0)\left(\frac{\partial \rho_1}{\partial t}\right)_{r=R}. \tag{59}$$

Cu aceasta, locul relației (53) îl ia relația

$$\left[\rho_0 G(\rho_0)\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\alpha}{R^2}(2 + \Delta_{\theta\varphi})\frac{\partial w}{\partial r}\right]_{r=R} = 0. \tag{60}$$

Derivînd o dată în raport cu timpul relația (60), obținem

$$\left[\rho_0 G(\rho_0)\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{R^2}(2 + \Delta_{\theta\varphi})\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)\right]_{r=R} = 0. \tag{61}$$

Introducînd în locul lui $\frac{\partial w}{\partial t}$ expresia sa din ecuația de mișcare (33), ecuația (61) devine

$$\left[\rho_0 G(\rho_0)\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{R^2}(2 + \Delta_{\theta,\varphi})\frac{G(\rho_0)}{m}\frac{\partial \rho_1}{\partial r}\right]_{r=R} = 0. \tag{62}$$

Conform relației (40)

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} = -\omega^2 \rho_1. \tag{63}$$

Ținînd seama că, dacă $J_p(z)$ este o funcție Bessel există relațiile

$$\frac{dJ_p(z)}{dz} = -J_{p+1}(z) + p\frac{J_p(z)}{z}, \tag{64}$$

$$J_{p-1}(z) = 2p\frac{J_p(z)}{z} - J_{p-1}(z), \tag{65}$$

obținem

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = Y_{lm}(\theta, \varphi)\sin \omega t \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{J_{l+\frac{1}{2}}(kr)}{\sqrt{r}}\right) = \tag{66}$$

$$= Y_{lm}(\theta, \varphi)\sin \omega t \cdot \frac{1}{\sqrt{r^3}}\left[kr\, J_{l-\frac{1}{2}}(kr) - (l+1)\, J_{l+\frac{1}{2}}(kr)\right].$$

În sfîrșit, cum

$$\Delta_{\theta,\varphi} Y_{lm}(\theta, \varphi) = -l(l+1)\, Y_{lm}(\theta, \varphi), \tag{67}$$

obținem condiția la limită în forma ei finală,

$$\{m\rho_0 \varkappa^2 R X^2 - \alpha(l+1)[2 - l(l+1)]\}\, J_{l+\frac{1}{2}}(X) + \\ + \alpha[2 - l(l+1)]\, X\, J_{l-\frac{1}{2}}(X) = 0, \tag{68}$$

unde am pus

$$X = kR = \frac{\omega}{\varkappa} R. \tag{69}$$

Soluțiile X ale ecuației (68) ne vor da frecvențele proprii ω după formula :

$$\omega = \frac{\varkappa}{R} X = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{\rho_0}{m}\frac{d^2 \mathcal{K}_0(\rho_0)}{d\rho_0^2}}\, X. \tag{70}$$

Exprimînd funcțiile Bessel prin funcții trigonometrice, ecuațiile respective pentru $l = 0, 1, 2$ sînt

$$\operatorname{tg} X = \frac{2\alpha X}{2\alpha - m\rho_0 \varkappa^2 R X^2}, \qquad l = 0, \tag{71}$$

$$\operatorname{tg} X = X \quad , \qquad l = 1, \tag{72}$$

$$\operatorname{tg} X = \frac{(3m\rho_0 \varkappa^2 R - 4\alpha) X^3 + 60\alpha X}{36\alpha + (3m\rho_0 \varkappa^2 R - 16\alpha) X^2 - m\rho_0 \varkappa^2 R X^4}, \; l = 2. \tag{73}$$

Evaluările le facem introducînd ipoteza simplificatoare că $Z = A - Z = A/2$, adică $c_n = c_p = 1/2$ și $f(\omega_n, \omega_p) = f(\omega_n, \omega_n) = f(\omega_p, \omega_p)$. Pe baza acestei ipoteze, utilizăm valoarea lui $\omega_n = \omega_p = 2{,}39$ sau $\rho_0 = 0{,}922\, r_0^{-3}$, determinată de G o m b á s (expresia care dă minimul energiei la G o m b á s coincide cu ecuația (30) pentru determinarea lui ρ_0 din lucrarea noastră, făcînd ipoteza de mai sus). Raza nucleului, care rezultă pe baza acestei valori a lui ρ_0 este $R = 0{,}637\, A^{\frac{1}{3}} r_0$. Pentru A am luat valoarea 216, ceea ce corespunde izobarilor ^{86}Em, ^{85}At și ^{84}Po. Cu aceste valori, ordinul de mărime pentru $\frac{\omega}{X}$ este $\sim 10^{22}$ s^{-1}. Acestor frecvențe le corespund energiile $E = \hbar\omega_l = 6{,}6\, X_l$ MeV. Se vede de aici că pentru soluții ale ecuației (68) de ordinul unității, sau mai mici (astfel de soluții există efectiv; de exemplu, pentru $l = 1$, soluțiile ecuației (68) sînt tabelate și primele două au valorile $X_1^{(1)} = 4{,}5$, $X_1^{(2)} = 7{,}7$) se obțin valori ale energiei care corespund calitativ cu datele experimentale.

În încheiere ținem să mulțumim acad. Ș. Ț i ț e i c a pentru sugerarea temei lucrării, precum și pentru prețiosul ajutor dat prin discuții și îndrumări.

СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ СЖИМАЕМОГО ЯДРА В НЕСТАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Определяются собственные частоты сжимаемого ядра при динамизации его статистической модели аналогично динамизации статистической модели атома, проделанной Блохом [10]. Для этого предполагается, что энергия возбуждения ядра не создает тепловых движений, а приводит к упорядоченному движению, к которому возможен гидродинамический подход. Результатом этого движения является возмущение массовой плотности возбужденного ядра. Из принципа минимального действия при помощи подходяще выбранной функции Лагранжа в предположении, что отношение числа нейтронов к числу протонов постоянно внутри ядра, получается уравнение для возмущающего плотность члена. Рассматривая монохроматические колебания этого члена, определяются их собственные частоты из граничного условия, согласно которому на поверхности ядра внутреннее давление ядровой жидкости должно быть уравновешено давлением, созданным поверхностным натяжением. Полученные результаты находятся в качественном согласии с экспериментальными данными.

PROPER FREQUENCIES OF THE COMPRESSIBLE NUCLEUS IN AN UNSTATIC STATISTICAL MODEL

(ABSTRACT)

Proper frequencies of the compressible nucleus are calculated by dynamising its statistical model, as was done by Bloch [10], in an analogous way, for the statistical model of the atom. To this purpose, it is assumed that the excitation energy of the nucleus does not give rise to thermic movements but leads to an ordered movement that can be treated in a hydrodynamical manner. The effect of this movement is the perturbation of the mass density of the excited nucleus. When the action integral, with an advisable Lagrangian — assuming the ratio of neutrons and protons to be constant in the nucleus — is a minimum, one obtains the equation for the density perturbation term. In search of the monochromatic oscillations, one determines their proper frequencies from the boundary condition at the nucleus surface of the equilibrium between the inner pressure of the nuclear fluid and the one created by the surface tension. The results are qualitatively agreeing with the experimental data.

BIBLIOGRAFIE

1. E. Majorana, Zeits. f. Phys., (1933), t. 82, p. 137.
2. W. Heisenberg, *Rapport du VII*ième *Congrès Solvay*. Paris, 1934.
3. C. F. v. Weizsacker, Zeits. f. Phys., (1935), t. 96, p. 431.
4. — Zeits. f. Phys., (1935), t. 95, p. 431.
5. G. C. Wick, Nuovo Cimento, (1934), nr. 4; Rend. Accad. Lincei, (1934), t. 19, p. 319 (1935), t. 21, p. 170.
6. K. Nakabayasi, Zeits. f. Phys., (1935), t. 97, p. 211.
7. S. Flügge, Zeits.f. Phys., (1935), t. 96, p. 459.
8. F. S., Wang, Zeits. f. Phys., (1936), t. 100, p. 736.
9. P. Gombás, Acta Physica Hungarica, (1952), t. 1, nr. 4.
10. F. Bloch, Zeits. f. Phys., 1933, t. 81, p. 363.
11. H. Jensen, Zeits. f. Phys., (1937), t. 106, p. 620.
12. L. D. Landau i E. M. Lifșiț, *Mehanika sploșnih sred*. M.—L., 1953.

STUDIUL PROPRIETĂȚILOR MAGNETICE ALE UNOR ALIAJE Cu-Ni-Fe *)

DE

D. BALLY și AL. GLODEANU

1. INTRODUCERE

Studiul transformărilor de structură cristalină, ce se produc în cursul tratamentului termic în aliajele sistemului Cu-Ni-Fe, a condus la observarea apariției, în unele cazuri, a unei structuri tranzitorii [1], [2], [3], [4], [5]. Modelele propuse pentru explicarea mecanismului de formare a acestei structuri au îngăduit evaluarea dimensiunii centrelor cu structură intermediară din măsurătorile făcute pe imaginile de difracție a razelor X, în ipoteza că ele au o structură lamelară. Observațiile făcute la microscopul electronic au confirmat de altfel această presupunere [6].

Formarea centrelor cristaline cu structură intermediară și creșterea lor, în cadrul rețelei inițiale, conduc în mod evident la deformarea acesteia. Dat fiind că aliajele studiate capătă în cursul tratamentului termic proprietăți magnetice foarte bune, adică valori mari pentru forța coercitivă și remanență, este firesc a se căuta o corelație între transformările de structură ce se produc în acest caz și modificarea proprietăților magnetice.

Un fenomen analog s-a observat și în cazul unor aliaje aparținînd sistemului Cu-Ni-Co [7]. Studiul acestor aliaje a sugerat ipoteza că transformările de structură cristalină influențează în mod esențial proprietățile magnetice, în particular valoarea forței coercitive și a remanenței, numai în perioada în care se păstrează coeziunea rețelei cristaline inițiale. Deformările acestor rezultate din apariția regiunilor cu structură intermediară, determină creșterea valorii atît a forței coercitive cît și a remanenței. Pierderea coerenței, de către rețeaua cristalină inițială, conduce la o scădere a valorilor ambelor mărimi fizice [8].

Măsurătorile făcute în cazul aliajelor Cu-Ni-Fe arată că, într-adevăr, perioada de tratament termic, în care forța coercitivă suferă o creștere apreciabilă, coincide cu acea în care centrele de deformare ale rețelei cristaline se formează și încep a crește [9], [10].

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 25 iunie 1957.

Obiectul lucrării de față îl constituie studiul variației forței coercitive, a remanenței și a punctului Curie cu timpul de tratament izotermic la unele aliaje Cu-Fe-Ni situate în diagrama de stare într-o regiune în care se cunosc transformările de structură ce se produc în cursul acestui tratament [5], [6].

2. TEHNICA DE LUCRU

A. *Pregătirea obiectelor și tratamentul termic.* Au fost alese pentru studiu patru aliaje din sistemul Cu-Ni-Fe, a căror compoziție, în procente atomice, este dată în tabloul nr. 1. Aliajele au fost obținute prin turnare în vid. În diagrama de stare (fig. 1), toate aliajele studiate se găsesc în

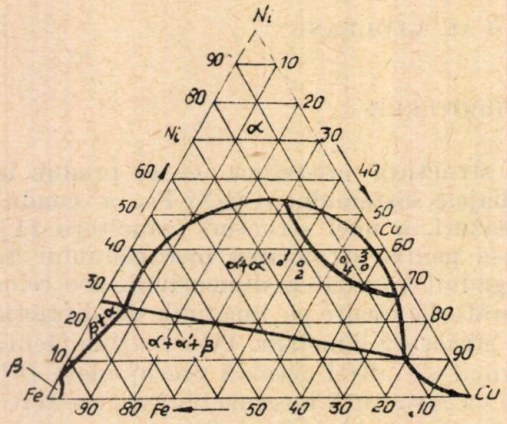


Fig. 1

Tabloul nr. 1

Aliaj	Compoziție în % atomice		
	Fe	Ni	Cu
1	27	38	35
2	22	38	40
3	8	37	55
4	13	37	50

regiunea în care, la temperaturi mai mici de 650°C, starea de echilibru este caracterizată de o structură bifazică, cub cu față centrată [11]. Două dintre aliaje se găsesc în interiorul zonei în care este evidentă structura metastabilă, celelalte două în afara acestei regiuni.

Probele folosite pentru măsurătorile magnetice au avut formă cilindrică, diametrul fiind cuprins între 4 și 6 mm, iar lungimea fiind de 60 mm.

Pentru omogenizare, probele au fost tratate timp de 350 ore la temperatura de 1 000°C și apoi au fost călite în apă. Studiul la raze X indică, în toate cazurile, prezența unei structuri cristaline monofazice, cub cu față centrată.

Aliajele studiate au fost supuse tratamentului izotermic la 550°C. După fiecare 20 ore de tratament, probele au fost călite în apă și s-a măsurat forța coercitivă, remanența și punctul Curie. Tratamentul izotermic s-a continuat timp de 800 ore.

Pentru evitarea oxidării atît în timpul omogenizării cît și în timpul tratamentului la 550°C, probele erau închise sub un vid de 10^{-2}—10^{-3} mm Hg în tuburi de cuarț. La răcire, tuburile erau sparte.

B. *Metoda de măsură.* Pentru măsurători s-a folosit o metodă balistică obișnuită. Cîmpul magnetizant H a fost obținut cu un solenoid cu 24 straturi, de 60 cm lungime și cu un spațiu util de 2,8 cm în diametru. Uniformitatea axială a cîmpului a fost de 2 % pe un interval de 7 cm. În cazul nostru, cîmpul magnetic, exprimat în oerstezi, este dat de relația

$$H = 192{,}74\, I,$$

unde I este intensitatea curentului exprimată în amperi. În mod obișnuit s-a lucrat cu un cîmp magnetic pînă la 1 500 Oe, care s-a dovedit a fi suficient pentru magnetizarea practic la saturație a aliajelor studiate. În toate cazurile studiate, s-au făcut măsurători și în cîmpuri magnetice pînă la 2 300 Oe. Pentru obținerea cîmpurilor mai mari de 1 600 Oe, a fost necesară asigurarea unei bune răciri a solenoidului. Aceasta s-a realizat prin scufundarea celor trei sectoare ale solenoidului într-o baie de ulei, între cele trei sectoare asigurîndu-se un circuit de apă.

În centrul bobinei magnetizante s-a fixat bobina balistică, care a avut 640 spire, bobinate într-un singur strat, sîrma de Cu avînd un diametru de 0,08 mm. Diametrul bobinei balistice a fost de 7 mm.

Pentru măsurători s-a folosit un galvanometru M21/2 etalonat în unități de flux magnetic 900 Mx/mm/1,5 m.

Probele de studiat au fost așezate într-un cilindru de Cu de diametru interior de 6 mm și diametru exterior de 6,6 mm și introduse astfel în solenoid. Măsurătorile de forță coercitivă și de remanență s-au făcut prin scoatere bruscă a probei din bobina balistică. Pentru măsurarea temperaturii Curie în interiorul bobinei magnetizante, s-a introdus un cuptor, cu ajutorul căruia temperatura în centrul solenoidului a putut fi variată pînă la 800°C. Cuptorul a fost realizat dintr-un tub de cuarț, pe care a fost bobinată bifilar sîrma de NiCr.Bobina balistică , folosită în aceste măsurători, a avut tot 640 spire, diametrul interior al acesteia fiind de 25 mm. Între cuptor și bobina balistică s-a realizat o circulație de apă pentru a evita încălzirea ei. Temperatura a fost măsurată cu un termocuplu cromel-alumel, care este indicat pentru măsurători de temperatură în intervalul de la 100 la 700°C.

3. REZULTATE OBȚINUTE

A. *Dependența de timpul de tratament izotermic al remanenței.* Rezultatele măsurătorii remanenței indică, în toate cazurile, o creștere a acesteí mărimi cu timpul de tratament izotermic, într-un interval de timp care ajunge pînă la 300 ore, în funcție de compoziția aliajului. Continuarea tratamentului termic nu mai aduce modificări esențiale în valoarea remanenței. În figura 2 sînt date curbele obținute experimental în măsurătorile remanenței în funcție de timpul de tratament izotermic. Se vede că dacă pentru aliajele situate în interiorul diagramei de stare caracterizată de existența stărilor metastabile, curbele sînt analoage, cel puțin în perioada de creștere apreciabilă a remanenței, în celelalte două cazuri curbele diferă destul de mult, deși compoziția lor este ase-

mănătoare. Într-adevăr, aliajele *1* şi *2* au acelaşi conţinut în Ni (38%), raportul conţinutului Fe/Cu fiind de 0,77 în primul caz şi 0,55 în cel de al doilea. O scădere cu 30% a acestui raport conduce la o creştere a remanenţei maxime de la 663 gauşi la 943 gauşi, reprezentînd o variaţie

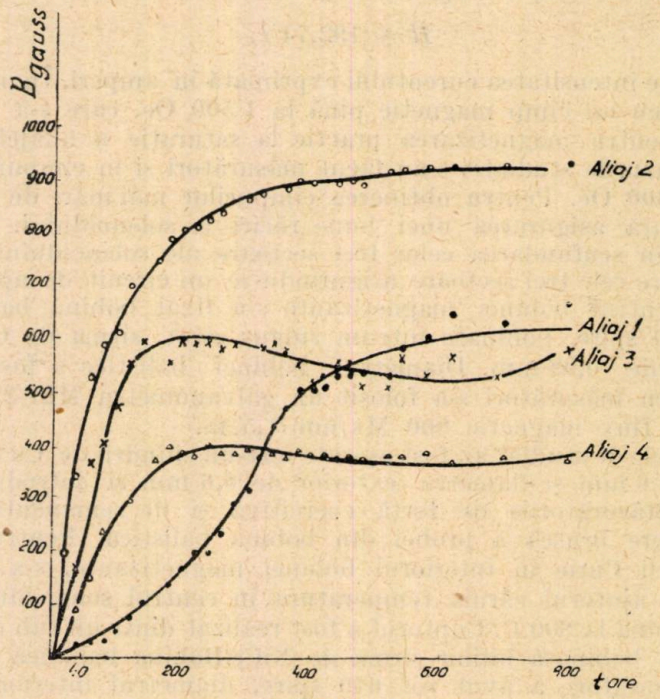


Fig. 2

de 42%. Influenţa conţinutului în Fe a aliajului asupra remanenţei maxime este cu atît mai remarcabilă cu cît raportul conţinutului FeNi/Cu este de 1,3 în primul caz, 1,2 în cel de al doilea, deci prezintă o variaţie practic neglijabilă (8%).

Modul de variaţie a remanenţei cu timpul de tratament, analog aliajelor *1* şi *2* indică totuşi că procesul acesta se produce mai repede în cazul aliajului *2* decît în cazul aliajului *1*. Este probabil că această comportare a curbei de variaţie a remanenţei să fie determinată de apropierea aliajului *2* de graniţa regiunilor stărilor metastabile şi deci de o mai mare durată de existenţă a reţelei cristaline iniţiale.

Curbele obţinute pentru aliajele *3* şi *4* prezintă o creştere pronunţată a remanenţei cu timpul de tratament, valoarea maximă de 590 gauşi la aliajul *3* şi 395 gauşi la aliajul *4* atingîndu-se după 200 ore respectiv 240 ore de tratament. Variaţia remanenţei cu timpul de tratament, în acest interval, este practic liniară. Continuarea tratamentului izotermic conduce în ambele cazuri la o scădere a remanenţei la 520 gauşi, în cazul aliajului *3*, şi la 360 gauşi la aliajul *4*. Raportul conţinu-

tului Fe/Cu, pentru același conținut de Ni, 37%, este de 0,15 în primul caz și de 0,26 în cel de al doilea. Și pentru aceste două aliaje scăderea conținutului relativ în fier conduce la o creștere a remanenței.

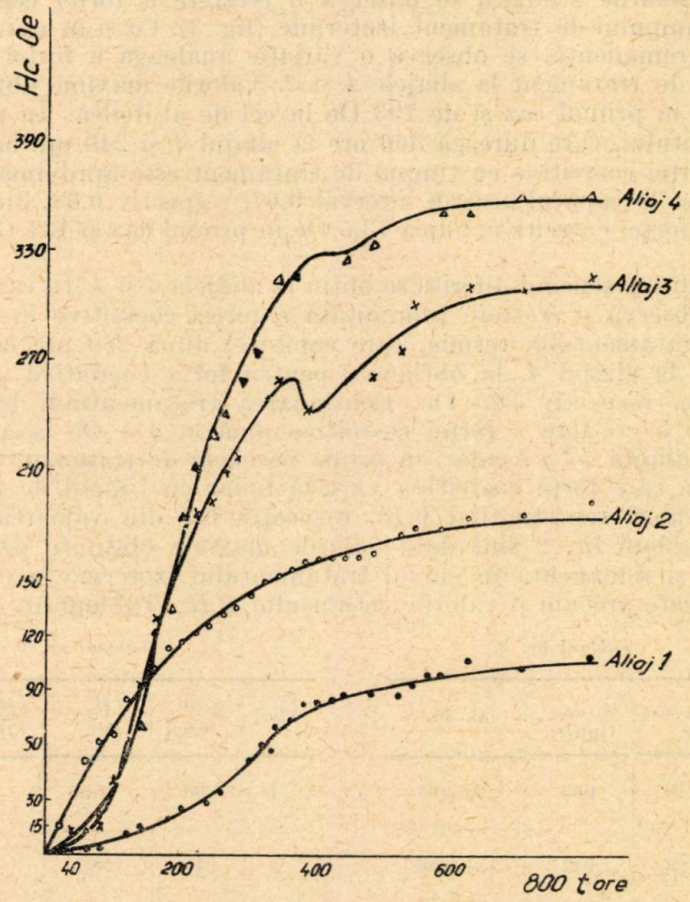


Fig. 3

Aliajele *3* și *4* suferă transformări de fază analoage în cursul tratamentului izotermic, caracterizat prin formarea de centre de deformare a rețelei cristaline inițiale. Curbele care dau variația remanenței în funcție de timpul de tratament izotermic indică o creștere a acestei mărimi fizice în perioada de deformare a structurii cristaline; continuarea tratamentului izotermic, conduce la pierderea coerenței structurii cristaline inițiale. În această perioadă se observă o micșorare a remanenței.

Rezultatele obținute arată că dacă valorile remanenței în cursul tratamentului termic sînt determinate de concentrația relativă Fe/Cu

a aliajului, modul în care remanența variază cu timpul de tratament depinde de transformările de structură ce se produc în soluția solidă.

B. *Dependența de timpul de tratament izotermic a forței coercitive.* În toate cazurile studiate se observă o creștere a forței coercitive cu mărimea timpului de tratament izotermic (fig. 3). Ca și în cazul măsurătorilor de remanență, se observă o variație analoagă a forței coercitive cu timpul de tratament la aliajele *1* și *2*. Valorile maxime obținute sînt de 110 Oe în primul caz și de 193 Oe în cel de al doilea. În prima fază a tratamentului, care durează 360 ore la aliajul *1* și 240 ore la aliajul *2*, variația forței coercitive cu timpul de tratament este aproximativ liniară atingîndu-se la capătul acestui interval 0,67, respectiv 0,68, din valoarea maximă a forței coercitive, adică 73,5 Oe în primul caz și 131 Oe în cazul al doilea.

Rezultate sensibil diferite se obțin la aliajele *3* și *4*. În cazul acestor aliaje se observă o creștere pronunțată a forței coercitive în prima perioadă a tratamentului termic, care conduce, după 280 ore la aliajul *3* și 400 ore la aliajul *4*, la obținerea pentru forța coercitivă a valorilor de 219 Oe, respectiv 325 Oe. Continuarea tratamentului termic este însoțită de o creștere a forței coercitive pînă la 315 Oe la aliajul *3* și 360 Oe la aliajul *4* *). Așadar, în prima perioadă de tratament izotermic, perioadă în care forța coercitivă variază liniar cu timpul de tratament, se obțin valori reprezentînd 0,73, respectiv 0,9 din valoarea maximă.

În tabloul nr. 2 sînt date valorile maxime obținute pentru forța coercitivă și remanentă în cursul tratamentului izotermic a celor patru aliaje studiate precum și valorile produsului $B_r H_c$. Tabloul nr. 3 cuprinde

Tabloul nr. 2

Aliaj	H_c max Oe	B_r max Gauși	$B_r H_c$
1	110	663	72 930
2	193	942	181 806
3	315	590	185 850
4	360	395	142 200

Tabloul nr. 3

Aliaj	t ore	H_c Oe	$\frac{H_c}{H_c \text{ max}}$
1	360	73,5	0,67
2	240	130,5	0,68
3	280	219	0,73
4	400	325	0,90

valorile forței coercitive obținute la capătul porțiunii liniare a curbei de variație a acesteia cu timpul de tratament, precum și raportul dintre această valoare și valoarea maximă a forței coercitive.

*) Forța coercitivă continuă să crească și după pierderea coerenței rețelei, semnalată între 200—240 ore, pentrucă ea este influențată de mai mulți factori și poate e mai puțin sensibilă la pierderea coerenței decît remanența.

Inflexiunile în curbele ce dau variația forței coercitive cu timpul de tratament sînt determinate de modul cum s-a făcut tratamentul termic. Se știe că procesul de călire în apă conduce la apariția de asemenea inflexiuni în curbele de variație a forței coercitive [12].

Porțiunea liniară a curbelor obținute pentru aliajele *3* și *4* poate fi explicată dacă se consideră transformările de structură cristalină ce au loc în aceste aliaje în cursul tratamentului izotermic. Studiul cu raze X, arată că, în cursul acestui tratament, apar centre de deformare, a căror compoziție este apropiată de cea a fazelor cristaline stabile la temperaturi sub 650°C. Dimensiunile acestor centre variază cu timpul de tratament, ajungînd pînă la valori de ordinul a 100 pachete atomice, adică aproximativ 350 A. Intervalul de timp în care asemenea modificări structurale se produc, variază, în funcție de compoziția aliajului, între 60—180 ore [5].

Tratamentul termic ulterior conduce la modificări ce nu pot fi determinate cantitativ prin metode de difracție cu raze X. Este probabil că procesul de creștere a centrelor de deformare în cadrul rețelei cristaline inițiale, continuă încă și în afara intervalului amintit mai sus, pentru unele aliaje. În ori ce caz, compararea datelor obținute în lucrarea de față indică că pentru aliajele în care se formează cu certitudine structurile metastabile, procesul de creștere al forței coercitive are loc în același timp cu creșterea centrelor de deformare. Dat fiind că studiul transformărilor de structură arată că dimensiunea centrelor de deformare crește liniar cu timpul de tratament, se poate afirma că există o proporționalitate între mărimea forței coercitive a aliajului și dimensiunea centrelor de deformare existente în structura lui.

În cazurile în care existența structurilor metastabile nu este observabilă deci în cazul aliajelor în care coerența rețelei cristaline se pierde mult mai repede, forța coercitivă ajunge la valori sensibil mai mici, iar variația ei cu timpul de tratament este mult mai puțin pronunțată. Comportarea curbelor obținute pentru aliajele *1* și *2* verifică afirmația făcută.

În cele patru aliaje studiate, conținutul în Ni variază între 37% și 38%. Presupunînd concentrația de Ni constantă, se observă că scăderea conținutului relativ în Fe a aliajului conduce la o creștere a forței coercitive, bineînțeles netrecîndu-se de o concentrație optimă. În figura 4 este dată curba ce indică variația forței coercitive maxime în funcție de concentrația relativă Fe/Cu. Se observă că există o concentrație relativ optimă, în Fe, pentru care se atinge valoarea cea mai mare pentru Hc_{max}, la un conținut în Ni dat. Scăderea mai departe a concentrației relative a Fe, conduce la scăderea forței coercitive.

Rezultatele obținute indică că există un interval de concentrații relative în Fe, bine definit, pentru care aliajele reprezintă proprietăți magnetice optime.

Pentru stabilirea exactă a acestui interval ar fi interesant de studiat proprietățile magnetice a unui număr mai mare de aliaje, cu diferite concentrații de Ni.

C. *Dependența de timpul de tratament al punctului Curie.* Măsurătorile făcute la cele patru aliaje, supuse tratamentului izotermic, arată că punctul

Curie creşte cu timpul de tratament. După primele 40 de ore de tratament, punctul Curie atinge valoarea maximă în toate cazurile studiate.

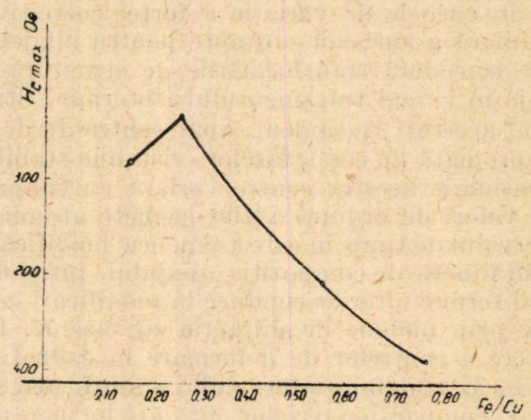


Fig. 4

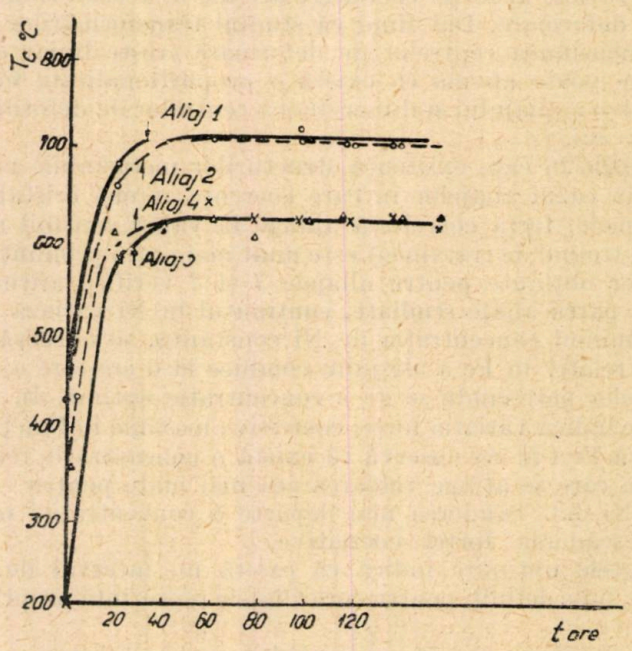


Fig. 5

Tratamentul termic ulterior nu mai conduce la modificarea punctului Curie (fig. 5).

Procesul de creştere al punctului Curie în urma tratamentului termic la aliajele la care se produce ruperea reţelei cristaline este un fenomen

cunoscut [13]. Aceste aliaje au o structură inițial monofazică, instabilă la temperatura camerii, obținută prin călirea lor de la o temperatură la care această structură este stabilă. În cazul aliajelor studiate, sub temperatura de 650°C, starea monofazică devine instabilă. Tratamentul izotermic conduce la formarea unei structuri bifazice. Așa cum se vede din diagrama de stare (fig. 1), o fază rezultantă are un conținut mare de Cu, cea de a doua fază fiind bogată în Fe și Ni.

Măsurătorile de punct Curie ar trebui să conducă în general la determinarea a trei asemenea puncte la fiecare etapă a tratamentului termic, și anume : punctul Curie al structurii inițiale și cele două puncte Curie ale fazelor rezultante în urma procesului izotermic. În metoda folosită de noi, punctul Curie a fost determinat măsurînd variația intensității de magnetizare cu creșterea temperaturii, la un cîmp magnetic constant de 580 Oe.

Modul în care s-a făcut măsurătoarea nu permite decît evaluarea punctului Curie maxim, dat fiind că aplicarea metodei extrapolării, folosite pentru determinarea celorlalte puncte Curie, ar da, în acest caz, erori mari, de aproximativ 25%.

Creșterea punctului Curie numai în primele 40 ore ale tratamentului izotermic indică că variațiile inițiale de concentrație în compoziția soluției solide omogene se produce numai în acest interval. Această observație confirmă ipoteza făcută la punctul 3 *B*, conform căreia procesul de creștere al forței coercitive este determinat de creșterea centrelor de deformare, rezultate din formarea în cuprinsul rețelei cristaline inițiale de regiuni cu concentrație diferită de cea a soluției omogene și apropiată de cele ale fazelor ce caracterizează starea de echilibru a aliajelor. Într-adevăr, în toate cazurile studiate, forța coercitivă, în funcție de concentrație, atinge valori cuprinse între 2 și 30 Oe, în primele 40 ore de tratament, în timp ce tratamentul ulterior conduce la creșterea forței coercitive pînă la valori cuprinse între 110 și 360 Oe.

Curbele obținute arată că valoarea maximă a punctului Curie, aceeași în cazul aliajelor *1* și *2*, este mai mare decît aceea obținută în cazul aliajelor *3* și *4*. Aceasta arată că în primul caz se obține o fază mai bogată în elemente feromagnetice decît în cel de al doilea caz. Cu toate acestea, valorile maxime obținute pentru forța coercitivă sînt mai mici în primul caz decît în cazul al doilea. Această comportare a forței coercitive în timpul tratamentului izotermic poate fi determinată de doi factori și anume :

— concentrația fazei bogate în Fe-Ni față de cea bogată în Cu, pentru fiecare aliaj ;

— gradul de dispersie al centrelor de deformare cu compoziția practic identică cu aceea a fazei feromagnetice, în masa soluției solide omogene inițiale.

Dat fiind că experimental se observă că întotdeauna creșterea conținutului în elemente feromagnetice a unuia din fazele rezultante ale aliajului conduce, în cazul aliajelor Cu-Ni-Fe, la creșterea forței coercitive, este de presupus că cel de al doilea factor amintit determină acest proces în cursul tratamentului izotermic.

CONCLUZII

Studiul proprietăților magnetice ale aliajelor aparținînd sistemului Cu-Ni-Fe, supuse tratamentului izotermic la 550°C, conduc la următoarele concluzii :

1. În toate cazurile studiate, remanența crește cu timpul de tratament izotermic, atingînd valori ce variază între 395 gauși și 942 gauși în funcție de compoziția aliajului. Continuarea tratamentului termic nu mai conduce, în cazul aliajelor *1* și *2* la modificări de remanență ; în cazul aliajelor *3* și *4*, se observă o scădere a remanenței cu continuarea tratamentului izotermic.

2. Valorile obținute pentru remanență sînt determinate, pentru o concentrație dată în Ni, de concentrația relativă Fe/Cu. Remanența crește cînd această concentrație relativă se micșorează.

3. Modul de variație a remanenței în timpul tratamentului termic depinde de transformările de structură ce au loc în aliaj.

4. La toate aliajele studiate se observă o creștere a forței coercitive cu timpul de tratament, valorile maxime obținute variind între 110 Oe și 360 Oe în funcție de compoziția aliajului.

5. Forța coercitivă variază liniar cu dimensiunile centrelor de deformare a structurii cristaline inițiale. Aceasta indică că creșterea forței coercitive este determinată de tensionarea la scară atomică a rețelei cristaline.

6. Pentru o concentrație dată de Ni, se poate defini un interval de concentrație relativ Fe/Cu pentru care forța coercitivă este maximă.

7. În toate cazurile studiate, punctul Curie al aliajului crește cu timpul de tratament. După 40 de ore punctul Curie rămîne constant. Aceasta arată că variații sensibile de concentrații se produc numai la începutul tratamentului izotermic.

În încheere aducem mulțumirile noastre acad. Horia Hulubei pentru sprijinul acordat în cursul lucrării. Deasemenea, mulțumim conf. M. Rosenberg pentru prețioasele discuții.

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНЫХ СВОЙСТВ НЕКОТОРЫХ СПЛАВОВ Cu - Ni - Fe

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Рассмотрена зависимость магнитных свойств четырех сплавов системы Cu - Ni - Fe от длительности изотермической обработки при 550°. Исследованные сплавы обладают однофазной структурой при температуре выше 650° и двухфазной структурой ниже этой температуры. Во всех случаях отмечается повышение остаточного магнетизма, коэрцитивной силы и точки Кюри с увеличением продолжительности термической обработки. Установлено, что существует определенный интервал относительных концентраций Fe/Cu при данной концентрации

Ni, при котором коэрцитивная сила достигает максималной величины. Отмечается, что коэрцитивная сила зависит линейно от размеров центров деформации кристаллической решетки. Измерение точки Кюри показывает, что значительные изменения концентрации имеют место лишь в начале термической обработки.

ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES DE QUELQUES ALLIAGES Cu-Ni-Fe

(RÉSUMÉ)

Les auteurs ont étudié la manière dont les propriétés magnétiques de quatre alliages du système Cu-Ni-Fe dépendent de la durée du traitement isothermique à 550°C. La structure des alliages étudiés est monophasée, au-dessus de 650°C et diphasée au-dessous de cette température. On observe, dans tous les cas, une augmentation de la rémanence, de la force coercitive et du point de Curie en fonction de la durée du traitement. Les auteurs démontrent l'existence d'un intervalle de concentrations relatives Fe/Cu, correspondant à une concentration donnée en Ni, où la force coercitive atteint sa valeur maximum. Il faut remarquer que la force coercitive varie linéairement avec les dimensions des centres de déformation du réseau cristallin. La détermination du point de Curie indique que les variations de concentration n'acquièrent des valeurs appréciables qu'au début du traitement thermique.

BIBLIOGRAFIE

1. A. J. Bradley, Proc. Phys. Soc., 1940, t. 52, p. 80.
2. V. Daniel a. H. Lipson, Proc. Roy. Soc. A., 1943, t. 181, p. 987.
3. — Proc. Roy. Soc. A., 1944, t. 182, p. 378.
4. D. Bally i M. I. Zaharova, DAN SSSR, 1954, t. 96, p. 453.
5. D. Bally și C. Mariș, *Lucrările Congresului Internațional de Cristalografie*. Montreal, 1957 — Acta Crystallographica, 1957, t. 10, p. 772.
6. D. Bally, N. Croitoru și I. Teodorescu, Bul. Ștințț. Acad. R.P.R., Secția de științe matematice și fizice, t. IX, nr. 1, 1957, p. 193.
7. A. H. Geisler, Rev. cf. Mod. Physics, 1953, t. 25, p. 316.
8. A. H. Geisler și J. K. Hill, Acta Cryst., 1948, t. 1, p. 258.
9. D. Bally i. M. I. Zaharova, DAN SSSR, 1954, t. 96, p. 737.
10. D. Bally, Bul. Ștințț. Acad. R.P.R., Secția de științe matematice și fizice, t. VI, nr. 3, 1954, p. 679.
11. W. Koster u. W. Daniel, Zeit Metallkunde, 1935, t. 27, p. 220.
12. R. M. Bozorth, *Feromagnetism*. New York, 1955, p. 158.
13. S. V. Vonsovschi i I. S. Sur, *Feromagnetism*. Moscova 1949, p. 530.

ASUPRA ENTROPIEI AMESTECURILOR DE GAZE *)

DE

N. J. IONESCU-PALLAS

INTRODUCERE

Scopul acestei lucrări este de a elimina complet raționamentul bazat pe ipoteza pereților semipermeabili — introdusă de Gibbs — din teoria amestecurilor de gaze ideale. Această ipoteză constă în introducerea unor pereți, permeabili numai la anumite componente ale amestecului (în genul foiței de paladiu pentru hidrogen) cu dublu scop : pe de o parte se pun în evidență presiunile parțiale care intră în legea lui Dalton, iar pe de alta, se ajunge — cu ajutorul unor astfel de pereți — la o stare în care fiecare component din amestec ocupă un volum egal cu cel al amestecului, la aceeași temperatură cu a amestecului. Trecerea la această stare se face fără variația entropiei și deci se poate calcula pe această cale entropia amestecului.

Din raționamentele pe care le vom face aici, se vor regăsi atît legea lui Dalton a presiunilor parțiale cît și expresia lui Gibbs a entropiei, dovedindu-se că modul de calcul al entropiei amestecului folosit de Gibbs, prin considerarea unui proces reversibil de dezamestecare, nu este singurul posibil. Se regăsesc în plus, ca simple consecințe, legea lui Avogadro pentru amestec și legea lui Amagat a aditivității volumelor.

Pînă la un anumit punct, nu se introduce ipoteza de gaz ideal și rezultatele sînt generale. Cînd această precizare se face, problema amestecării izoterme este susceptibilă de a fi tratată pe două căi, experimental diferite, care conduc la aceeași stare finală (bineînțeles, în cazul gazelor reale, cele două căi experimentale nu mai sînt echivalente, neechivalență concretizată în faptul că legea lui Dalton și legea lui Amagat nu pot fi simultan satisfăcute).

Pentru înlăturarea ipotezei pereților semipermeabili, vom vedea că sînt suficiente trei propoziții inițiale, care trebuie presupuse adevărate : cu privire la mișcarea browniană, la aditivitatea entropiei față de volum, *precum și o anumită ipoteză particulară, care o înlocuește pe cea în cauză*, și pe care o vom analiza amănunțit în lucrarea de față.

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 27 iunie 1957.

I. STUDIUL GAZELOR PURE

Înainte de amestecare, fiecare component este constituit dintr-o singură specie chimică de particule (component pur). În lipsa cîmpurilor exterioare, particulele sînt distribuite cu densitate constantă pe întregul volum ocupat de gaz. Energia și entropia trebuie să fie funcții aditive față de diferitele porțiuni ale volumului, ceea ce nu este posibil decît dacă sînt funcții omogene de gradul I față de volum, respectiv față de numărul de particule :

$$E = V \cdot e\left(T, \frac{N}{V}\right), S = V \cdot s\left(T, \frac{N}{V}\right). \tag{1}$$

Funcțiile e și s au semnificația de densitate de energie, respectiv de entropie.

Din formulele (1) rezultă că și energia liberă se poate pune sub o formă analoagă cu E și S. Notînd cu f densitatea de energie liberă și cu ξ densitatea de particule, vom obține pentru presiune, în acord cu definiția termodinamică $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N}$, expresia

$$p = -f(T,\xi) + \xi \frac{\partial f(T,\xi)}{\partial \xi}, \tag{2}$$

adică presiunea este funcție numai de temperatură și de densitatea de particule. Am demonstrat într-o lucrare precedentă *) că ecuația generală a gazelor

$$\left(p + \frac{\partial E}{\partial V}\right)\left(V - \frac{\partial H}{\partial p}\right) = (C_p - C_v)\, T \tag{3}$$

(unde H este entalpia gazului) capătă la densități suficient de mici ale gazelor, cînd sînt satisfăcute condițiile $\frac{1}{p}\frac{\partial E}{\partial V} \ll 1, \frac{1}{V}\frac{\partial H}{\partial p} \ll 1$, forma $p\,V \sim (C_p - C_v)_{p=0} T$. Pentru ca presiunea să depindă numai de temperatură și de densitatea de particule, trebuie ca $(C_p - C_v)$ să fie proporțional cu N. Notînd constanta de proporționalitate cu k, ecuația de stare a gazului ideal va fi

$$pV = NkT. \tag{4}$$

Din legea lui Avogadro (două gaze, suficient de rarefiate, care ocupă volume egale la presiuni și temperaturi egale, conțin același număr de particule) rezultă universalitatea constantei k.

Energia internă a gazului va fi și ea, în acord cu (1), proporțională cu N și, admițînd că $\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v$ variază suficient de lent cu T, lucru de altfel neesențial pentru scopul lucrării de față, putem scrie

$$E = N c_v^0 T. \tag{5}$$

*) N. J. Ionescu-Pallas, Studii și cercetări de fizică, t. VII, nr. 3, 1956, p. 463.

Folosind ecuațiile (4) și (5) se poate calcula expresia entropiei care este

$$S = N\left\{c_v^0 \ln T + k \ln \frac{V}{N}\right\} + \left\{\psi(N) + k N \ln N\right\}. \tag{6}$$

Funcția din a doua paranteză din (6) trebuie să fie de forma $N\gamma^\circ$ — unde γ° este o constantă specifică speciei chimice de particule din care este compus gazul — pentru a fi satisfăcută condiția ca densitatea de entropie să depindă numai de temperatură și ξ .

Entropia unui număr arbitrar de gaze pure, avînd toate aceeași temperatură, va fi

$$S_I = \sum_i N_i \left\{c_{v_i}^0 \ln T + k \ln \frac{V_i}{N_i} + \gamma_i^0\right\} \tag{7}$$

(indicele I se referă la faptul că gazele sînt neamestecate).

II. STUDIUL GENERAL AL AMESTECULUI IZOTERM

Să considerăm n încăperi despărțite, între ele și față de exterior, prin pereți impermeabili, în fiecare din ele aflîndu-se cîte un gaz compus dintr-o singură specie chimică de particule, toate gazele avînd aceeași temperatură și presiune. Fiecare gaz va ocupa la temperatura T și presiunea p, un volum V_i și va conține un număr de particule N_i $(i = 1, 2, ..., n)$.

Anulăm, la un moment dat, toți pereții despărțitori dintre volumele V_i; se obține, ca rezultat final — în urma agitației browniene și în lipsa cîmpurilor externe — un amestec omogen de particule din toate speciile care au luat parte la amestec, în volumul V. Admitem că întregul proces s-a desfășurat izoterm (condiție realizabilă experimental prin scufundarea întregului amestec într-un termostat, pereții care separă sistemul de exterior fiind neadiabatici). Fie $\xi_i = \frac{N_i}{V}$ $(i = 1,2,...,n)$ densitățile parțiale ale diferitelor componente, în amestecul final.

Starea finală este o stare de echilibru și are o entropie bine definită S, funcție de T, V și de toți N_i. Să considerăm un volum V și un volum δV din același amestec, la aceeași temperatură și presiune. Mărind sistemul, format din amestecul de gaze, de la volumul V la volumul $V + \delta V$, prin adăugire de substanță, în așa fel încît să fie păstrate proporțiile inițiale de amestec, temperatura și presiunea, entropia sistemului se va mări cu δS. Din condiția de aditivitate a entropiei într-un astfel de proces, rezultă că

$$V \frac{\delta S}{\delta V} - S = 0. \tag{8}$$

Deoarece, în procesul elementar de mai sus, proporțiile inițiale de amestec se păstrează, vor varia și numerele de particule N_i cu $\delta N_i (i = 1, 2,....,n)$, în așa fel încît

$$V \frac{\delta N_i}{\delta V} - N_i = 0 \quad (i = 1,2,...n). \tag{9}$$

Cum însă $S = S(T, V, N_1,..., N_n)$, orice variație a entropiei, la temperatură constantă, se poate scrie în forma

$$\delta S = \frac{\partial S}{\partial V}\,\delta V + \sum_i \frac{\partial S}{\partial N_i}\,\delta N_i\,. \tag{10}$$

Eliminînd pe δV și toți δN_i din (10) cu ajutorul lui (8) și (9), rezultă următoarea ecuație diferențială cu derivate parțiale, pentru dependența entropiei de volumul amestecului, V, și de numerele de particule N_i:

$$S = V\,\frac{\partial S}{\partial V} + \sum_i N_i\,\frac{\partial S}{\partial N_i}\,. \tag{11}$$

Soluția ecuației (11) se găsește a fi, în acord cu (8),

$$S = V \cdot s\left(T, \frac{N_1}{V}, \ldots, \frac{N_n}{V}\right), \tag{12}$$

unde am introdus și temperatura absolută T, care a rămas constantă în timpul transformării elementare considerate, iar s ar putea fi interpretat ca „densitate de entropie" a amestecului care, așa cum era de așteptat, nu depinde decît de temperatura T și coeficienții de compoziție $\xi_i = \frac{N_i}{V}$.

Expresia (12) se poate transforma pînă la o formă convenabilă cu scopul propus, în felul următor. Se dezvoltă funcția s în serie, după puterile lui $\xi_i (i = 1,2, ..., n)$ în jurul punctului curent,

$$s(0,..,0) = s(\xi_1,... \xi_n) - \sum_i \xi_i \frac{\partial s}{\partial \xi_i} + \frac{1}{2!}\sum_{ij} \xi_i\,\xi_j\,\frac{\partial^2 s}{\partial \xi_i \partial \xi_j} -$$

$$- \frac{1}{3!}\sum_{ijk}\,\xi_i\,\xi_j\,\xi_k \frac{\partial^3 s}{\partial \xi_i \partial \xi_j \partial \xi_k} + \ldots \tag{13}$$

(unde toate derivatele sînt luate în punctul curent) și se presupune — ceea ce este firesc — că $s(0,..,.0) = 0$. De aici rezultă că entropia se poate pune sub forma

$$S = \sum_i N_i \sigma_i\,(T, \xi_1,.., \xi_n) \tag{14}$$

unde σ_i are expresia

$$\sigma_i = \frac{\partial s}{\partial \xi_i} - \frac{1}{2!}\sum_j \xi_j \frac{\partial^2 s}{\partial \xi_i \partial \xi_j} + \frac{1}{3!}\sum_{jk}\,\xi_j \xi_k \frac{\partial^3 s}{\partial \xi_i \partial \xi_j \partial \xi_k} - \ldots \tag{15}$$

III. CONDIȚIILE EXPERIENȚEI

Se poate considera amestecarea izotermă a gazelor în două moduri diferite ca aranjament experimental.

1) Toate gazele au inițial aceeași temperatură T dată și aceeași, presiune p. Admitem că pereții — atît cei care despart gazele între ele cît și cei care separă sistemul de exterior — sînt impermeabili și complet

elastici. Sistemul se află scufundat într-un mediu termo- și barostat, astfel încît temperatura și presiunea, inițial aceleași pentru toate gazele, sînt identice cu temperatura și presiunea amestecului în starea finală de echilibru.

Conform ecuației (5), rezultă — pentru un amestec de gaze ideale — în acest caz,

$$\frac{p}{T} = \frac{N_1 k}{V_1} = \ldots = \frac{N_i k}{V_i} = \ldots = \frac{N_n k}{V_n} = \frac{k \Sigma_i N_i}{\Sigma_i V_i} = k \sum_i \left(\frac{N_i}{\Sigma_k V_k} \right) . \quad (16)$$

Pe de altă parte, notînd densitatea de energie liberă cu f (care va fi o funcție numai de T și ξ - uri ; deoarece și energia internă se poate pune și ea sub o formă analoagă cu (12) și folosind relația termodinamică $p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T,N_1,\ldots,N_n}$, se găsește pentru presiune ecuația

$$p = -f + \sum_i \xi_i \frac{\partial f}{\partial \xi_i} . \quad (17)$$

Comparînd (16) cu (17) pentru ca presiunea să depindă, în afară de temperatură, numai de ξ-uri, trebuie ca

$$V = \sum_k V_k, \quad p = kT \sum_i \xi_i . \quad (18)$$

Concluziile acestei comparații se impun cu necesitate, deoarece amestecul final este presupus și el că ascultă de legea lui Boyle—Mariotte $p \sim \frac{1}{V}$. Cea mai generală dependență a lui V de V_k-uri compatibilă cu această condiție nu poate fi decît $V = \alpha \sum_k V_k$ și constanta α trebuie să fie neapărat 1, deoarece, în caz contrar, anulînd toți $N_k k \neq i$, nu am da peste expresia cunoscută a ecuației de stare pentru un gaz pur, ideal.

În această variantă a amestecului, este satisfăcută legea lui Amagat, a aditivității volumelor.

2) Observăm că faptul că am considerat pereți elastici pentru delimitarea sistemului de exterior, n-a avut nici o consecință asupra stării finale a amestecului, deoarece presiunea inițială nu s-a schimbat (prin înseși condițiile experienței), iar volumul total a rămas același. Această constatare ne permite ca, înainte de a anula pereții despărțitori dintre gaze, să solidificăm pereții care separă sistemul de termostat, fără ca să se schimbe ceva în starea finală a amestecului*). Ne plasăm astfel în condițiile experimentale ale lui Gibbs ; ecuația presiunii din (18) reprezintă legea lui Dalton, satisfăcută simultan cu legea lui Amagat — fără a face apel la „pereții despărțitori semipermeabili", care pun în evidență diferitele „presiuni parțiale".

Ce se poate spune despre energie ?

*) Dacă presiunea ar fi la sfîrșit alta, făcînd din nou pereții elastici, pentru sistemul cufundat în barostat, s-ar obține o variație a volumului total, ceea ce contrazice concluziile primei variante experimentale.

Dacă fiecare component în parte este suficient de rarefiat, înainte de amestec, atunci, cu suficientă precizie, energia amestecului va fi o funcție numai de temperatură și de numerele de particule. Această afirmație este de altfel pe deplin justificată de expresia ecuației de stare (18), din care rezultă că este satisfăcută relația $\left(T\frac{\partial p}{\partial T}-p\right)=\frac{\partial E}{\partial V}=0$. Cum însă energia trebuie să poată fi pusă sub forma $E=\sum_i N_i\,\varepsilon_i\,(T,\xi_1,\ldots\,\xi_n)$, rezultă că expresia ei în acest caz va fi (se admite aici și o dependență cuasiliniară față de temperatură)

$$E=\sum_i N_i c_{v_i}\,T. \tag{19}$$

Nu se poate afirma însă, fără a depăși cadrul termodinamicii*), că expresia (19) este identică cu expresia energiei gazelor dinainte de amestec. Pentru a avea satisfăcută aditivitatea energiilor, vom presupune ca adevărată următoarea propoziție: *Starea finală a amestecului nu se schimbă dacă, înaintea anulării pereților despărțitori dintre componente, facem adiabatici pereții care delimitează sistemul de exterior.* În acest fel sîntem siguri că temperatura finală a amestecului este egală cu temperatura inițială a gazelor, fără ca acest fapt să fie impus în mod special din afară.

IV. CALCULUL ENTROPIEI ÎN AMESTECUL DE GAZE PERFECTE

Folosind ecuația presiunii din (18) și ecuația energiei din (19) se pot calcula derivatele $\frac{\partial S}{\partial T}$ și $\frac{\partial S}{\partial V}$ și deci expresia entropiei, pînă la o funcție de numerele de particule N_i, deocamdată nedeterminată:

$$S=\sum_i N_i\left\{c_{v_i}\,\ln T+k\ln\frac{V}{N_i}\right\}+\left\{\psi\,(N_1,\ldots,N_n)+k\sum_i N_i\ln N_i\,,\right\}, \tag{20}$$

unde am scăzut și am adunat expresia $k\sum_i N_i\ln N_i$ pentru a pune în evidență dependența de ξ-uri. Notînd a doua paranteză din (20) cu $G(N_1,..,N_n)$ pentru ca densitatea de entropie să depindă, în afară de T, numai de ξ-uri, trebuie ca $\frac{G}{V}$ să fie o funcție omogenă de gradul I în toate ξ-urile,

$$G(\xi,\ldots,\,\xi_n)=\sum_i \xi_i\frac{\partial G}{\partial \xi_i}\,. \tag{21}$$

Expresia entropiei din (20) devine

$$S=\sum_i N_i\left\{c_{v_i}\,\ln T+k\ln\frac{V}{N_i}+\frac{\partial G}{\partial \xi_i}\right\}. \tag{22}$$

*) Argumentele sînt pe scurt următoarele. Se observă mai întîi că c_{v_i} nu depinde de caracteristicile speței j de particule ($j\neq i$), deoarece prin anularea lui N_j trebuie să dispară complet din amestec contribuția acestei specie. Inexistența elementelor de interacție de tip (i, j) face ca după amestec distribuția nivelelor de energie în diferitele gaze să rămînă aceeași și să nu existe un schimb de energie cu exteriorul prin variația parametrilor latenți (legăturile olonome ale sistemului rămînînd neschimbate).

Să arătăm acum că parantezele care intră în suma din (22) sînt identice cu σ_i din (14). Pentru aceasta vom folosi expresia lui S din (20) și definiția mărimilor σ_i din (15). Notînd $\sigma_i = \sigma_i^{(1)} + \sigma_i^{(2)}$, indicele superior 2 referindu-se la funcția omogenă G, avem

$$\sigma_i^{(1)} = c_{v_i} \ln T - k \ln \xi_i - k + k\left\{\frac{0!}{2!}\sum_j \delta_{ij}\frac{\xi_j}{\xi_i} + \frac{1!}{3!}\sum_{jk}\delta_{ij}\,\delta_{ik}\frac{\xi_i\xi_k}{\xi_i^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{2!}{4!}\sum_{jk\,!}\delta_{ij}\,\delta_{ik}\,\delta_{il}\frac{\xi_j\xi_k\xi_l}{\xi_i^3} + \ldots\right\} = (c_{v_i}\ln T - k\ln\xi_i) -$$

$$- k\left\{1 - \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \ldots\right)\right\} = (c_{v_i}\ln T - k\ln\xi_i)\,. \qquad (23)$$

$$\sigma_i^{(2)} = \frac{\partial G}{\partial \xi_i} - \frac{1}{2!}\sum_j \xi_j \frac{\partial^2 G}{\partial\xi_i\partial\xi_j} + \frac{1}{3!}\sum_{jk}\xi_j\xi_k\frac{\partial^3 G}{\partial\xi_i\partial\xi_j\partial\xi_k} - \ldots$$

Derivînd însă relația (21) față de ξ, rezultă că prima sumă din expresia lui $\sigma_i^{(2)}$ este nulă; prin derivări succesive se găsește că și celelalte sume sînt nule, deci

$$\sigma_i^{(2)} = \frac{\partial G}{\partial \xi_i}\,. \qquad (24)$$

Dezvoltînd acum mărimea $\sigma_1^{(2)}$ în serie, cu derivatele luate în punctul curent, în dezvoltare vor intra toate sumele din expresia de mai sus a lui $\sigma_1^{(2)}$, care sînt nule, astfel că $\sigma_i^{(2)}$ este o constantă pe care o vom nota cu γ_i.

Pentru ca această dezvoltare să aibă sens, trebuie ca derivatele $\left(\frac{\partial G}{\partial \xi_i}\right)_{0,\ldots,0}$ să fie determinate (și deci neapărat constante !). Evitarea cazurilor de ambiguitate, cînd aceste derivate ar lua forma unei nedeterminări $\frac{0}{0}$ (imposibil de ridicat, întrucît variabilele ξ_i nu sînt corelate prin nimic între ele pentru a se realiza o tindere simultană spre zero !), precizează că funcția G este o formă liniară în toate variabilele ξ_i.

Într-adevăr, din faptul că G este o funcție omogenă de gradul I în toate variabilele ξ_i, rezultă că derivata $\frac{\partial G}{\partial \xi_i}$ este omogenă de grad 0 în toate variabilele ξ_i, adică

$$\frac{\partial G}{\partial \xi_i} = f_i\left(\frac{\xi_1}{\xi_i}, \frac{\xi_2}{\xi_i}, \ldots, \frac{\xi_n}{\xi_i}\right),$$

și în punctul ($\xi_i = 0$; i = 1, 2, ..., n) va fi fie constantă — atunci cînd f_i nu depinde de $\xi_k\ k \neq i$ — fie o nedeterminare $\frac{\partial G}{\partial \xi_i} = f_i\left(\frac{0}{0}, \ldots, \frac{0}{0}\right)$. Această ipoteză particulară cu privire la derivatele funcțiunii G este esențială în

întreaga demonstrație, deoarece ea înlocuiește efectiv ipoteza lui Gibbs*). Entropia capătă forma

$$S = \sum_i N_i \left\{ c_{v_i} \ln T + k \ln \frac{V}{N_i} + \gamma_i \right\}. \tag{25}$$

Rămîne de demonstrat că $\gamma_i = \gamma_i^0$ sînt aceleași constante ca în (7).

Începem prin a observa că γ_i este o constantă care nu poate să depindă decît de caracteristicile speciei i de particule din amestec, deoarece făcînd în formula (25) $N_k = 0$ $(k \neq i)$ trebuie să dispară complet contribuția speciei k, ceea ce nu ar fi posibil în caz contrar.

Făcînd acum toți $N_k = 0$, $k \neq i$, trebuie ca expresia entropiei din (25) să se reducă la expresia entropiei unui gaz pur de specie i, care ocupă volumul V la temperatura T și conține N_i particule — întrucît însuși sistemul se transformă ca atare. De aici rezultă că $\gamma_i = \gamma_i^0$, ceea ce era de demonstrat.

Entropia amestecului capătă astfel forma finală, care este cea dată de Gibbs.

$$S = \sum_i N_i \left\{ c_{v_i} \ln T + k \ln \frac{V}{N_i} + \gamma_i^0 \right\}. \tag{26}$$

Expresia finală a entropiei, la care am ajuns, ne permite să formulăm următoarea propoziție, echivalentă cu rezultatul aplicării pereților semipermeabili ai lui Gibbs : *Entropia unui amestec de gaze ideale este egală cu suma entropiilor gazelor separate, ocupînd fiecare, la aceeași temperatură cu a amestecului, același volum, egal cu volumul amestecului.*

V. AMESTECUL DE GAZE ȘI PRINCIPIUL AL III-LEA

Este important de precizat faptul că introducerea unor ipoteze, speciale pentru calcularea entropiei amestecului de gaze, cum este ipoteza pereților semipermeabili a lui Gibbs sau ipoteza cu privire la derivatele funcțiunii G, reprezintă o „supradeterminare" a stării sistemului, așa cum reiese în mod manifest din principiul al III-lea, deoarece cunoașterea energiei sistemului determină în mod unic toate celelalte funcții de stare și cum în expresia energiei variabilele ξ_i nu intră *amestecate*, nu trebuie să intre *amestecate* în nici o altă mărime de stare.

Iată pe scurt schema calculului. Presupunem pentru energie o expresie de forma

$$E = \sum_i N_i \varepsilon_i (T, \xi_i). \tag{27}$$

*) Existența unor termeni de interferență (variabile amestecate), care pun în evidență „prezența comună" a diferitelor componente, ar duce la următoarele contradicții. Prin faptul că în formula entropiei ei intră sub forma unor expresii care depind numai de numerele de particule, nu tind la zero la o rarefiere a amestecului oricît de avansată, deși în acest caz interacția între diferite particule se anulează.

După principiul al III-lea, entropia este legată de energie prin relația

$$S = \sum_i N_i \int_0^T \frac{\partial \varepsilon_i (T, \xi_i)}{\partial T} \frac{dT}{T}. \tag{28}$$

Facem următoarea transformare :

$$S = \sum_i N_i \left\{ \int_0^T \frac{\partial \varepsilon_i (T, \xi_i^0)}{\partial T} \frac{dT}{T} + \int_0^T \frac{dT}{T} \int_{\xi_i^0}^{\xi_i} \frac{\partial^2 \varepsilon_i (T, \xi_i)}{\partial T \, \partial \xi_i} d\xi_i \right\}.$$

Pe de altă parte, tot după principiul al III-lea, ecuația de stare este dată de

$$p = \sum_i \xi_i^2 \left\{ \frac{\partial \varepsilon_i (0)}{\partial \xi_i} - T \int_0^T \Delta \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \xi_i} \frac{dT}{T^2} \right\}, \tag{29}$$

unde $\varepsilon_i (0)$ înseamnă $\lim_{T \to 0} \varepsilon_i (T, \xi_i)$, iar Δ înseamnă diferența între mărimea respectivă, luată la temperatura T și aceeași mărime pentru $T \to 0$, adică $p = \sum_i p_i (T, \xi_i)$.

Integrala dublă din expresia lui S se poate transforma în baza relației termodinamice $\frac{\partial^2 E}{\partial T \, \partial V} = T \frac{\partial^2 p}{\partial T^2}$ — care în cazul nostru are forma

$$\sum_i \left\{ \xi_i^2 \frac{\partial^2 \varepsilon_i (T, \xi_i)}{\partial T \, \partial \xi_i} + T \frac{\partial^2 p_i (T, \xi_i)}{\partial T^2} \right\} = 0 \tag{30}$$

și se descompune într-o serie de relații simple, referindu-se la cîte un singur component :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_i (T, \xi_i)}{\partial T \, \partial \xi_i} = - \frac{T}{\xi_i^2} \frac{\partial^2 p_i (T, \xi_i)}{\partial T^2}.$$

Introducînd această expresie în integrala dublă din S și efectuînd integrala întîi după $T \left(\left(\frac{\partial p_i}{\partial T} \right)_{T=0} = 0 \right)$, se obține

$$S = \sum_i N_i \left\{ \int_0^T \frac{d\varepsilon_i (T, \xi_i^0)}{\partial T} \frac{dT}{T} - \int_{\xi_i^0}^{\xi_i} \frac{\partial p_i}{\partial T} \frac{d\xi_i}{\xi_i^2} \right\}; \tag{31}$$

comparînd cu (14)

$$d\sigma_i = \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial T} \frac{dT}{T} - \frac{\partial p_i}{\partial T} \frac{d\xi_i}{\xi_i^2}. \tag{32}$$

Pe expresia (32) se pot face aproximațiile obișnuite în cazul gazelor ideale : $\frac{\partial \varepsilon_i}{\partial T} \approx$ const., $p \approx kT \sum_i \xi_i$, $\frac{\partial p_i}{\partial T} \approx k\xi_i$, de unde rezultă

$$\sigma_i \approx \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial T} \ln T - k \ln \xi_i + \gamma_i . \tag{33}$$

Sînt de tras două concluzii :

1) Ipoteza pereților semipermeabili, cu ajutorul cărora să se calculeze entropia prin intermediul unei a treia stări, obținută din starea finală a amestecului fără variație de entropie, nu este necesară și se poate înlătura, așa cum am și făcut.

2) Este plauzibilă, așa cum o arată faptele experimentale și mecanica statistică, ipoteza că la gaze reale, apropiate de cele ideale, sînt satisfăcute relațiile aproximative

$$\sigma_i^{(0)}(\xi) \approx \sigma_i(\xi),$$

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \xi_j} \approx \frac{\partial \sigma_i}{\partial \xi_i} \delta_{ij},$$

unde σ_i^0 este analogul lui σ_i, pentru gazele neamestecate, ceea ce atrage după sine faptul că folosirea raționamentului cu pereți semipermeabili este aproximativ permis. În acest caz, creșterea entropiei la amestecarea izotermă va fi dată de expresia

$$\Delta S \approx \sum_i N_i \int_{\xi_i^0}^{\xi_i} \frac{\partial \sigma_i}{\partial \xi_i} d\xi_i .$$

ОБ ЭНТРОПИИ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Рассматривается изотермическое перемешивание произвольного числа газов. При условии сохранения первоначальных пропорций составных частей смеси, а также при условии аддитивности энтропии смеси по отношению к объему при бесконечно малом возрастании числа частиц системы, получается дифференциальное уравнение с частными производными, выражающее зависимость энтропии от количества частиц различных химических составных частей смеси [11]. Путем сопоставления полученного для S (энтропии), выражения [14], с асимптотическим выражением для S при небольших плотностях [20], выводится известное в термодинамике выражение энтропии смеси газов. Таким образом совершенно исключается введенная В. Ж. Гиббсом гипотеза полунепроницаемых стенок для разделения составных частей смеси.

SUR L'ENTROPIE DES MÉLANGES DE GAZ

(RÉSUMÉ)

Le mémoire traite du mélange isothermique d'un nombre arbitraire de gaz. En partant des conditions de conservation des proportions initiales du mélange et de la condition d'additivité de l'entropie du mélange, par rapport au volume, pour une augmentation infiniment petite du nombre de particules du système, on obtient l'équation différentielle aux dérivées partielles, représentant la dépendance de l'entropie par rapport aux nombres de particules des diverses espèces chimiques du mélange [11]. Comparant l'expression obtenue pour S (entropie) [14] avec l'expression asymptotique de S, aux petites densités [20], on peut en déduire l'expression bien connue, de la thermodynamique, de l'entropie d'un mélange de gaz. On élimine tout à fait, de cette manière, l'hypothèse des parois semi-perméables, pour la séparation des composants du mélange, introduite par W. J. Gibbs.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL GEOMAGNETIC AL ARDEALULUI*)

CAMPANIA ANULUI 1956

DE

GH. ATANASIU
MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI R.P.R.
D. ZUGRĂVESCU și IL. BUCUR

Într-o serie de trei note [1], [2], [3] s-au dat rezultatele obținute de colectivul nostru de magnetism regional, în anii 1952—1955 în regiunile :

1) Est Banat și Alba-Iulia—Teiuș—Blaj,
2) valea Mureșului, valea Arieșului și valea Someșului,
3) Zau—Sărmaș și Cluj—Ciucea—Oradea.

În campania anului 1956 (lunile iulie și august) am extins cercetările spre nordul Ardealului pînă la Borsec și Sîngeorz, unde s-au făcut măsurători absolute și profile de variometru vertical.

S-au completat cu mai multe profile magnetice, cercetările din anii precedenți în regiunea Zau—Sărmaș. S-au refăcut stațiunile absolute Cluj-Observator și Cluj-Ameliorarea Plantelor, în vederea determinării variației seculare și, în sfîrșit, s-au continuat cercetările spre nord de șoseaua Cluj—Oradea.

În prima parte a campaniei, luna iulie, a luat parte efectiv la măsurile absolute asistent Șt. Pătrașcu. În partea a doua, luna august, a luat parte la determinările absolute și la cele de variometru asistent M. Frimescu.

I

MĂSURI MAGNETICE ABSOLUTE

Acestea s-au făcut în stațiunile *Hărman*, *Sf. Gheorghe*, *Borsec*, *Sîngeorz-Băi*, *Bistrița* și *Cluj-Ameliorarea Plantelor*. În stațiunea *Cluj-Observator* s-a determinat numai înclinația, iar în stațiunea *Bistrița* nu s-a putut determina declinația din motive meteorologice.

*) Lucrarea prezentată Institutului de fizică la 8 iulie 1957.

În tabloul nr. 1 sînt date coordonatele geografice ale staţiunilor determinate după poziţia lor pe harta 1 : 200 000

Tabloul nr. 1

Nr.	Staţiunea	φ	λ	Au fost măsurate în anii
1	Hărman	45° 42′ 31″	25° 39′ 27″	1949, 1956
2	Sf. Gheorghe	45° 51′ 19″	25° 46′ 4″	1949, 1956
3	Borsec	46° 58′ 37″	25° 34′ 17″	1956
4	Sîngeorz-Băi	47° 22′ 43″	24° 39′ 46″	1956
5	Bistriţa	47° 9′ 32″	24° 30′ 23″	1956
6	Cluj-Am.Pl.	46° 45′ 38″	23° 32′ 43″	1936,1937,1954, 1955, 1956
7	Cluj-Obs.	46° 45′ 13″	23° 35′ 30″	1936,1937,1954 1955, 1956

După cum se vede din tabloul nr. 1 staţiunile *Borsec*, *Sîngeorz*, *Bistriţa* sînt staţiuni noi, pe cînd celelalte au mai fost măsurate de noi şi în anii precedenţi; astfel, de exemplu, staţiunile Cluj-Observator şi Cluj-Ameliorarea Plantelor au fost măsurate în cinci ani diferiţi.

Aparatele şi metodele de măsură au fost aceleaşi din anii precedenţi. Socotim că precizia măsurilor a fost, ca şi în anii precedenţi, de $\pm$ 1′ pentru D, $\pm$ 0,5′ pentru I şi $\pm$ 20—25 γ pentru H.

Aparatele au fost verificate la Observatorul magnetic Surlari-Căldărușani înaintea campaniei şi după terminarea ei.

În tabloul nr. 2 se dau valorile elementelor D, H şi I, corectate de variaţia diurnă şi de cea seculară, fiind aduse la data 1956, 5, adică 1 iulie 1955, ora 0.

Tabloul nr. 2

Elementele magnetice la epoca 1956,5 (ora zero)

Nr.	Staţiunea	D (Est)	H (Oe)	I
1	Hărman	2° 09′,0	0,2180	62° 14′,8
2	Sf. Gheorghe	2° 15′,6	0,2178	62° 20′,2
3	Borsec	2° 22′,7	0,2122	63° 15′,6
4	Sîngeorz-Băi	2° 6′,1	0,2101	63° 39′,6
5	Bistriţa	—	0,2116	63° 25′,1 63° 25′,2
6	Cluj-Am.Pl.	1° 47′,9	0,2127	63° 6′,4
7	Cluj-Obs.	—	—	63° 4′,8

Corecţia de variaţie diurnă pentru înclinaţie a fost obţinută cu ajutorul relaţiei

$$\Delta I = \frac{\sin 2I}{2}\left(\frac{\Delta Z}{Z} - \frac{\Delta H}{H}\right),$$

unde ΔZ și ΔH sînt variațiile diurne, la ora măsurii, ale lui Z și H, valori obținute de la Observatorul magnetic Surlari-Căldărușani.

Comparînd valorile obținute în stația Cluj-Ameliorarea Plantelor, în anii 1955 și 1956 obținem pentru variația elementelor magnetice de la 1 iulie 1955 la 1 iulie 1956, valorile

$$\Delta D = +8',3, \quad \Delta H = +18\gamma, \quad \Delta I = +1',4.$$

Valoarea obținută astfel pentru ΔD este mai mare cu circa 2′ față de valoarea medie a creșterii anuale în ultimii ani.

Este posibil ca această diferență să fie datorită corecției de variație diurnă care a fost de +4′.

Pentru a aduce valoarea elementelor magnetice la zi am luat, ca și anul trecut, valorile care rezultă dintr-o observație de mai lungă durată (vezi [3]) și anume am luat variațiile seculare

$$\Delta D = +5',5, \quad \Delta H \sim 0, \quad \Delta I = +1',6.$$

De altfel, aceste corecții seculare intervin, mai apreciabil, numai pentru unele stațiuni din tabloul nr. 2, deoarece diferența din ziua măsurii pînă la 1 iulie este mică.

Stațiunea cea mai nordică a țării noastre este pînă acum Sîngeorz-Băi, unde am și obținut valoarea cea mai mare pentru I (63° 39′,6) și valoarea cea mai mică pentru H (0,2101 Oe); în schimb la Hărman, care e stațiunea cea mai sudică, am obținut $I = 62°\ 14',8$ și $H = 0,2180$ Oe.

Valorile obținute de noi pentru I în anii 1951—1956 în celelalte peste 70 stațiuni din Ardeal vor fi publicate într-o lucrare deosebită.

Valorile obținute în această campanie pentru I la Hărman și la Sf. Gheorghe, comparate cu acelea măsurate de Gh. Atanasiu și T. Neștianu în anul 1951 în aceleași stațiuni ne permit a deduce, variația lui I în estul Ardealului în perioada de cinci ani, 1951,5—1956,5 (tabloul nr. 3).

Tabloul nr. 3

Stațiunea	I 1951,5	I 1956,5	ΔI	media variației anuale ΔI_a
Hărman	62° 9′,8	62° 14′,8	+5′	$\frac{5,4}{5} = +1',1$/an
Sf. Gheorghe	62° 14′,4	62° 20′,2	+5′,8	

Pentru declinație*) am obținut pentru intervalul 1949,5—1956,5, în aceleași stațiuni, valorile date în tabloul nr. 4.

Tabloul nr. 4

Stațiunea	D 1949,5	D 1956,5	ΔD	media var. anuale ΔD_a
Hărman	1° 27′,4 E	2° 9′,0 E	+41′,6	$\frac{42,25}{7} = 6',0$/an
Sf. Gheorghe	1° 32′,7	2° 15′,6	+42′,9	

*) Gh. Atanasiu, *Cercetări magnetice regionale în estul Ardealului*, în 1949. Comunicare prezentată în ședința Comitetului geologic al R. P. R., din 21 martie 1950.

Pentru componenta orizontală am obținut în aceleași stațiuni și în același interval de timp o variație neînsemnată care cade în domeniul erorilor de măsură.

II

PROFILE DE VARIOMETRU MAGNETIC

Între stațiunile absolute și în unele regiuni vădite ca prezentînd anomalii mai intense s-au făcut profile de variometru magnetic vertical. Rezultate mai demne de relevat am obținut pentru regiunea domurilor gazeifere Budiu, Zau, Sărmășel, cît și pentru regiunea văilor Agrijului și Almașului.

a) Regiunea domurilor gazeifere de la Budiu, Zau și Sărmaș-Sărmășel

Completînd datele din anii precedenți, am obținut rezultatele care sînt reprezentate în figura 1 în care izogamele componentei verticale sînt trasate din 50 în 50 γ. Regiunea reprezentată are o suprafață de circa 800 km², conține stațiile absolute *Sărmășel*, *Sărmaș*, *Zau* și *Luduș* și 90 de stațiuni de variometru. Valorile lui ΔZ sînt date față de stațiunea de bază vest Cluj, nr. 1, km 486.

Pe aceeași schiță s-au reprezentat contururile domurilor gazeifere de la Budiu, Zau și Sărmaș-Sărmășel după lucrarea lui A. V a n c e a (4).

Profilele magnetice I (fig. 2 și 3) și profilul II (fig. 4), urmează direcția profilelor geologice din lucrarea [4]. Profilul magnetic III (fig. 5) este un profil vest-est peste domul de Zau. Toate profilele trec prin culminațiile domurilor respective.

Harta izogamelor arată că valorile componentei verticale cresc, în toată regiunea considerată, de la vest la est pentru a forma un platou de valori mai ridicate în regiunea satelor Șăulia și Pogăceaua; valoarea maximă fiind la Șăulia cu $\Delta Z = +350$ γ, față de stația Cluj. Valorile scad apoi spre est, dar mult mai încet decît spre vest. *Domurile gazeifere se găsesc în marginea de vest a platoului de valori magnetice ridicate.*

Corelația dintre maximele magnetice și domurile gazeifere se vede clar pe profilele date.

Astfel profilul I (fig. 2) ne arată că maximul lui ΔZ cade în culminația domului de Zau pe dealul Mălaiște. Același profil e reprezentat, la scară mai mare, în figura 3 pe care e dat și profilul geologic după A. V a n c e a. Se vede și aici că profilul magnetic se suprapune, destul de fidel, peste anticlinalul geologic care conține domul de Zau.

Profilul II (fig. 4) ne arată că brahi-anticlinalul de Budiu se găsește pe panta vestică a profilului magnetic, dar maximul magnetic e deplasat spre nord-est față de culminația domului.

Notăm aici că pe acest dom, în jurul comunelor Budiu și Sînger, stațiunile de variometru nu sînt încă destul de dese ; ele n-au putut fi îndesite din cauza drumurilor impracticabile pentru mașină.

Ar fi prematur să tragem concluzii asupra structurii geologice a fundamentului numai din aceste cercetări magnetice. Ele trebuie comparate și cu alte cercetări geofizice, de exemplu cu cele gravimetrice, înainte de a face afirmații asupra structurii fundamentului în această parte a bazinului ardelean. Cercetările noastre arată însă, destul de clar, că accidentul geologic care a cauzat formarea domurilor gazeifere poate fi detectat magnetic.

Se impune ca astfel de cercetări magnetice să fie făcute și în regiunile altor domuri gazeifere din bazinul ardelean.

b) **Regiunea văilor Crasnei, Agrijului și Almașului**

În campania anului 1956, continuînd spre nord cercetările din anii precedenți, am studiat distribuția valorilor componentei verticale în regiunea situată aproximativ între paralela ce trece pe la sud de Ciucea și paralela ce trece prin Jibou și între meridianele ce trec pe la vest de Ciucea și prin Gilău.

Această regiune, de circa 1 500 km^2, conține stațiunile noastre absolute Ciucea și Stana [5], iar în campania viitoare vom face măsuri absolute la Jibău și Zalău ; conține deasemenea stațiunea absolută Zalău a prof. Șt. Procopiu din 1939 [6]. În această regiune s-au făcut 160 stațiuni de variometru magnetic vertical, mărind densitatea stațiunilor în locurile vădite ca fiind magnetic anomale.

Harta izodinamelor componentei verticale, trase din 50 în 50 γ, arată că în jumătatea de nord a regiunii studiate distribuția valorilor componentei verticale este aproape normală ; izogamele sînt linii aproape paralele dirijate de la vest la est.

În jumătatea de sud a regiunii, repartiția normală a cîmpului magnetic vertical este perturbată de o anomalie pozitivă, de formă aproximativ eliptică, cu axa mare de circa 15 km, orientată sud-vest nord-est și axa mică de circa 12 km. Axa mare trece pe la sud est de satele Huța și Buciumeni, iar cea mică trece pe lîngă comuna Mesteacăn și pe la 4 km vest de Sîngeorzul de Mezeș.

Față de stațiunea de bază Romînaș, maximele observate la Huța și la 6 km V-NV Mesteacăn sînt respectiv de + 182 γ și +181γ. Spre vest, nord și est anomalia pozitivă este limitată de slabe anomalii negative de ordinul — 60 γ pînă la — 90 γ față de Romînaș. Această coroană de minime trece pe la Boian, Agrij, Pusta, Topa și Vultureni.

Ne propunem ca într-o campanie viitoare să completăm studiul acestei anomalii cu cîteva profile de variometru orizontal și apoi să încercăm interpretarea acestei anomalii bazîndu-ne și pe datele geologice. Întinderea acestei anomalii, de circa 150 km^2, cît și forma ei regulată, justifică un studiu mai amănunțit.

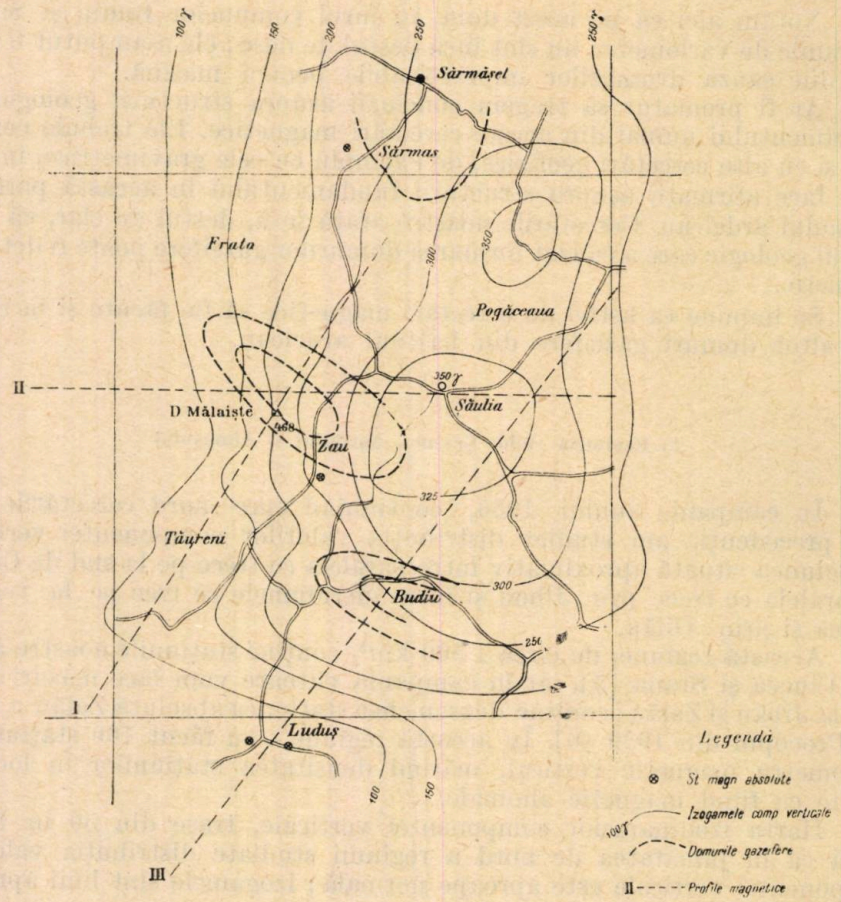

Sărmășel
Sărmaș
Frata
Pogăceaua
Săulia
D Mălaiște
Zau
Tăuțeni
Budiu
Luduș
I
II
III
Legenda
St magn absolute
Izogamele comp verticale
Domurile gazeifere
Profile magnetice

Fig. 1

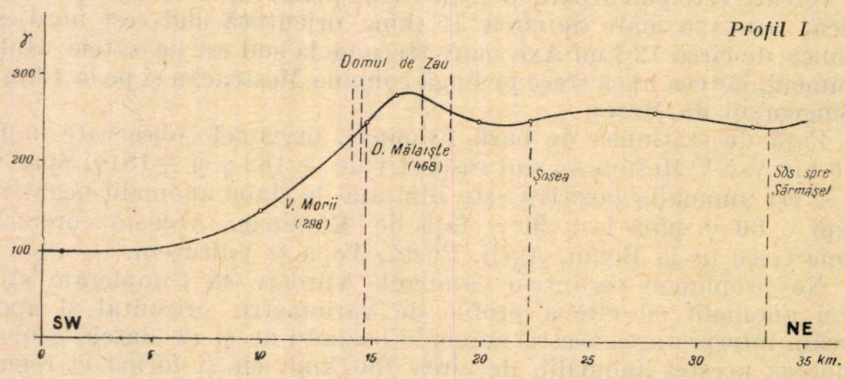

Profil I
γ
300
200
100
Domul de Zau
D. Mălaiște
(468)
V. Morii
(298)
Șosea
Șos spre
Sărmășel
SW
NE
0
5
10
15
20
25
30
35 km.

Fig. 2

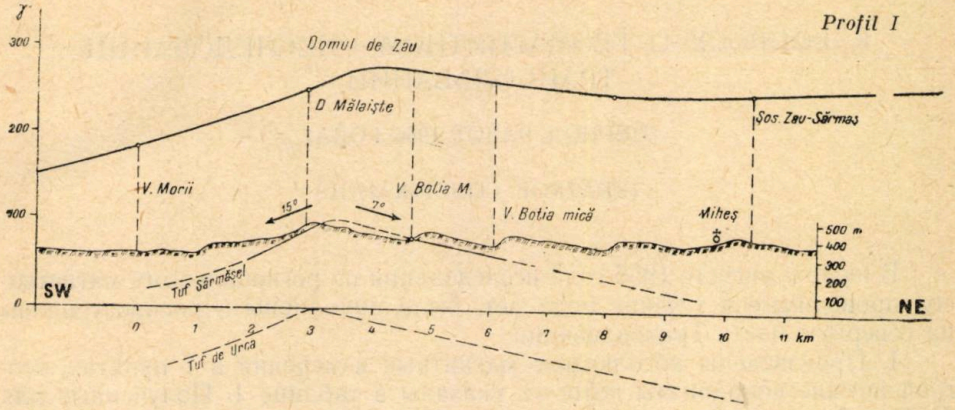


Fig. 3

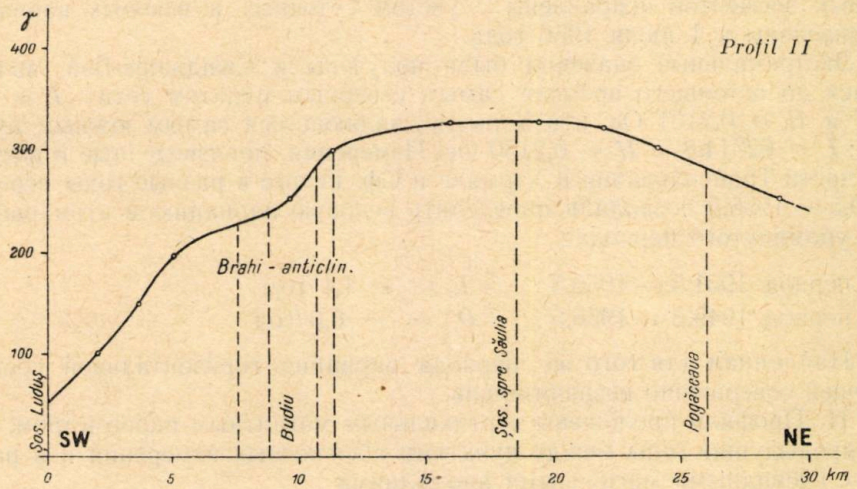


Fig. 4

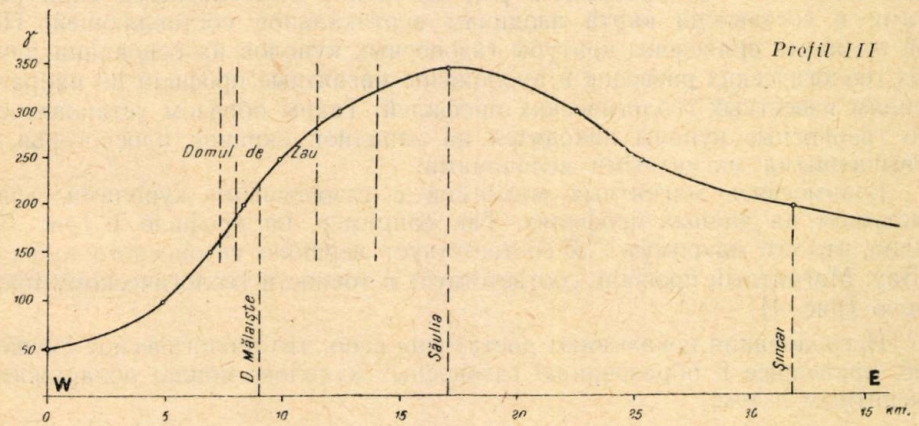


Fig. 5

К ВОПРОСУ О ГЕОМАГНИТНОМ ИССЛЕДОВАНИИ ТРАНСИЛЬВАНИИ

(ПЕРИОД РАБОТ 1956 ГОДА)

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

В июле и августе 1956 года исследования по региональному магнетизму, проводимые в течение ряда лет, были пополнены и распространены на северную часть Трансильвании.

I. Произведены абсолютные магнитные измерения в 7 пунктах, географические координаты которых указаны в таблице 1. Полученные для D, H и I значения представлены в таблице II, в которой значения магнитных элементов исправлены с учетом суточных и вековых вариации и приведены к 1 июля 1956 года.

Экстремальные значения были получены в Сынджорз-Бэй, являющемся до астоящего времени самым северным пунктом сети : $I = 63°$ 39,6' и $H = 0{,}2101$ Oe, и в Хэрмане, являющемся самым южным пунктом : $I = 62°14{,}8'$ и $H = 0{,}2180$ Oe. Измерения, произведенные в восточной части Трансильвании в Хэрмане и Сф. Георге в разные годы периода 1949,5 — 1956,5 позволили определить вековую вариацию в этом районе для упомянутого периода :

период 1951,5 — 1956,5 : $\triangle I_a = + 1{,}1'$/год
период 1949,5 — 1956,5 : $\triangle D_a = + 6{,}0'$/год

Найденная для того же периода вариация горизонтальной составляющей совершенно незначительна.

II. Профили проложены вертикальным магнитным вариометром, как и в предыдущие годы между пунктами абсолютных измерений и в районах с очевидными магнитными аномалиями .

а) В районе газоносных куполов Будиу, Зау, Сэрмаш и Сэрмашел на площади в 800 км² произведен ряд измерений с магнитными вариометрами и составлена карта изодинам вертикальной составляющей. На той же карте приведены контуры газоносных куполов на основании данных геологических разведок и проложены магнитные профили по направлениям известных геологических профилей. Таким образом установлено, что газоносные куполы находятся на западной окраине плоскогорья с повышенными магнитными величинами.

Взаимосвязь магнитных максимов с газоносными куполами ясно выступает на данных профилях. Так например, на профиле 1 (рис. 3) видно, что его максимум $\triangle Z$ соответствует вершине газоносного купола в Зау. Магнитный профиль соответствует в точности геологическому профилю (рис. 4).

Исследования показывают достаточно ясно, что геологическое смещение, приведшее к образованию газоносных куполов, можно обнаружить магнитным путем.

б) В районе долин Красны, Агрижа и Алмаша, к северу от шоссейной дороги Клуж-Орадя, была исследована при помощи вертикального магнитного вариометра площадь примерно в 1 500 км². В верхней части долины Агрижа выявлена положительная магнитная аномалия с $\triangle Z = +180\ \gamma$ по отношению Ромынашу. Эта аномалия покрывает площадь примерно в 150 км² и имеет квазиэллиптическую форму, причем большая ось эллипса направлена с ЮЗ на СВ. Положительная аномалия окружена рядом отрицательных аномалий, в которых величина $\triangle Z$ снижается до $-90\ \gamma$: Протяжение этой аномалии, а также правильная ее форма, заслуживают более тщательного изучения, что и будет сделано в течение будущего года.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE GÉOMAGNÉTIQUE DE LA TRANSYLVANIE

LA CAMPAGNE DE 1956

(RÉSUMÉ)

Au cours des mois de juillet et d'août 1956, les recherches sur le magnétisme régional, que les auteurs poursuivent depuis plusieurs années, ont été complétées et poussées vers la partie Nord de la Transylvanie.

I. Des *mesures magnétiques absolues* ont été effectuées dans 7 stations, dont les coordonnées géographiques sont portéesi au tableau I. Les valeurs obtenues pour D, H et I, corrigées pour la varation diurne et la variation séculaire, sont portées au tableau II.

Les valeurs extrêmes obtenues sont, à Sângeorz-Băi, la station la plus septentrionale du réseau : $I = 63°\ 39',6$ et $H = 0{,}2101$ Oe ; cependant que pour Hărman, située à l'extrémité Sud, ces valeurs sont : $I = 62°\ 14',8$ et $H = 0{,}2180$ Oe.

Les mesures faites à Hărman et à Sf. Gheorghe, durant diverses années de la période 1949,5—1956,5, ont permis de déduire la variation séculaire, pour l'Est de la Transylvanie et pour la période indiquée. On a trouvé :

période 1951,5—1955,5 : $\Delta I_a = +1',1$/an
„ 1949,5—1956,5 : $\Delta D_a = +6',0$/an.

Pour la composante horizontale, on a trouvé une variation insignifiante, durant la même période.

II. Les auteurs ont fait des *profils de variomètre magnétique vertical* entre les stations absolues et dans les régions montrant des anomalies du champ magnétique ; ainsi :

a) Dans la *région des dômes gazéifères de Budiu, Zau, Sărmaș, Sărmășel*, sur une surface de 800 km² environ un grand nombre de stations de variomètre vertical ont été mesurées, ce qui a permis de dresser la carte des isodynames de la composante verticale. Sur la même carte, on a représenté les contours des dômes gazéifères d'après des travaux géologiques.

On a également relevé des profils magnétiques suivant le tracé des profils géologiques.

On trouve ainsi que les dômes gazéifères se trouvent sur la pente Ouest d'un plateau aux valeurs magnétiques élevées.

La corrélation entre les maxima magnétiques et les dômes gazéifères ressort clairement des profils donnés. Ainsi, le profil I (fig. 3) montre que le maximum de ΔZ tombe dans la culmination du dôme gazéifère de Zau. Le profil magnétique suit fidèlement le profil géologique (fig. 4).

Ces recherches montrent donc assez clairement que l'accident géologique qui a provoqué la formation des dômes gazéifères peut être détecté par voie magnétique.

b) *Dans la région des vallées de Crasna, Agrij et Almaş*, une surface de quelque 1 500 km^2 a été couverte de stations de variomètre magnétique vertical. Dans la partie supérieure de la vallée d'Agrij, on a mis en évidence une anomalie magnétique positive, avec $\Delta Z = +180\ \gamma$ (par rapport à Cluj). L'anomalie a une forme quasi-elliptique et une surface de 150 km^2 environ, le grand axe de l'ellipse étant dirigée du Sud-Ouest au Nord-Est. Cette anomalie positive est entourée d'une couronne d'anomalies négatives pour lesquelles la valeur de ΔZ descend jusqu'à $-90\ \gamma$. L'étendue et la forme régulière de cette anomalie justifient une étude plus détaillée que les auteurs entreprendront au cours de la prochaine campagne de travail.

BIBLIOGRAFIE

1. Gh. Atanasiu şi T. Neştianu, Studii şi cercetări de fizică, t. V, nr. 1–2, 1954, p. 7
2. Gh. Atanasiu, T. Neştianu şi D. Zugrăvescu, Studii şi cercetări de fizică, t. VI, nr. 2, 1955, p. 159.
3. Gh. Atanasiu, D. Zugrăvescu, I. Bucur şi T. Neştianu, Studii şi cercetări de fizică, t. VII, nr. 1, 1957, p. 9.
4. A. Vancea, *Observaţiuni geologice în regiunea de S-V a cîmpiei ardelene*. Sibiu, 1929 .
5. Gh. Atanasiu, An. Inst. Geol. al Rom., 1943, t. XXII, p. 399.
6. St. Procopiu, Ann. Sc. Univ. de Iassy, 1940, t. XXVI, fasc. 2, p. 535.

CONTRIBUȚII LA STUDIUL ELECTROLIZEI ÎN CURENT ONDULAT *)

DE

V. MERCEA, I. URSU și GH. VĂSARU

INTRODUCERE

Lucrarea de față este continuarea lucrării anterioare [1].

În lucrarea amintită s-a stabilit o metodă de determinare a polarizărilor electrozilor din caracteristica curent-tensiune și s-au determinat polarizările la electrozi în regim dinamic pentru So_4Cu, utilizînd o grilă de Pt.

În vederea lămuririi fenomenelor de polarizare la electrozi în regim dinamic, lucrarea de față își propune să aducă unele îmbunătățiri și anume :

— posibilitatea de a măsura direct potențialul grătarului fără a mai recurge la un calcul grafic ;

— construirea unei celule electrolitice cu o geometrie bine definită ;

— extinderea măsurătorilor și la alte metale și la alți ioni (aliaje).

INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ ȘI METODA DE LUCRU

Dispozitivul experimental utilizat este cel din figura 1.

Pentru a asigura o distanță precisă între electrozi și grilă, am confecționat o celulă electrolitică specială. Distanța dintre electrozi și grilă a fost menținută constantă cu ajutorul a două inele de cauciuc prevăzute cu două găuri în partea superioară pentru introducerea electrolitului. Celula a fost bine izolată și fixată pe doi suporți metalici.

Anodul, catodul și grila au forma de plăci patrate de 10/10 cm și sînt confecționate din același metal sau aliaj.

Catodul și anodul fac parte dintr-un circuit de curent continuu, reglabil cu ajutorul rezistenței R_2 și alimentat de o baterie de acumulatori. Curentul alternativ de 50 Hz, luat de la rețea, este stabilizat printr-un

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică, la 8 iulie 1957.

stabilizator de tensiune S şi introdus în circuit printr-un autotransformator care permite obţinerea unei tensiuni convenabile. Acest curent intră în celula electrolitică prin grătarul G, trece atît prin anodul A cît şi prin catodul C şi circuitul se închide printr-o rezistenţă R_1 cu priză mediană.

Ca instrumente de măsurare am folosit ampermetre şi voltmetre: A_2 şi V măsoară intensitatea, respectiv tensiunea curentului continuu, A_1 şi V_1 măsoară intensitatea, respectiv tensiunea curentului ondulat între grilă şi unul dintre electrozi, iar A_3 măsoară intensitatea curentului alternativ.

Voltmetrul V_1 pentru măsurarea curentului ondulat este de tip *Univeca* cu 25 000 ohmi/volt. Cînd era închis întrerupătorul în poziţia $c - b$, se măsura tensiunea grilă-catod, iar în poziţia $c - a$ tensiunea între grilă şi anod. Valoarea tensiunii se citeşte direct pe scala instrumentului.

Măsurătorile în curent ondulat au făcut necesară definirea curentului ondulat. Am luat prin definiţie ca intensitate a curentului ondulat, suma dintre intensitatea curentului continuu şi intensitatea curentului alternativ eficace măsurat de A_1, adică

$$I_0 = I_c + I_{a\,ef}.$$

Curba de etalonare a ampermetrului A_1, făcută cu ajutorul ampermetrelor A_2 şi A_3 este indicată în figura 2.

Această definire a curentului ondulat şi etalonarea instrumentului de măsurare este necesară, deoarece se pare că rezultatele neconcordante în legătură cu electroliza în curent ondulat obţinute de diferiţi autori se datoresc printre altele şi neglijării unui studiu prealabil al instrumentului de măsurare în curent ondulat.

Programul de măsurători are drept scop un studiu sistematic al polarizării electrolizilor în regim dinamic. De aceea, electroliza pentru fiecare soluţie în parte s-a făcut în curent continuu, alternativ şi ondulat. Măsurătorile le-am făcut la Cu, Zn şi alamă, în soluţii de 5% concentraţie de So_4Cu şi So_4Zn. Alama utilizată avea următoarea compoziţie: 69,29% Cu, 30,71% Zn şi urme de Sn.

Calculul polarizărilor s-a făcut astfel:

a. *În curent continuu.* În general, caracteristica curent-tensiune de grilă în curent continuu are forma din figura 3.

Vom nota în cele ce urmează cu

$U_{p\infty}$ — potenţialul de polarizare limită la care se ajunge după un timp t pentru o anumită valoare a curentului continuu de bază;

U_g — potenţialul de polarizare de grilă într-un punct oarecare al caracteristicii curent-tensiune;

U_p — potenţialul de polarizare la timpul t;

R — rezistenţa celulei grilă anod, respectiv grilă — catod;

I_c — intensitatea curentului continuu.

Se vede uşor din figura 3 că

$$U_p = R \cdot I_c - U_g,$$

unde $R = \operatorname{tg} \alpha$.

b. *În curent alternativ.* Situația este analoagă cu aceea în curent continuu.

c. *În curent ondulat.* Caracteristica $I_0 - U_g$, în acest caz, are aspectul din figura 4. Punctului A îi corespunde curentul continuu de bază I_c,

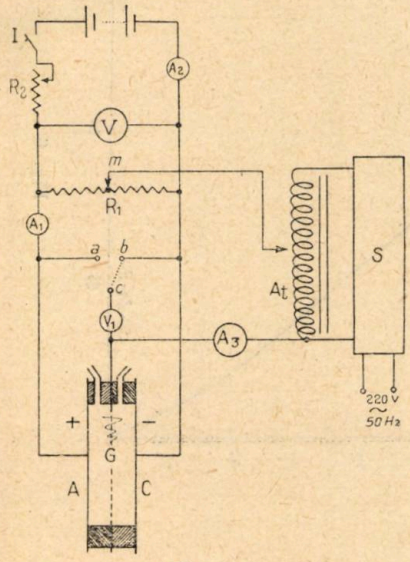


Fig. 1

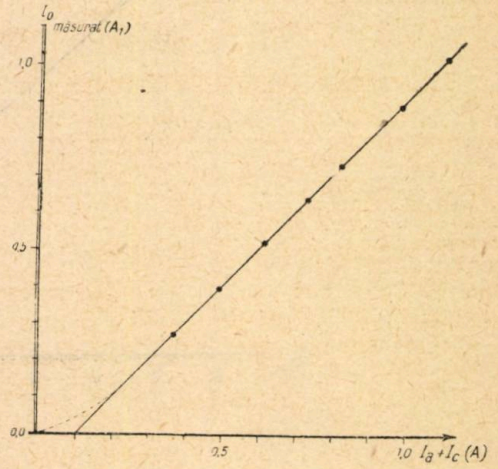


Fig. 2

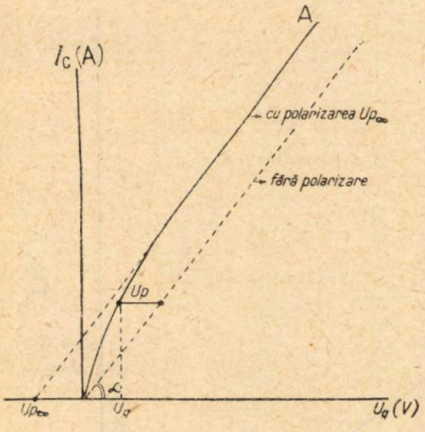


Fig. 3

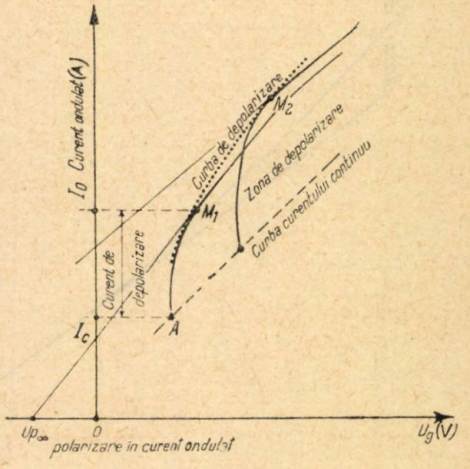


Fig. 4

care rămîne constant pentru întreaga experiență. Crește progresiv componenta alternativă care duce la o curbă caracteristică cu o asimptotă pentru valorile mari ale curentului alternativ.

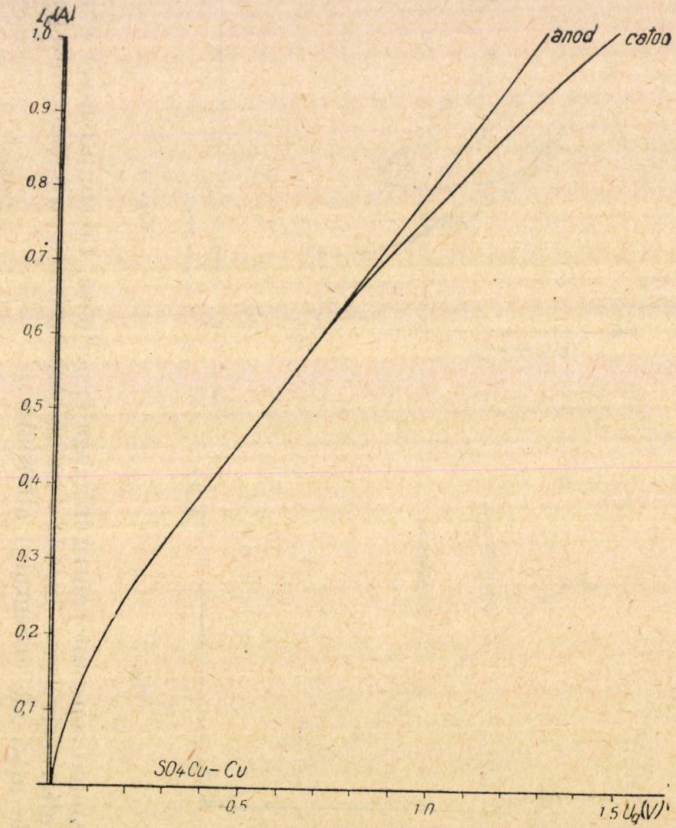

I_c(A)
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
anod
catod
$SO_4Cu - Cu$
0,5
1,0
1,5 U_g(V)

Fig. 5

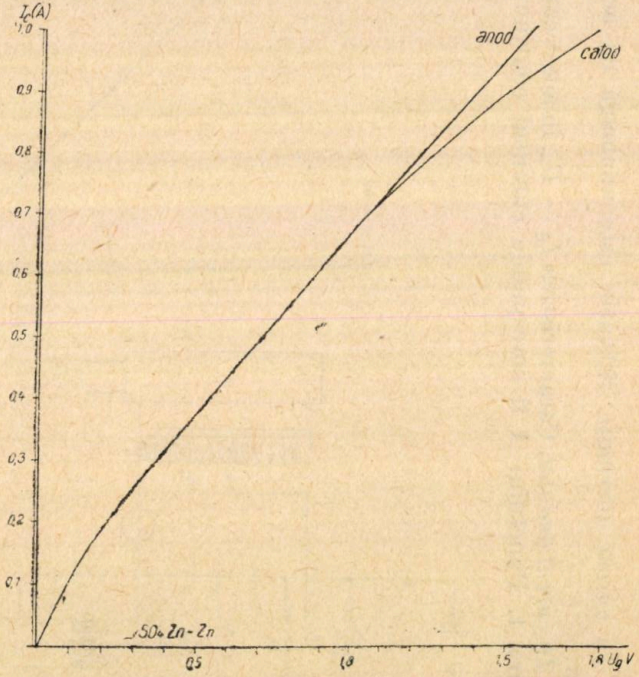

I_c(A)
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
anod
catod
$SO_4Zn - Zn$
0,5
1,0
1,5
1,8 U_gV

Fig. 6

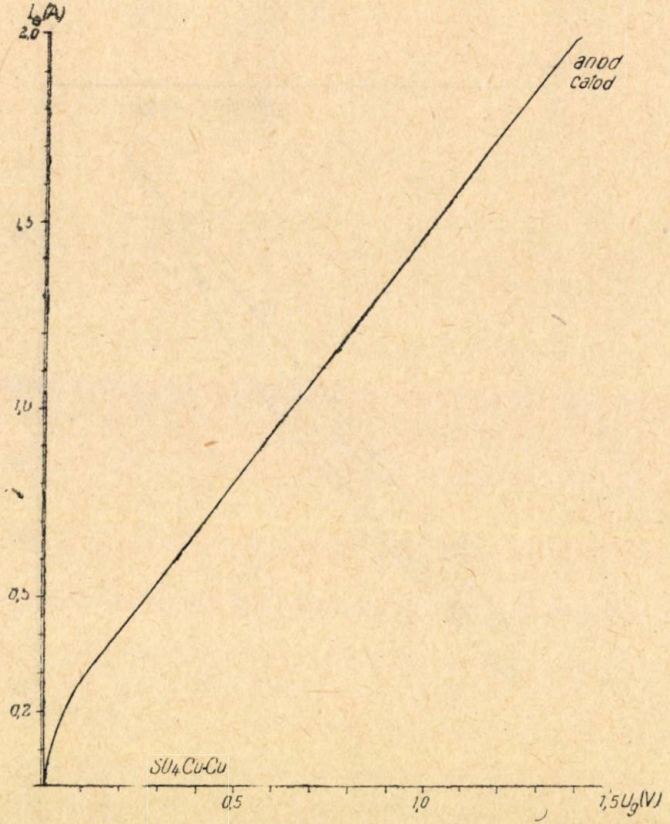

I_g(A)
2,0
1,5
1,0
0,5
0,2
anod
catod
SO_4Cu-Cu
0,5
1,0
1,5 U_g(V)

Fig. 7

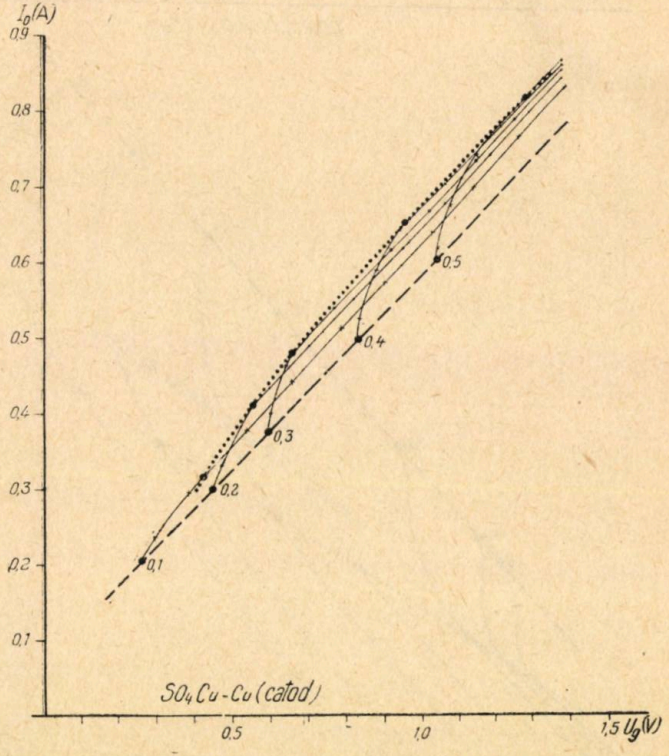

I_g(A)
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
SO_4Cu-Cu (catod)
0,5
1,0
1,5 U_g(V)

Fig. 8

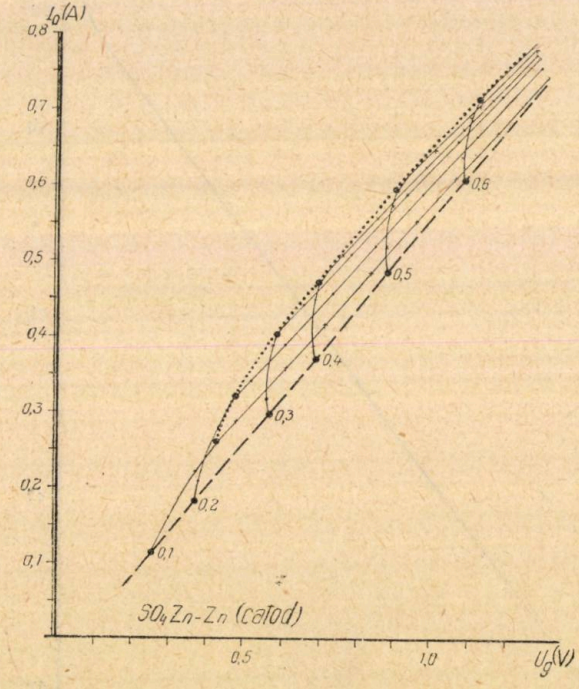

I_0(A)
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
SO_4Zn-Zn (catod)
0,5
1,0
U_g(V)

Fig. 9

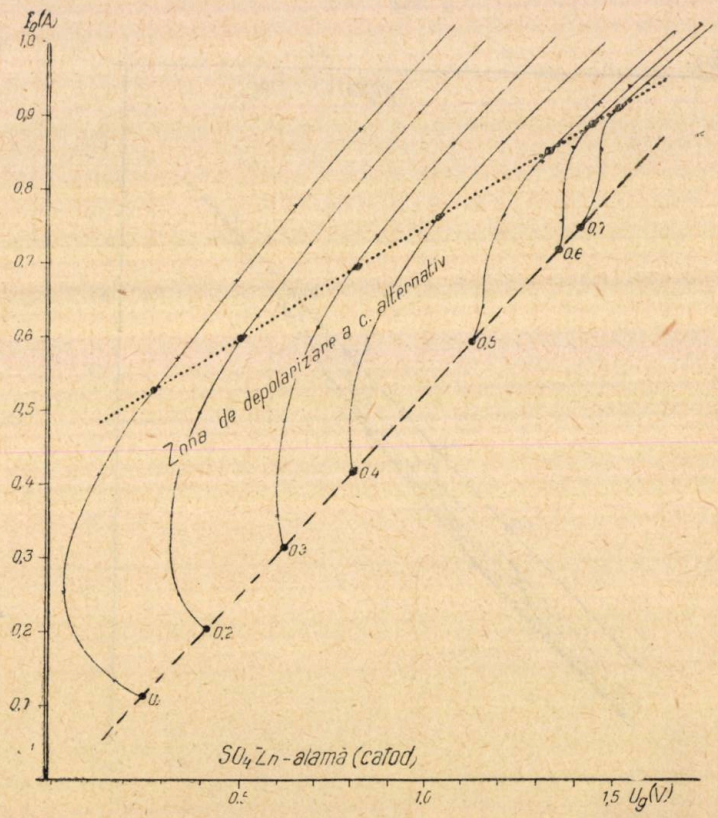

I_0(A)
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
Zona de depolarizare a c. alternativ
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
SO_4Zn-alamă (catod)
0,5
1,0
1,5
U_g(V)

Fig. 10

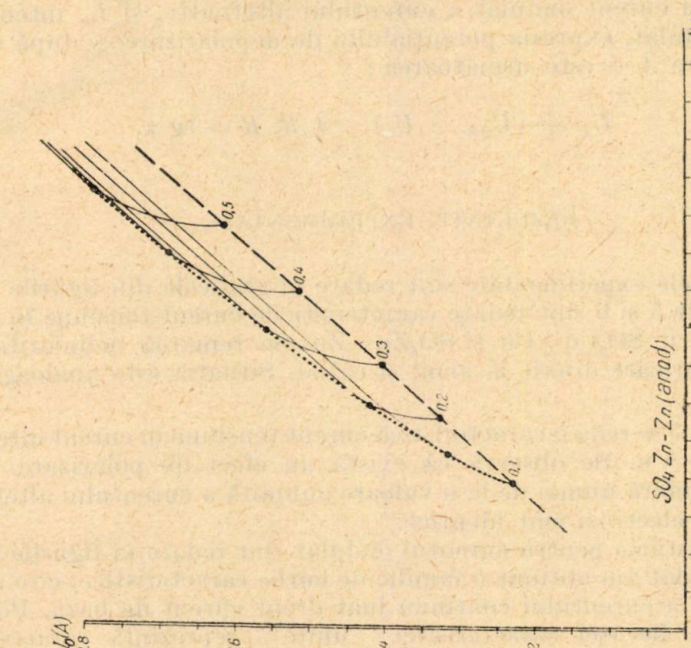

I_g(A)
0,8
0,6
0,4
0,2
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
SO_4 Zn - Zn (anod)
0,5
1,0
1,5 U_g(V)

Fig. 12

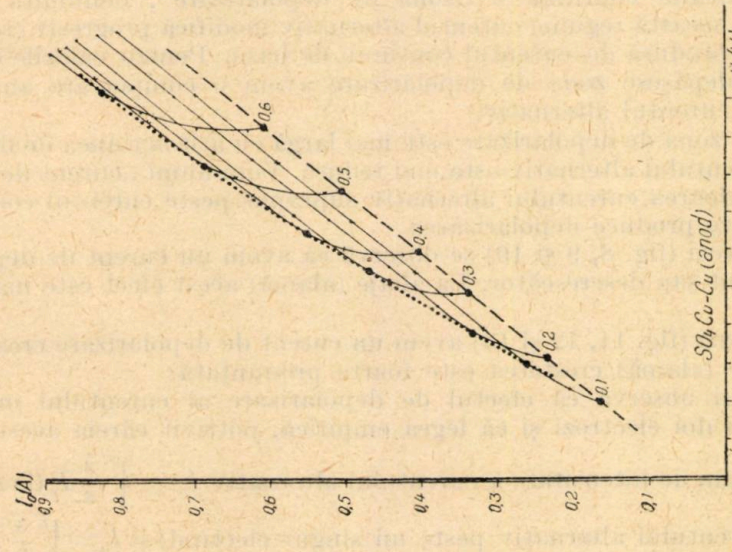

I_g(A)
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
SO_4 Cu - Cu (anod)
0,5
1,0 U_g(V)

Fig. 11

Păstrînd aceleași notații și adăugînd în plus U_p, potențialul de depolarizare în curent ondulat a curentului alternativ, și I_0, intensitatea curentului ondulat, expresia potențialului de depolarizare — după cum se vede din figura 4 — este următoarea :

$$U_{p'} = (U_{p\infty} + U_g) - I_0 R,\ R = \operatorname{tg} \alpha.$$

REZULTATE EXPERIMENTALE

Rezultatele experimentale sînt redate în graficele din figurile 5—13.

În figurile 5 și 6 sînt redate caracteristicile curent-tensiune în curent continuu pentru SO_4Cu—Cu și SO_4Zn—Zn. Se remarcă neliniaritatea și efectul de polarizare diferit la anod și catod. Situația este analoagă și în cazul alamei.

În figura 7 se redă o caracteristică curent tensiune în curent alternativ pentru So_4Cu—Cu. Se observă că există un efect de polarizare. Curba ajunge să fie liniară numai de la o valoare anumită a curentului alternativ. Polarizările la electrozi sînt identice.

Caracteristicile pentru curentul ondulat sînt redate în figurile 8—13. În curent ondulat am obținut o familie de curbe caracteristice, cîte una de fiecare valoare a curentului continuu luat drept curent de bază. Punctele de plecare ale fiecărei caracteristici — unite — reprezintă caracteristica în curent continuu.

Unind pe aceste caracteristici punctele M de unde acestea încep să devină liniare (vezi fig. 4) se obține o curbă, care delimitează, pînă la curba curentului continuu o „zonă de depolarizare", denumită astfel deoarece în această regiune curentul alternativ modifică progresiv (reduce) polarizarea produsă de curentul continuu de bază. Pentru valorile curentului care depășesc zona de depolarizare avem o comportare analoagă cu cea din curentul alternativ.

Cu cît zona de depolarizare este mai largă cu atît acțiunea de depolarizare a curentului alternativ este mai redusă. Vom numi „curent de depolarizare" valoarea curentului alternativ suprapus peste curentul continuu de bază, care produce depolarizarea.

La catozi (fig. 8, 9 și 10) se observă că avem un curent de depolarizare constant sau descrescător. La aliaje (alamă) acest efect este mai pronunțat.

La anozi (fig. 11, 12 și 13) avem un curent de depolarizare crescător, iar la aliaje (alamă) creșterea este foarte pronunțată.

Se mai observă că efectul de depolarizare al curentului ondulat diferă la cei doi electrozi și că legea empirică, potrivit căreia acest efect cere un minim de intensitate a curentului alternativ $I_a > \sqrt{\frac{3}{8}} I_c$ (la suprapunerea curentului alternativ peste un singur electrod) și $I_a > \sqrt{\frac{3}{2}}\ I_c$ (la suprapunerea curentului peste ambii electrozi), nu mai este valabilă.

Din calculul potențialelor de polarizare se observă că avem polarizări diferite în curent continuu, polarizări identice în curent alternativ și

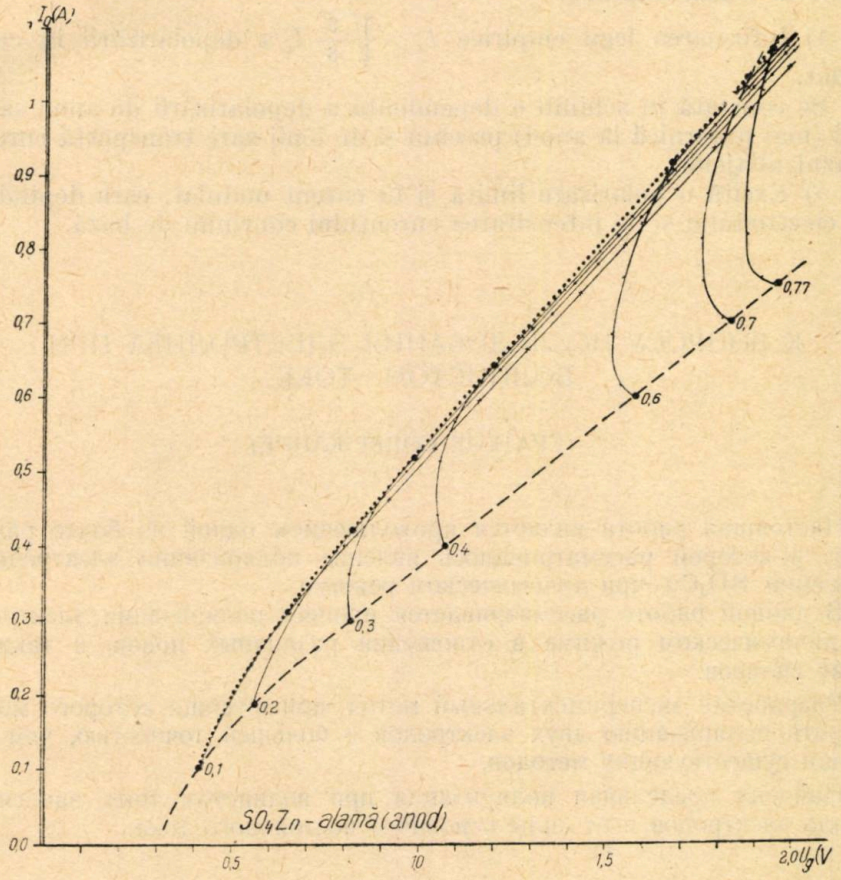


Fig. 13

polarizări care depind de valoarea lui I_c (intensitatea curentului continuu de bază) în curent ondulat, și anume crește cu I_c. Din calculul rezistenței celulei se observă variații de aceeași formă.

CONCLUZII

Lucrarea de față aduce drept rezultate noi :

1) O critică a montajelor de măsurare existente și o ameliorare a lor (sensibilitate mărită prin măsurători directe).

2) Existența unei polarizări în curent alternativ (lucru infirmat pînă acum), identică la ambii electrozi. Valoarea ei este mică.

3) Posibilitatea de măsurare directă a potențialelor de polarizare în regim dinamic și a variației rezistenței electrolitului în spațiul anodic și catodic în regim dinamic.

4) Infirmarea legii empirice $I_a > \sqrt{\frac{3}{8}} I_c$ a depolarizării în curent ondulat.

Se constată în schimb o dependență a depolarizării de anod sau de catod (mai puternică la anod) precum și de ionii care transportă curentul în cazul aliajelor.

5) Exsită o polarizare limită și în curent ondulat, care depinde de felul electrodului și de intensitatea curentului continuu de bază.

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОЛИЗА ПРИ ВОЛНИСТОМ ТОКЕ

(КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ)

Настоящая работа является продолжением одной из более ранних работ, в которой рассматривалось явление поляризации электродов в отношении SO_4Cu при динамическом режиме.

В данной работе рассматривается процесс поляризации электродов при динамическом режиме в отношении различных ионов, а также в случае сплавов.

Разработан экспериментальный метод, при помощи которого можно измерять поляризацию двух электродов с большей точностью, чем при помощи существующих методов.

Найдена предельная поляризация при волнистом токе, зависящая от вида электродов и от силы основного постоянного тока.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DE L'ÉLECTROLYSE EN COURANT ONDULÉ

(RÉSUMÉ)

Le mémoire «Contribution à l'étude de l'électrolyse en courant ondulé» fait suite à un travail antérieur, où les auteurs étudient le phénomène de la polarisation des électrodes, en régime dynamique pour SO_4Cu.

Dans le présent travail, ils étudient les processus de la polarisation des électrodes en régime dynamique pour divers ions et dans le cas des alliages.

On a réalisé une méthode expérimentale qui permet la mesure, plus précise que par les méthodes existantes, de la polarisation aux deux électrodes.

On trouve ainsi une polarisation limite en courant ondulé, dépendant de la nature de l'électrode et de la valeur du courant continu de base.

BIBLIOGRAFIE

1. V. Mercea și I. Ursu, Comunicările Acad. R. P. R., t. 5, nr. 8, 1955, p. 1151.
2. N. Iagarischew-Bercman, Z. Elektrochem, 1925, t. 31, p. 380.
3. F. Halla, Z. Elektrochem, 1929, t. 35, p. 838
4. I. A. Atanasiu și Lya Blum Miron, Analele Acad. R. P. R., seria matematică fizică, chimie, t. 3, 1950, p. 631.

CÎTEVA ASPECTE DIN ELECTROCHIMIA RADIOELEMENTELOR *)

DE

D. ȘTEFĂNESCU și M. MIHALCU

Lucrări în legătură cu electrochimia radioelementelor au apărut la numai cîțiva ani de la descoperirea radioactivității. Totuși, pînă în anul 1930 s-au publicat relativ destul de puține lucrări în legătură cu electrochimia radioizotopilor naturali. Pentru electrochimia izotopilor stabili, anul 1932 reprezintă o dată foarte importantă prin punerea la punct a metodei electrolitice de concentrație a apei grele [1]. Tot din acest an se constată începutul unei creșteri continue a numărului de lucrări apărute în legătură cu electrochimia radioelementelor.

În urma descoperirii fisiunii nucleare, metodele electrochimice s-au impus din ce în ce mai mult la separarea, purificarea și îmbogățirea în izotopi radioactivi și stabili ca și la studiul proprietăților acestora.

În linii mari metoda electrochimică aplicată radioizotopilor prezintă, evident, aceleași caracteristici cunoscute din electrochimia elementelor obișnuite stabile. Totuși, studiul din ce în ce mai aprofundat al proprietăților electrochimice a radioizotopilor a pus unele probleme noi, specifice electrochimiei acestor radioelemente.

În cele ce urmează, încercăm, bazîndu-ne pe literatura de specialitate și oprindu-ne asupra cîtorva aspecte ale electrochimiei substanțelor radioactive, să scoatem, acolo unde este cazul, unele caracteristici ale electrochimiei acestor elemente.

Una din primele probleme pe care ne propunem să o cercetăm sumar în prezentul articol este problema separării de izotopi, în general, și a obținerii de concentrate într-un anumit izotop, în particular.

În acest domeniu electrochimia va constitui unul din auxiliarele remarcabile ale fizicii nucleare. Primele încercări de separare electrochimică a izotopilor au fost făcute la puțini ani după introducerea noțiunii de izotopie în radioactivitate de către S o d d y. Calea aleasă a fost aceea a separării pe baza diferenței dintre mobilitățile ionilor, folosind procedee utilizate anterior la determinarea factorilor de transport.

Importanta realizare industrială a apei grele s-a făcut pe această cale.

Încercări ulterioare de-a se obține preparate îmbogățite în izotopi ai litiului, clorului și magneziului n-au fost încununate de succes și în 1942, K e n d a l l publică în „Nature" un articol în care își exprimă convingerea că nu se observă efectul izotopic la vitezele de migrare a ionilor.

---

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică la data de 25 martie 1957.

În timpul ultimului război însă, s-a reușit să se obțină concentrate în anumiți izotopi. Pînă acum, pe această cale, s-au putut prepara concentrate de izotopi ușori ai mercurului 198, 199 și 200 [2], [3], galiului [3], cuprului 64 și 63 [4], argintului 107 și 109 [5], [6], cadmiului [7], zincului 64 și 70 [8], [6], litiului 6, potasiului 39 și 41 [6], clorului 35 [6].

Randamentele la care ajunge îmbogățirea sînt diferite de la cation la cation.

Îmbogățirile se execută în marea lor majoritate în topituri și gradul de îmbogățire se constată cu spectrograful de masă.

O lucrare recentă [9], a încercat să dea o explicație teoretică separării izotopilor prin electroliza unui metal topit conținînd doi izotopi. Ea prezintă interes prin unele rezultate pe care le vom indica mai jos.

Analiza ciocnirilor ioni-electroni, dintr-un metal topit conținînd doi izotopi, arată că secțiunea eficace a izotopului ușor este superioară aceleia a izotopului greu. De aceea, atunci cînd se aplică o tensiune electrolizilor băii, izotopul ușor este mai ușor antrenat de electroni.

Considerînd ionii metalului ca în cazul atomilor dintr-un cristal, în ipoteza lui Einstein, oscilînd într-o cajă, fără corelație între ei și considerînd, de asemenea, că electronii pot ceda din impulsul primit ionilor, se face aproximația că potențialul perturbator este proporțional cu amplitudinea deplasării ionului față de poziția medie în caje. Se găsește astfel pentru mișcarea de antrenare a ionilor

$$\frac{dp_i}{dr} = -\frac{1}{\tau n_i} p_i + F + ZeE - \Phi_i , \tag{1}$$

în care

p_i = impulsul mediu de antrenare a speței i care este determinat printr-o medie a timpurilor ($\sim 10^{-13}$ s);

F = un gradient de presiune;

Z = numărul de sarcini elementare ale ionului;

e = sarcina elementară;

Φ = o forță medie datorită șocurilor electronice;

$\frac{1}{\tau n_i}$ = definește viscozitatea metalului pentru izotopul i.

Calculul forței Φ_i, admițînd că difuziunea electronilor este izotopă, conduce la valoarea

$$\Phi_i = ZeE\frac{\tau}{\tau_i}, \tag{2}$$

în care : $\frac{1}{\tau} = \frac{Z}{\tau_e}$, iar τ_e reprezintă timpul mediu între două ciocniri a unuia dintre electroni cu ionii.

Ținînd seamă că în regim staționar

$$\frac{dp_i}{dt} = 0 \tag{3}$$

și introducînd relația (2) în relația (1) se găsește pentru fluxul total definit prin

$$P = (\alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2) N,$$

în care α_1 și α_2 sînt procentele celor doi izotopi, iar N este densitatea ionilor

$$\frac{P}{N} \sim F\tau_n + ZeE\tau_n\left(\frac{\tau_1 - \tau}{\tau_1} + \frac{\tau_2 - \tau}{\tau_2}\alpha_1\right), \tag{4}$$

în care $\tau_n = \frac{M}{6\pi\eta\alpha}$, M fiind masa medie a celor două tipuri de ioni, η coeficientul viscozității și α raza ionică.

În (4) factorul $Ze\frac{\tau_1 - \tau}{\tau_1}$ este o sarcină efectivă. Se vede ușor că izotopul care are cele mai numeroase șocuri cu electronii, adică cel care are pentru τ_i cea mai mică valoare, are o sarcină efectivă negativă. De aceea creșterea în abundență a izotopilor ușori se produce experimental la anod. Experiența arată că, celălalt izotop se concentrează de partea catodului.

Într-adevăr, calculul dovedește bine acest fapt. Impulsul transferat de un electron unui ion prin ciocnire este în valoare absolută $eE\tau_e$, numărul de șocuri pe secundă pentru speța i fiind $1/\tau_i$.

Ținînd seamă de relația (1) se poate scrie următoarea relație:

$$\frac{Z}{\tau_e} = \frac{\alpha_1}{\tau_1} + \frac{\alpha_2}{\tau_2}, \tag{5}$$

în care $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.

Din (5) se vede că dacă unul dintre izotopi are o sarcină efectivă negativă, celălalt are o sarcină pozitivă.

Calculele după această teorie, a separației a doi izotopi dintr-un metal topit, aplicate în cazul izotopilor galiului, au dat totuși valori de două ori mai mici decît rezultatele experimentale.

Dezacordul este atribuit, alegerii formei de potențial perturbator și aproximației că vibrațiile ionilor sînt anarmonice, caracterului nesigur a relației dintre difuziune și viscozitatea topiturii etc.

A. DEPUNEREA FĂRĂ CURENT (SPONTANĂ) A RADIOELEMENTELOR

Deși, în multe cazuri pe această cale nu se poate ajunge la o separare absolută a două radioelemente [10], [11], metoda și-a arătat cu mai bine de o jumătate de secol în urmă utilitatea ei, continuînd a fi utilizată într-o serie de operații.

Ca și în celelalte depuneri pe cale electrolitică și în depunerile pe cale *spontană* — fenomenele de suprafață joacă un rol foarte însemnat.

Caracterul mai mult sau mai puțin *nobil* pe care-l are cationul radioactiv din soluție față de electrodul pe care se face depunerea, joacă și aici un rol important. Energia reziduală a suprafeței electrodului, energie provenită din forțe de legătură ale rețelei cristaline rămase nesaturate intră și ea în acțiune. Mai tîrziu, vom dezvolta ceva mai pe larg acest lucru.

Forțele Van der Waals complică de asemenea procesul, mai ales în cazul unor ioni foarte polarizabili. Existența acțiunii acestor forțe face să se poată spune că depunerea *spontană* se face ori de cîte ori se scufundă o lamă metalică în soluția apoasă a unui radioelement, chiar atunci cînd radioelementul este mai puțin nobil decît electrodul pe care se face depunerea. Intervenția pilelor locale de solubilitate sau a forțelor Van der Waals face ca o cantitate cît de mică din cationul radioactiv să se depună și în acest caz.

Formulat astfel, se poate spune că potențialul metal/soluție nu este pentru nici un caz practic infinit, bariera de potențial dintre faza metal și faza soluție nefiind în practică niciodată de netrecut.

O ilustrare a acestei afirmații o face cazul depunerii argintului pe aur, lucrare executată de Euler [12].

Este de la sine înțeles că anumite concluzii, contrarii celor arătate mai sus și care se întîlnesc în literatura de specialitate sînt datorite în cele mai multe cazuri faptului că montajele de control cu care s-a lucrat au avut posibilități scăzute de a detecta existența și valoarea depunerii executate pe această cale.

Cu ajutorul acestei electrolize *interne* se pot face însă, chiar în cazurile în care nu este posibilă separarea completă a două radioelemente, îmbogățiri prețioase într-un anumit radio-

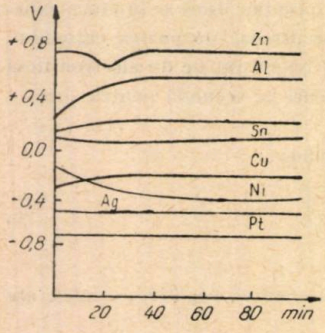


Fig. 1. — Potențialele măsurate într-o soluție de acid percloric 0,001 N la 25°C.

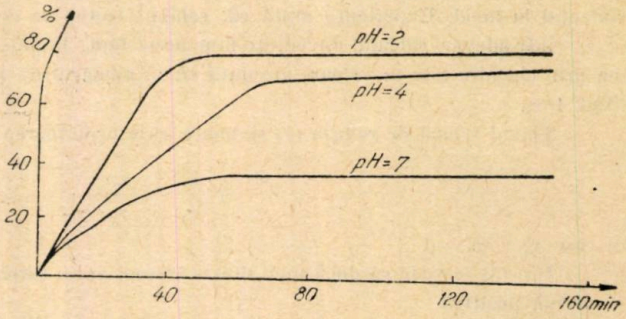


Fig. 2. — Argint 111, în procente, depus pe o foiță de platină în funcție de timpul de depunere, la 25°C.

element. Acest lucru se face mai ușor dacă se acționează asupra unei serii de factori care influențează depunerile. Dintre aceștia factori citățm : temperatura, potențialul de electrod metal/soluție, natura și prepararea electrozilor, agitarea etc.

Ne vom mulțumi la acest capitol să exemplificăm numai cîteva asemenea intervenții asupra mersului electrolizei, urmînd să insistăm mai mult asupra acestor factori în altă parte a articolului.

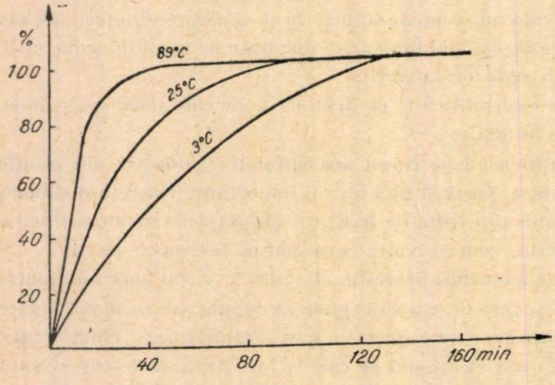


Fig. 3. — Maximum de depunere pentru argint 111 pe o foiță de platină în funcție de timp și temperatură.

Unele lucrări relativ recente s-au ocupat de cazul depunerii spontane a argintului 111 [13]. În figura 1 sînt arătate potențialele înregistrate față de diverși electrozi scufundați în soluția perclorică a argintului 111.

Influența pH-ului în timp asupra depunerii *spontane* a argintului 111 este arătată în figura 2. În plus, din graficul prezentat se remarcă că aproximativ după același timp se ajunge pentru fiecare pH studiat la o depunere maximă respectivă.

În figura 3 este arătată influența temperaturii tot asupra depunerii argintului 111.

La RaE și RaC, izotopii bismutului, cercetările au arătat că potențialul de depunere *spontană* pe nichel este mai electropozitiv la 80°C decît la 20°C.

Ușurarea depunerii spontane se poate face și prin adăugarea în electrolit a altor reactivi chimici, decît acei necesari modificării pH-ului, reactivi care au o cu totul altă acțiune.

Astfel, pentru a coborî potențialul poloniului și a-l putea depune pe aur, în unele lucrări s-a adăugat electrolitului, compus dintr-o soluție clorhidrică de poloniu, tiouree [14].

Și pentru a arăta și un alt aspect, trebuie spus că se pot obține și efecte de sens contrar. Tot în cazul poloniului, deși normal el se depune pe argint, prin introducerea unor cationi, de fier trivalent sau mercur bivalent sau a unor cantități mici de aur, platin sau argint în electrolit, această depunere este împiedicată [15].

În alte cazuri, tot în acest sens, s-au mai folosit și alte substanțe ca : bioxid de sulf [15] clorhidrat de anilină [16], fluorură de sodiu [10] etc.

Caracterul de reducători pe care-l au aceste substanțe face să se poată trage concluzia că avem de-a face, în unele cazuri, cu o reducere a cationului radioelementului. Această reducere duce la o altă valență și implicit la alt potențial de depunere.

În cazul introducerii unor electroliți conținînd fier, comportările anormale rezidă în complexarea ionilor ferici și apariția altor potențiale de depunere.

Nu numai natura electrodului ci și pregătirea suprafeței lui este un factor care influențează depunerea spontană.

Astfel, după unele lucrări publicate recent [17], protactiniul 233 depune *spontan* pe suprafața unei foi de plumb care în prealabil a fost oxidată anodic la suprafață în PbO_2. Dacă însă după această oxidare anodică, electrodul este spălat cu apă distilată timp de 12 ore, nu se mai produce nici o depunere.

Autorii lucrării explică acest lucru ca fiind datorit absorbției de O_2 la suprafața de PbO_2.

Tot în acest sens, s-a remarcat în cazul depunerii protactiniului 233 pe platină platinată, nepolarizat în prealabil, că nu se înregistrează nici o depunere. Dacă aceeași suprafață este polarizată în prealabil, se înregistrează o depunere 100% [17].

În cazul platinei platinate, spălarea cu apă în prealabil a electrodului, duce numai la o diminuare a depunerii, nu la o desființare completă ca în cazul PbO_2.

B. DEPUNEREA RADIOELEMENTELOR SUB ACȚIUNEA CURENTULUI ELECTRIC

a) *Factori care influențează electrodepunerea*

Depunerile executate pe această cale sînt mult mai frecvente decît cele pe cale spontană. Ele prezintă avantajul că se poate lucra la un potențial controlat. Acest lucru face să fie posibilă izolarea a două sau mai multe radioelemente prin simplă modificare a potențialului la care se lucrează și eventual a temperaturii, în cazurile în care la o altă temperatură decît cea obișnuită potențialele radioelementelor cu care se lucrează sînt mai distanțate.

Ca și în cazul elementelor chimice obișnuite, electrodepunerea se face fie în soluții apoase — la temperaturi pînă la 100°C — fie în topituri. Alegerea unei căi sau a alteia se face în funcție de proprietățile elementului radioactiv sau a compusului care se depune. În multe cazuri, la același radioelement există metode de preparare sau purificare electrochimică atît din soluții apoase cît și din topituri.

Un astfel de exemplu ni-l oferă uraniul. Acesta, fiind puternic electropozitiv, descompune apa. Încercări făcute cu 30—40 de ani în urmă, de a-l prepara din soluțiile apoase ale sărurilor sale, nu au dat nici un rezultat pozitiv. Începînd din 1930, nu s-a mai încercat să se prepare uraniul decît din topituri [11].

Procedeele electrolitice prin care se prepară astăzi uraniul din topituri, după unele indicații, foarte sărace în amănunte, ale literaturii de specialitate, produc uraniul într-o formă excepțional de pură și la prețuri foarte mici.

În ceea ce privește separarea uraniului din soluții apoase, amintim că datorită faptului că are o perioadă foarte lungă, este folosit în măsurători ca etalon. Prepararea acestor surse etalon se face pe cale electrolitică separîndu-l catodic sub formă de U_3O_8 din soluții apoase. Acest lucru este admis, deoarece în aceste măsurători nu importă forma chimică în care se găsește adioelementul dacă alte condiții specifice sînt îndeplinite (pături aderente, omogene, cu o grosime convenabilă pentru ca absorbția să nu dăuneze etc.).

Cantitatea și calitatea depunerii pot fi controlate prin varierea mai multor factori.

Trecînd în revistă factorii care influențează electrodepunerea, vom insista asupra unor date experimentale reprezentative pentru acest capitol, subliniind anumite concluzii specifice radioelementelor.

Unul dintre factorii cercetați a fost concentrația ionilor radioactivi care se depun.

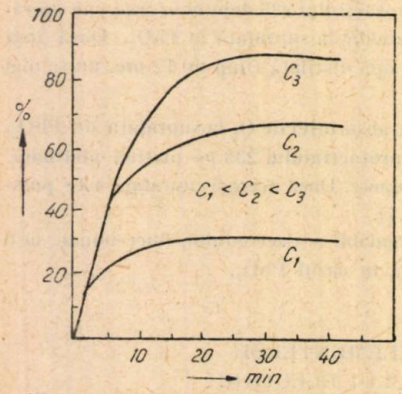


Fig. 4. — Depunerea ceriului 144 în funcție de timp la diverse concentrații ale electrolitului [18].

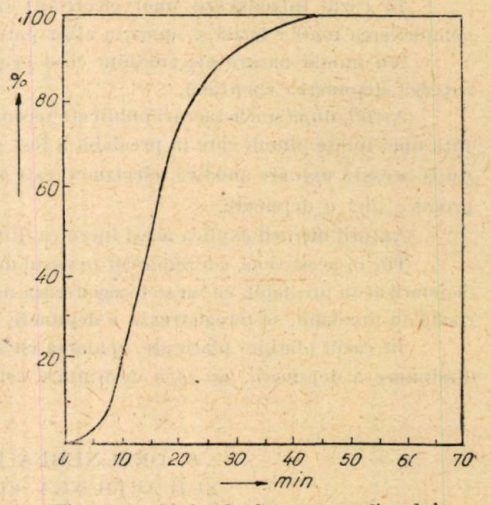


Fig. 5. — Curba de depunere a fierului dintr-un electrolit conținînd și uraniu, în funcție de timpul de depunere [40].

Mărirea acestor concentrații mărește, în general, și randamentul depunerii. În graficele din figurile 4 și 5 sînt prezentate două exemple în acest sens, referitoare la depunerea izotopului radioactiv ceriu 144 [18], respectiv a fierului în prezență de uraniu [19], pe anod de mercur în medii sulfurice.

În cazul prezentat în figura 5, lucrîndu-se cu anod insolubil, este ușor de înțeles că, pe măsură ce se mărește greutatea cationilor depuși pe catodul de mercur, concentrația lor în electrolit se micșorează.

În cazul depunerii ceriului 144, graficul reprezentat de Dedov și Kosiakov arată, că pînă la un anumit punct, depunerea radioelementului nu depinde de concentrația sa, lucru care reiese din partea suprapusă a curbelor (fig. 4).

Tot în legătură cu concentrația în ion depozabil, unii cercetători au studiat variația potențialului critic în legătură cu această concentrație. Variația acestui potențial critic de depunere s-a dovedit a fi conformă cu ecuația lui Nernst pentru bismut, radiu E și toriu C, pentru concentrații cuprinse între 10^{-5} și 3.10^{-12} N [20], [21], pentru poloniu, după unele lucrări [22], pînă la 10^{-8} N, iar pentru poloniu depus pe aur și platină pînă la concentrații de 10^{-11} M [23], pentru toriu B pînă la 10^{-6} N [24] ș.a.m.d., dacă se consideră activitatea termodinamică a

depozitului egală cu unitatea. În general, s-a remarcat că variația potențialului critic cu concentrația este condiționată atît de natura cît și de starea de preparare a suprafeței electrodului [24].

O serie de lucrări, unele foarte recente [23], [25], altele mai vechi [26], [27], [24], au înregistrat o serie de abateri de la ecuația lui Nernst în special la diluții foarte mari. Părea că pentru concentrații foarte mici, ecuația lui Nernst nu mai este aplicabilă.

Rogers și Stehney [28] au dat o ecuație modificată. În această ecuație se pleacă de la ipoteza că randamentul depunerii, în cazul unor diluții mari, des întîlnite în electrochimia radioelementelor, atunci cînd electrodul nu este acoperit complet, depinde de volumul total al soluției și de suprafața electrodului, dar nu depinde de cantitatea de radioelement aflată în electrolit.

★

Viteza depunerii pînă ce se ajunge la potențialul critic este mică. După aceea ea crește foarte repede. Încă din 1930, F. Joliot [29] a dat următoarea ecuație cinetică pentru depunerea poloniului pe aur:

$$\frac{dn}{dt}\alpha = (N_0 - n) - \beta n,$$

unde N_0 este cantitatea inițială de poloniu aflată în electrolit, n este cantitatea de poloniu depusă, α și β sînt niște constante determinate la acea dată, pe cale empirică, depinzînd de condițiile în care se face electroliza (volumul și natura soluției, suprafața electrodului, potențialul de electrod, viteza de agitare etc.). Cercetări efectuate ulterior au confirmat această ecuație. Anul trecut C. Ferrandini [23] a verificat-o pentru protactiniu.

Cercetătorii sovietici Dedov și Kosiakov au prezentat, cu ocazia conferinței pentru utilizarea energiei atomice de la Geneva din 1955, o ecuație exponențială pentru acest caz [18]. Ea avea forma

$$n = n_{\max}(1 - e^{kt})$$

unde n este cantitatea de substanță depusă pe catod, iar t și k sînt niște constante.

★

Cu mai bine de treizeci de ani în urmă, Marie Curie [30] își pusese problema în ce măsură prezența altor ioni străini în electrolit influențează depunerea unui radioelement ajungînd la unele concluzii.

Ulterior, alți cercetători ca M. Haissinsky [31], F. Joliot [29] etc. au lucrat în această direcție. Variația potențialului critic de depunere a poloniului față de variația ionilor oxidrili o prezentăm în tabloul alăturat.

Tabloul 1

Variația potențialului critic de depunere a Po față de concentrația ionilor OH

Conc. NaOH	0,1 N	0,2 N	0,5 N	0,7 N	0,8 N	1,6 N	1,9 N	2,9 N
HgCl	−0,20	—	−0,24	−0,26	−0,29	−0,35	−0,42	−0,45

Se vede că în cazul poloniului, creșterea concentrației ionilor oxidrili duce la o creștere a potențialului critic [31]. Haissinski, tot pentru cazul poloniului, a găsit că, variind alcalinitatea electrolitului, potențialul critic catodic al depunerii se deplasează către valori din

ce în ce mai negative, pe măsură ce concentrația ionilor oxidrili crește, în vreme ce potențialul anodic rămîne practic același.

Alte cercetări, ceva mai noi, au arătat influența altor anioni prezenți în electrolit asupra depunerii uraniului [19]. Fără a se putea trage întotdeauna concluzii generale, o serie de fapte experimentale au fost stabilite, ajungîndu-se pe această cale să se precizeze anumite condiții de lucru pentru o serie de preparări de compuși, purificări sau confecționări de surse etalon.

O concluzie generală la care se poate ajunge privind aceste cercetări relative la uraniu este aceea că prezența anionilor organici îmbunătățește calitatea depunerilor uraniului. Această îmbunătățire se manifestă în chip diferit de la anion la anion.

★

Studiul interferenței diferiților cationi radioactivi în cursul electrolizei nu a putut duce pînă acum decît la constatarea unei serii de fapte experimentale prețioase.

Un caz interesant și remarcabil în complexitatea lui, îl constituie interferența molibdenului, fierului și cromului cu uraniu [19], [32].

O aceeași cantitate de uraniu, în aceleași condiții de lucru, împiedică complet depunerea cromului și molibdenului, iar cazul fierului provoacă numai o întîrziere în depunerea lui.

Pe de altă parte, s-a observat că la o mărire a cantității de uraniu introdusă în electrolit îi corespunde, în general, o creștere a timpului de depunere, creștere care este mai mică în cazul fierului decît în cazul molibdenului și cromului.

O explicație plauzibilă a acestor date experimentale ar fi aceea că o parte din curent se consumă pentru reducerea U^{VI} la U^{IV}.

După unii cercetători, uraniul funcționează ca un perfect tampon de oxido-reducere în electrolizele cu catod de mercur.

Reducători, cum ar fi : hidrazina, hidroxil-amina, apa oxigenată și acidul oxalic influențează și ei depunerea radioelementelor sub acțiunea curentului electric, așa cum am semnalat anterior că o fac și în depunerea *spontană*.

În cazul poloniului, spre exemplu, s-a semnalat că se obține o deplasare a potențialului critic de depunere către valori mai negative [10]. Acestui caz i se dă o interpretare pur chimică.

Sub influența reducătorilor, radioelementul trece în stare trivalentă, stare în care are un potențial critic de depunere de +0,53 V [10], [33], [34].

Tot în cazul poloniului, J o l i o t semnala că introducerea unei cantități mici de apă oxigenată — în mediu acid — sau acid oxalic, face ca depunerea anodică a poloniului în mediu de acid cromic să nu se mai producă deși, în absența acestor reducători, aproape tot poloniul se depune la anod.

Literatura de specialitate citează și cazuri în care cationi și anioni străini interferează și în alte feluri în electroliză.

Tot în legătură cu prezența unor ioni străini în electrolit trebuie menționat că, o dată cu creșterea pH-ului se înregistrează, în general, o scădere a cantității medii a depunerii [19], [18], [35], [29].

În depunerile electrolitice de radioelemente s-au înregistrat însă și o serie de excepții, îndeosebi la uraniu.

Astfel, în cazul depunerii cuprului din medii sulfurice, în prezența uraniului, nu s-a observat nici o mărire a timpului de depunere atunci cînd concentrația acidului sulfuric liber în soluție varia între 0,1 și 0,6 N. În cazul depunerii zincului, în aceleași condiții, nu s-a observat o modificare a timpului de depunere pentru concentrații cuprinse între 0 și 3 N. În cazul nichelului, timpul de depunere creștea totuși considerabil pentru o creștere a acidității cuprinsă între 0,1 și 3 N.

În figura 6 prezentăm un caz de alt gen în care este de remarcat influența acidității asupra vitezei de depunere a fierului. Scăderea vitezei de depunere se atribuie aici apariției la anod a unei cantități de acid persulfuric, apariție care diminuează reducerea $Fe^{III} \rightarrow Fe^{II}$ prin reacția complimentară : $Fe^{II} \rightarrow Fe^{III}$ [19].

Cazul acesta este un prim caz pe care-l semnalăm, în care se vede că fenomenele care se întîmplă la electrodul opus celui pe care se face depunerea nu sînt indiferente mersului depunerii.

Tot în legătură cu influența pH-ului asupra depunerii, prezentăm în figura 7 datele interesante ale unor cercetări sovietice [18], în care s-a studiat de asemenea influența pH-ului asupra vitezei de depunere a americiului din medii azotice.

În cazul depunerii unor radioelemente ca uraniul, protactiniul și altele, s-au remarcat unele pH-uri optime pentru depunere. Acestea diferă de la un mediu de electroliză la altul.

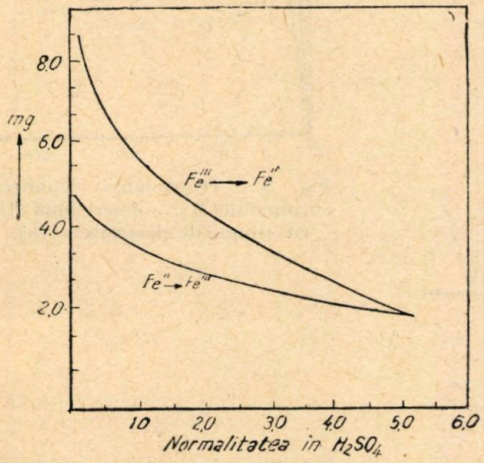


Fig. 6. — Influența acidității asupra vitezei de depunere a Fe în prezență de U (1 : 0,25).

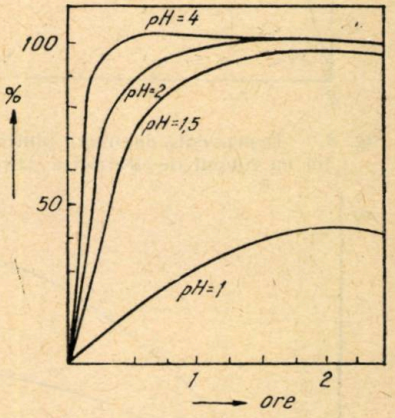


Fig. 7. — Influența pH-ului asupra vitezei de depunere a americiului în mediu azotic.

Astfel, în cazul protactiniului 233, în timp ce depunerea se face în cele mai bune condiții din medii carbonice la pH = 7,5—8,2, în mediu de fluorură de amoniu, pH-ul optim este 5,8, iar în mediu sulfuric 1,5 [36], [23].

Relativ la excepțiile oferite de variația pH-ului de la mersul depunerii din electrochimia elementelor chimice obișnuite, trebuie remarcat că în multe cazuri, explicația acestei comportări este următoarea : pH-urile scăzute micșorează cantitatea de element radioactiv adsorbită pe pereții celulei de electroliză, distrugînd în același timp și radiocoloizii. Aceste acțiuni își au importanța lor la diluțiile cu care se lucrează de cele mai multe ori în radiochimie.

★

Un alt factor studiat la depunerea electrochimică a radioelementelor este și timpul de electroliză.

După cum este de așteptat, dacă toți ceilalți factori sînt menținuți constanți, depunerea radioelementului este proporțională cu timpul de electroliză. În cazul unor depuneri cu ajutorul anozilor insolubili, cum ar fi cazul prezentat anterior în figura 5, se vede că alura curbei prezintă aspecte diferite în decursul electrolizei. Acest lucru se datorește faptului că concentrația în ion depozabil nu se mai menține constantă în timpul electrolizei și, cum am menționat anterior, viteza de depunere este puternic influențată.

Comparînd datele prezentate în figurile 8, 9 și 10, relative la descompunerea curiumului [18], americiului [18], plutoniului și poloniului [18], [35], [10], se vede că mersul curbei

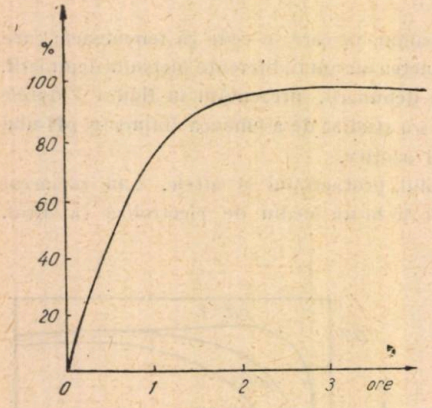


Fig. 8. — Dependența depunerii plutoniului cu timpul de electroliză [18].

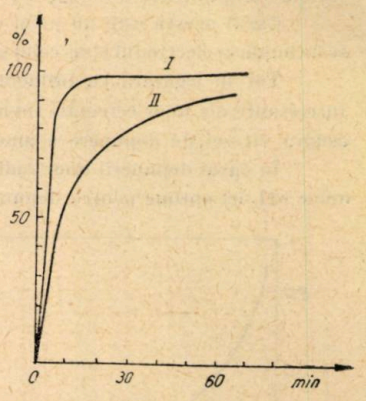


Fig. 9. — Dependența depunerii curiumului (I) și a americiului (II) cu timpul de electroliză [18].

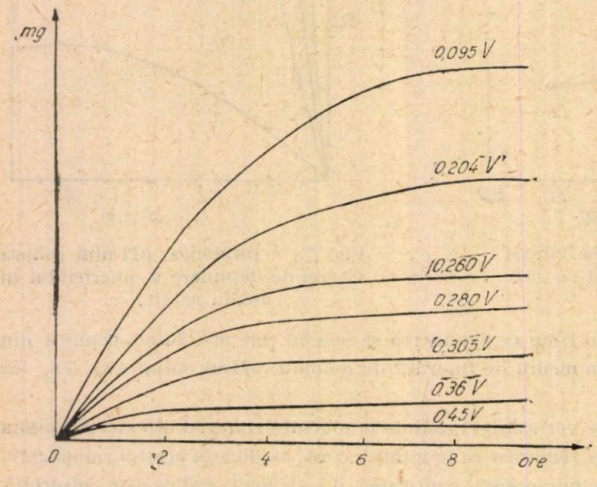


Fig. 10. — Dependența depunerii Po cu timpul de electroliză și potențialul de depunere [10], [35].

variației vitezelor de depunere cu timpul de electroliză se deosebește de la un element la altul și de la un potențial de depunere la altul.

★

Fără a se putea trage concluzii cu valabilitate generală, trebuie spus că după cum se remarcă pH-uri optime diferite de la un mediu de electroliză la altul, tot astfel se înregistrează și temperaturi optime de depunere, care variază de la un mediu la altul.

În general, viteza de depunere crește cu temperatura. Acest lucru rămîne însă valabil, uneori, numai pentru anumite intervale de temperatură.

Astfel, în cazul depunerii uraniului din medii sulfurice, viteza de depunere crește uniform cu temperatura în intervalul 5—40°C, temperatura de 40°C constituind o temperatură optimă. Peste 40°C, însă, viteza de depunere descrește ajungînd la 69°C inferioară celei de la + 5°C [19].

Tot pentru uraniu, însă în medii oxalice, viteza de depunere crește de la 17% la 25°C pînă la 99,3% la 80°C.

Prezența altor ioni în soluție se arată încă o dată condiționînd viteza de depunere a radioelementelor, așa cum s-a mai văzut anterior.

Tot în legătură cu temperatura la care este convenabil să se facă electroliza, trebuie menționat și un alt aspect al problemei. Deși, în general, ar trebui să se utilizeze temperaturile

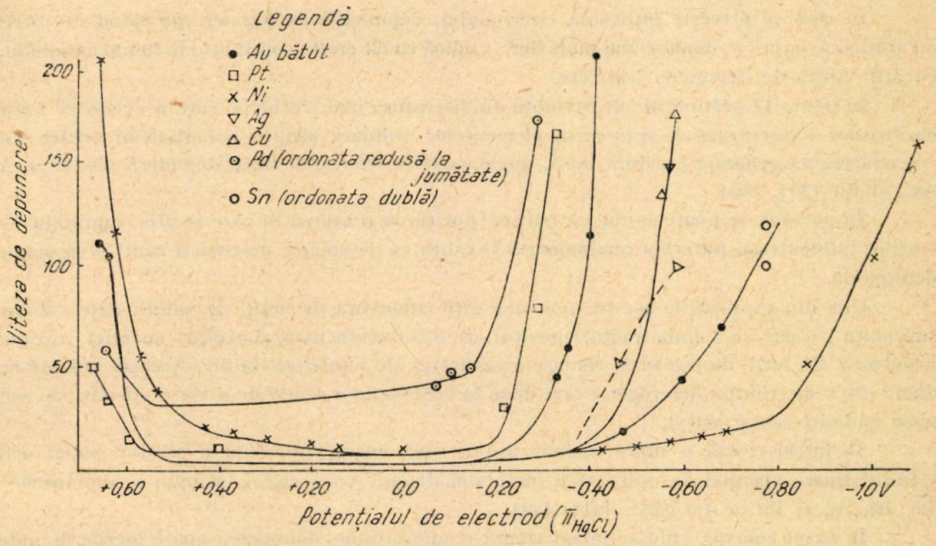


Fig. 11. — Influența naturii electrozilor asupra unor potențiale critice [38].

la care viteza de depunere este cea mai mare, în majoritatea operațiilor electrochimice executate cu radioelemente, sîntem nevoiți să ținem seama și de factorul calitatea depunerii. Așa se face că, atunci cînd se aleg temperaturile la care să se lucreze, se aleg acelea la care depunerea este mai aderentă și nu se exfoliază.

★

Deși mărirea *densității de curent* crește viteza de depunere, trebuie să se țină seama de o limită superioară admisibilă. Peste această limită, apariția unor degajări prea mari de hidrogen și oxigen alterează depunerea [19], [23], [37], ducînd în același timp la pierderi de lichid prin evaporare și împroșcare de material radioactiv. Acest lucru afectează protecția muncii în laboratoarele respective.

De asemenea, creșterea temperaturii datorită măririi exagerate a densității de curent utilizate, poate duce electroliza în domenii de temperatură nedorite.

★

Un alt factor semnalat de cercetători este *cantitatea maximă de depunere* care este posibil să se obțină în anumite condiții fixe (tensiune, densitate de curent, natura electrodului, concentrația în ioni depozabili etc.).

Acest factor variază de la radioelement la radioelement, variind uneori pentru același radioelement de la un catod la altul [23].

★

Natura, puritatea și *starea suprafeței electrodului* pe care se face depunerea sînt alte aspecte cercetate în lucrările relative la electrochimia radioelementelor. Primele cercetări executate

în această direcție păreau să dovedească lipsa unei influențe a naturii electrodului asupra potențialului critic îndeosebi. Lucrările ulterioare au arătat că acest lucru nu era adevărat. Astfel, în cazul depunerii Cu, după cum se utilizează ca electrod Cu, Mo, Pt, W sau Ta, randamentul depunerii scade în ordinea citării. Același lucru este valabil și la depunerea Pa pe Pb, Cu, Ag, Pt sau Ni [23]. În acest din urmă caz, după cum am menționat în cele ce preced, în vreme ce depunerile pe Pb, Cu, Ag și Pt se supun ecuației lui Nernst, depunerile pe Ni se abat în sens contrar.

În ceea ce privește puritatea electrodului, depunerile de fier 59, pe catod de mercur, au arătat că, cu cît se depune mai mult fier — adică cu cît crește conținutul în fier al catodului — cu atît viteza de depunere descrește.

În figura 11 arătăm un alt exemplu din literatura mai veche în care se vede că natura electrozilor influențează ca și în cazul elementelor ordinare asupra potențialelor critice [38]. Această regulă generală prezintă, însă, unele excepții cum ar fi cazul depunerii Th B pe Au, Ag. și Cu [39], [40].

În general, se poate spune că natura, puritatea și starea în care se află suprafața electrozilor influențează puternic randamentul și calitatea depunerii, precum și cantitatea maximă depozabilă.

Una din explicațiile acestui fenomen este cunoscută de mult. În soluții foarte diluate, suprafața pe care se depune radioelementul are o influență mare datorită energiei reziduale provenită din forțe de legătură, rămase nesaturate, ale rețelei cristaline. Această energie reziduală are o distribuție heterogenă care duce la crearea unor centri de diverse energii. De aceea apar anumiți centri activi.

Se înregistrează o supratensiune atunci cînd energia maximă a acestor centri activi este inferioară energiei de coeziune a metalului depus. Acest caz îl întîlnim la depunerile de Po, Bi, Ag și Pa pe Pb [23], [41], [42].

În cazul contrar, cînd se înregistrează o subtensiune, depunerea poate începe la potențiale mai negative decît potențialele critice. Aceasta ar fi cauza unor abateri înregistrate la depunerea Pa pe Ni, despre care am vorbit mai sus.

*

Agitarea electrolitului prezintă de asemenea unele limite optime în jurul cărora randamentul depunerii este cel mai bun. Astfel, în cazul depunerii Cu pe un catod rotativ de Cu, acest optim este realizat pentru 4 500 rot/min [10].

În general, creșterea depunerii este proporțională cu raportul de agitare, lucrul acesta fiind valabil și pentru cazul celulelor cu catod de mercur la care agitarea este redusă la mercur.

Sînt unele cazuri în care mărirea vitezei de agitare duce la o distribuție radială neuniformă a depunerii [19], [43], [44], [45].

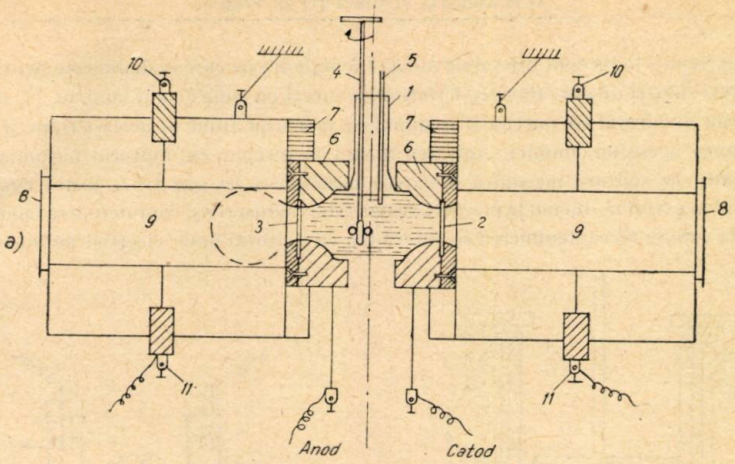
b) *Celulele de electroliză*

Materialul cel mai folosit a fost în primele timpuri sticla cu toate dezavantajele pe care le oferea (fragilitate și pierderi mari prin adsorbție) [35], [31], [29], [46], [47], [19].

Cuarțul de asemenea a fost și el folosit. Astăzi, la scară de laborator, masele plastice și în special rășinile polietilenice se utilizează din ce în ce mai mult, ele oferind pe lîngă avantajele sticlei (ieftinătate, transparență etc.) și o serie de alte avantaje (nu sînt fragile, sînt mai inerte la atacul reactivilor chimici etc.).

Tipurile de celule de electroliză folosite sînt destul de variate. Desigur că această variație este strîns legată de specificul lucrării la care au fost utilizate.

În figura 12 *a* este arătat dispozitivul cu care a lucrat J o l i o t [35] pentru a studia comportarea electrochimică a unor radioelemente. Se pare că este unul din dispozitivele de electroliză cu cele mai complexe și complete funcțiuni imaginat pînă acum. Electrozii utilizați



Legendă

1. Recipientul de electrolizã din sticlă Pirex vol = 12 cm³
2. Catod suficient de subtire pentru a fi străbătut de radiația corpului activ ce se depune
3. Anod
4. Agitator
5. Sifonul electrodului de referință
6. Bacuri pentru fixarea celulei de electrolizã (alamă)
7. Manșoane de ebonită
8. Ferestre cu oblon prin care pot fi priviți electrozii în timpul lucrului
9. Camere de ionizare
10. Legături la electrometru
11. Legături la +700 V

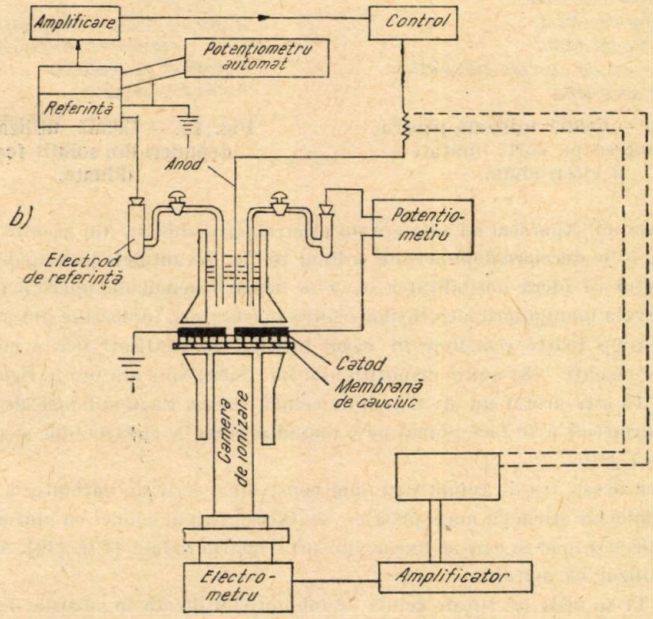
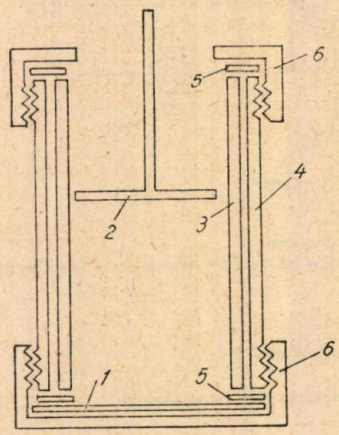


Fig. 12. — *a*) Dispozitivul lui Joliot [35]; *b*) dispozitivul lui Joliot modificat.

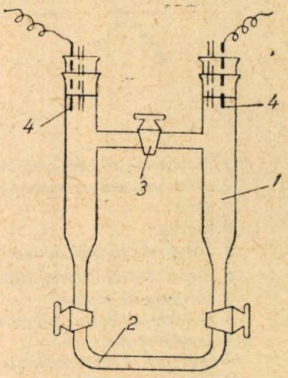
au fost confecționați la început din foi de mică (1,5 mg/cm²) pe care se depuneau prin proiectare catodică pături subțiri de aur (40 mμ). Ulterior s-a lucrat cu lame de aur laminat (7—9 mg/cm²) care prezentau avantajul că puteau fi manipulate mai ușor fiind în același timp și mai inactive la acțiunea agenților chimici. Agitarea făcută la început cu ajutorul barbotării de azot a fost înlocuită cu agitare mecanică deoarece barbotarea cu gaz inert ușura evaporarea și proiecta lichid în exterior, ducînd la pierderi de material radioactiv și contaminarea laboratoarelor. Potențialul la care se făcea depunerea se determina cu ajutorul unui electrod normal de calomel



Legendă

1. Electrod circular
2. Al doilea electrod
3. Cilindru de sticlă
4. Cilindru de ebonit
5. Garnitură de cauciuc sau plastice
6. Piese de alamă

Fig. 13. — Celulă utilizată pentru depunerea pe părți limitate a electrodului.



Legendă

1. Tub de sticlă
2. Partea celulei unde se introduce radioelementul (38 cm³)
3. Robinet de egalizare
4. Electrozi de platin

Fig. 14. — Celulă utilizată la depuneri din soluții foarte diluate.

prin metoda opoziției. Aparatul de zero era un electrometru capilar. Cu această celulă de electroliză s-a reușit să se deceleze depuneri de ordinul 10^{-7}g. Avantajele principale ale sistemului sînt date de faptul că oferă posibilitatea de a se urmări mersul depunerii în cursul lucrului, nu mai există nevoia manipulării electrozilor pentru măsurători, indicațiile sînt precise, sistemul fiind în același timp foarte economic în cazul lucrului cu cantități foarte mici de reactivi. Modificări foarte recente [48] aduse dispozitivului lui Joliot sînt arătate în figura 12 *b*.

ura 13 este arătat un alt sistem de celulă, sistem răspîndit mai ales în cazurile în care depunerea urmează a se face numai pe o anumită parte a electrodului și pe o suprafață perfect delimitată [10].

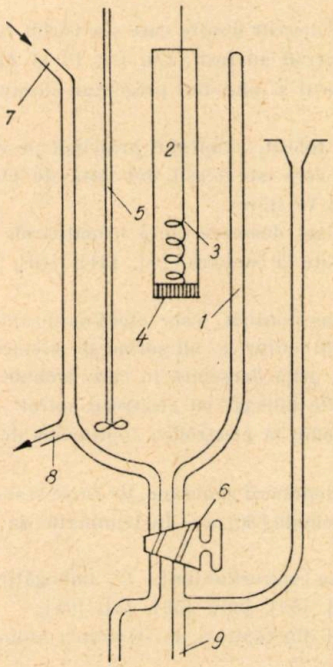
Analoge cu acest tip de celule s-au mai construit o serie de variante. La unele dintre ele, după ce s-a înlocuit sticla cu mase plastice, se fixează corpul celulei cu ajutorul unor șuruburi elastice, în același mod în care se fixează uneori sticlăria rodată [19], [49]. Anodul în unele variante este utilizat ca agitator.

În figura 14 se vede un tip de celulă de laborator utilizată în cazurile în care elementele radioactive cu care se lucra se aflau în cantități de ordinul cîtorva milionimi de gram [31]. Tensiunile cu care s-a lucrat în această celulă au fost cuprinse între 10 și 110 V, alegîndu-se

astfel încît celula să nu se încălzească și să nu dea vapori și curenți de convecție. În brațele laterale ale celulei s-a adăugat un acid, respectiv o sare, avînd un anion, respectiv un cation comun cu substanța radioactivă cu care se lucrează. Electrozii utilizați au fost de platină sau de aur laminat.

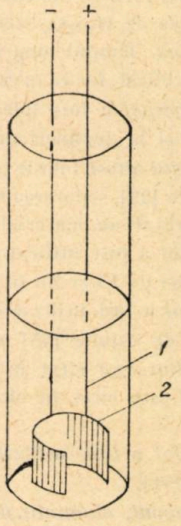
Figura 15 arată o celulă de laborator cu catod de mercur și compartiment anodic, foarte folosită la separarea uraniului de alte elemente. Unul dintre avantajele ei este acela că oxigenul anodic nu barbotează prin lichid și transportul acidului persulfuric în cazul soluțiilor sulfurice — la suprafața catodului — este mic [19], [50]. Dezavantajele acestei celule provin de la faptul că discul poros, care obturează compartimentul anodic, mărește rezistența celulei.

Figura 16 arată un tip de celulă pentru microanalize. Acest tip constituie o adaptare a tipului precedent la ne-



Legendă:
1. Celulă de electroliză
2. Compartiment anodic
3. Anod spiral de sîrmă de platină
4. Frită de sticlă de porozitate medie
5. Agitator
6. Robinet cu trei căi
7. Intrarea apei în mantaua de termostatizare
8. Ieșirea apei
9. Evacuarea mercurului catodic

Fig. 15. — Celulă de electroliză cu catod de mercur și compartiment anodic.



Legendă
1 Fir de platină
2 Foaie de argint

Fig. 16. — Celulă micro.

cesitățile microanalizei. Electrodul constituit dintr-o foaie de argint cu o suprafață de circa 3 cm² este acoperit cu mercur, pe cale electrolitică, făcîndu-se astfel ambele fețe active. În acest tip de celulă, volumul de electrolit cu care se lucrează este cuprins între 3 și 5 cm³. Intensitatea maximă cu care se lucrează este de 1 A, deoarece peste această valoare există pericolul să se îndepărteze mercurul de pe catod. Acest lucru limitează într-o oarecare

măsură cantitatea de metal ce se poate depune. Un sistem de termostatizare asigură menținerea unei temperaturi constante [51].

c) *Electrozii*

Electrodul de *mercur* a cunoscut o mare utilizare prezentînd avantajul că permitea depunerea simultană a mai multor elemente, în timp ce altele rămîneau în soluție. Ele mai oferă și avantajul că permite unele electrolize mai greu de realizat altfel *). În general, toate metalele aflate sub Mn în seria potențialelor normale, după cum se știe, pot fi depuse sub formă de amalgam.

Aici trebuie menționat și microelectrodul de mercur despre care s-a vorbit mai înainte. Metalele suport încercate pentru acest tip de electrod au fost : Cu, Pb, Pt și Ag. Argintul a dat cea mai bună aderență pentru mercur. Cuprul și plumbul prezentau dezavantajul că impurificau soluția [51].

Electrodul de *platin* este în prezent foarte folosit, avantajul principal pe care-l oferă fiind inerția sa față de reactivii chimici. Formele în care este folosit sînt : sită de platin, discul de platin și electrodul spiral de platin lucios (cu 16 spire).

Spiralul de platin se pare a fi foarte utilizat deoarece oferă următoarele avantaje : preț de cost scăzut, ușurință de fabricație, comoditate la curățire [19], [31], [10], [52], [43], [53], [54], [44], [55].

Se mai folosește uneori și electrodul de platin platinat, care oferă avantajul că împiedică formarea de $H_2S_2O_8$ cînd se lucrează în medii sulfurice, micșorînd de asemenea și oxidarea anodică. Timpul lung necesar preparării lui, grijă deosebită în care trebuie manipulat și costul lui ridicat, fac ca în cele mai multe ocazii să fie înlocuit cu electrozii spirali de platin.

Molibdenul a fost folosit ca material electrodic la electroliza topiturilor de săruri de uraniu [56] și la depuneri de taliu.

Nichelul a fost folosit la preparare, pe calea depunerii spontane, de surse standard [57], depunerea Po [29], separarea radiu D de radiu E și poloniu [30] etc. În depunerile de cobalt 60, *zincul* s-a arătat un material catodic indicat [58].

Grafitul a fost utilizat îndeosebi la electroliza topiturilor de Li, U, îmbogățirea topiturilor de săruri de Li și Zn în izotopi ușori etc. [10], [59], [60], [56], [5], [61].

Cuprul a fost utilizat la depunerea uraniului din topituri, la separarea radioruteniului de produșii de fisiune [55], depunerea Po [31] etc.

Paladiul este citat în legătură cu separarea Po.

Aurul este citat în electroliza sărurilor de plutoniu, poloniu, uraniu etc. [31], [29], [62], [63].

Argintul a fost utilizat îndeosebi la depuneri spontane și mai tîrziu la microcatode [10], [64], [51].

Wolframul, aluminiu, uraniul, plumbul, tantalul și oțelul inoxidabil au fost de asemenea utilizate ca materiale catodice la electroliza topiturilor, polizarea electrochimică a uraniului purificarea uraniului în mediu de acid percloric, acetic, fosforic și glicerină, separarea izotopilor hidrogenului și altele [56], [54], [65].

După cum se vede din cele de mai sus și din datele prezentate la influența diverșilor factori asupra electrolizei radioelementelor, aproape toate metalele au fost folosite ca electrozi în electrodepunerea radioelementelor.

Platina, mercurul și mai puțin *argintul* și *nichelul* au fost folosite îndeosebi în laborator, acolo unde dimensiunile la care erau folosite nu reprezentau o cheltuială prea mare și mai ales în condiții în care acuratețea operațiilor o impunea.

*) Cazul în care cationul care trebuia depus are un potențial mai negativ decît cel al H_2. În acest caz, electrodul de Hg și de Pb necesită o supratensiune mare. Formarea de amalgam ușurează mult depunerea.

C. METODELE ELECTROCHIMICE ȘI RADIOCHIMIA

Metodele electrochimice oferă o serie de avantaje în utilizarea lor în radiochimie. Ele dau posibilitatea de a se separa elemente sau compuși la o înaltă puritate chimică și radioactivă. Acest lucru face să poată fi înlăturată atît absorbția radiațiilor cît și falsificarea rezultatelor măsurătorilor prin înregistrarea unor radiații parazite datorită prezenței unor impurități radioactive.

S-au preparat, prin metode electrochimice, surse etalon tocmai datorită acestor posibilități create de ele. Surse de uraniu, radiu D, toriu, argint 111, promețiu, americiu, plutoniu, cobalt 60 etc se pot prepara astăzi în condiții bune și puțin costisitoare și la activități ce merg de la milicurie la curie.

Randamentul ridicat pe care-l oferă reducerea la cantități minime a pierderilor de material radioactiv precum și posibilitatea de a obține ușor exact densitatea de activitate necesară fac din metodele electrolitice un prețuit auxiliar al radiochimiei.

Radiochimia, în schimb, a oferit și ea ajutor în cercetările electrochimice. Astfel, utilizînd radioizotopi s-a studiat mecanismul erorilor electrodului de sticlă, validitatea legii lui Nernst, studiul depunerilor foarte mici, mecanismul unor procese care se petrec la electrozi, studiul intervenției forțelor de adsorbție în fenomenele electrochimice etc.

BIBLIOGRAFIE

1. E. W. Washburn a. H. C. Urey, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S., 1932, t. 18, p. 496.
2. E. Haeffner, Nature, 1953, t. 172, p. 775.
3. A. Klemm, Z. Naturforsch, 1954, t. 9 a, p. 1031.
4. A. Lunden u. E. Berne, Z. Naturforsch, 1954, t. 9 a, p. 648.
5. S. Floberg, A. Klemm u. C. Lang, Z. Naturforsch, 1953, t. 8 a, p. 562.
6. A. Klemm, J. Chim. Phys., 1952, t. 49, p. 18.
7. — Z. Naturforsch., 1951, t. 6 a, p. 487.
8. Klemm, Hinterberger u. Lunden, Z. Naturforsch, 1951, t. 6 a, p. 489.
9. Pierre de Gennes, J. Phys. et Rad., 1956, t. 17, p. 343.
10. M. Haissinsky, *Electrochimie des substances radioactives et des solutions extrêmement diluées.* Paris, 1946.
11. Driggs et Liliendah, Ind. Eng. Chem., 1930, t. 22, p. 516.
12. Euler, Z. Elektroch., 1922, t. 28, p. 46.
13. Schweitzer a. Wilhelm, J. Am. Chem. Soc., 1953, t. 75, p. 5432.
14. Erbacher, Z. Phys. Chem., 1933, t. A 163, p. 196 și 215.
15. Whitaker, Bjorksted a. Mitchell, Phys. Rev., 1934, t. 46, p. 629.
16. M. Haissinski, J. Chim. Phys., 1936, t. 33, p. 97.
17. C. Ferrandini et M. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1956, t. 53, p. 722.
18. Dedov și Kosiakov, *Conferința pentru folosirea energiei atomice în scopuri pașnice.* Geneva, 1955.
19. C. I. Rodden, *Analitical chemistry of the Manhattan Project.* National Nuclear Energy Series, 1950.
20. M. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1935, t. 32, p. 116.
21. A. Coche, Danon et Guébély, J. Chim. Phys., 1952, t. 49, nr. 6, p. 363.
22. H. Heat, *Natl. Research Council con. Atomic Energy Project.* Div. Research MC, 1943, t. 33.
23. C. Ferrandini, J. Chim. Phys., 1956, t. 53, p. 714.
24. A. Coche, J. Chim. Phys., 1951, t. 48, nr. 3—4, p. 135.
25. Grosh, Mazumdar et Haissinsky, J. Chim. Phys., 1954, t. 51, p. 296.
26. Breindl u. Söllner, Z. Elektroch., 1932, t. 38, p. 845.
27. Schmidt, Vogele u. Winkelman, Helv. Chim. Acta, 1932, t. 15, p. 393.
28. Rogers a. Stehney, J. Electrochem. Soc., 1949, t. 95, p. 33.

29. F. Joliot, J. Chim. Phys., 1930, t. 27, p. 119.
30. M. Curie, *L'isotopie et les éléments isotopes*. Paris, 1924, cap. IV.
31. M. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1932, t. 29, p. 453.
32. W. R. Grimes a. C. C. Casto, National Nuclear Energy Series, Div. VIII, vol. 2, 1950.
33. Haissinsky et Guillot, J. Phys. et Rad., 1934, t. 5, p. 419.
34. Guillot, J. Chim. Phys., 1931, t. 28, p. 14 și 92.
35. F. Joliot, J. Chim. Phys., 1930, t. 27, p. 133.
36. H. E. Zavizziano et M. Haissinsky, C. R. Acad. Sci. Paris, 1938, p. 1103.
37. Bradt a. Linfort, Trans. Electr. Soc., 1936, t. 43, p. 70.
38. M. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1932, t. 29, p. 453.
39. — J. Chim. Phys., 1946, t. 43, p. 21.
40. Dennis a. Van der Meulen, J. Am. Chem. Soc., 1915, t. 37, p. 1963.
41. A. Coche, J. Chim. Phys., 1951, t. 81, p. 630.
42. L. Rogers a. A. Stelmey, J. Electr. Soc., 1949, t. 95, p. 25.
43. Moore a. Smith, Nucleonics, 1955, t. 13, nr. 4.
44. L. Rogers, J. Am. Chem. Soc., 1949, t. 71, p. 1507.
45. A. Andreotti, Riv. ing., 1954, t. 4, p. 138.
46. L. Meitner, Physik Z., 1911, t. 12, p. 1094.
47. Hevesy, Phys. Z., 1915, t. 16, p. 52.
48. W. H. Power a. J. W. Heid, Anal. Chem., 1956, t. 28, nr. 4, p. 523.
49. Huffort a. Scott, *Techniques for the preparation of thin films of radioactive material* N.N.E.S. IV—14 B., New York, 1949.
50. E. S. Gantz și colab., Rapport A. 2707, March U.S.A.E.C., 1946.
51. R. B. Hahn, Anal. Chem., 1953, t. 25, nr. 11, p. 1749.
52. H. Corion, J. Huré et N. Meunier, Anal. Chim. Acta, 1953, t. 9.
53. F. Lihl u. Ienitschek, Z. für Elektrochem., 1954, t. 58, nr. 6, p. 431.
54. B. Mott and H. Heine, Metalurgie, 1951, t. 43.
55. J. Griess, J. of the Electroch. Soc., 1953, t. 100, p. 429.
56. Ermon D. Eastman, Chem. Abstr., 1953, 424.
57. M. Haissinsky, Rosenblum et Wahlen, J. Chim. Phys., 1935, p. 355.
58. D. M. Chizhikov i B. P. Kreinganz, Izvest. Akad. Nauk SSSR, 1950.
59. Robert B. Reed a. Everet M. Woods, Chem. Abstr., 1955, 81 e.
60. Eric Lofthouse, Chem. Abstr., 1955, 81 c.
61. A. Klemm, Z. Naturforsch., 1951, t. 6 a, p. 512.
62. Haissinsky, Furaggi, Coche a. Avignon, Phys. Rev., 1949, t. 75, p. 1963.
63. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1933, t. 29, p. 193.
64. I. Curie, J. Chim. Phys., 1925, t. 22, p. 471.
65. . * . Chem. Abstr., 1956, p. 11 468.
66. O. A. Cook, *National Nuclear Energy Series*. 1950.
67. Pierle et Kahlenberg, J. Phys. Chem., 1919, t. 22, p. 517.
68. Ferrié, Bul. Soc. Chim. Fr., 1901, t. 25, p. 622.
69. Moissan, C. R. Acad. Sci. Paris, 1896, t. 122, p. 1088.
70. Moissan et Hönigschmid, Ann. Chim. Phys., 1905, t. 8, p. 182.
71. H. Smith, *Atom Energy for Military purpose*. Princeton, 1945.
72. Wartenberg, Z. Elektroch., 1904, t. 15, p. 866.
73. Paneth u. Hevesy, Wiener Berichte, 1913, t. 122, p. 1037 și 1049.
74. Dennis a. Ray, J. Am. Chem. Soc., 1915, t. 37, p. 1963.
75. E. Broda, *Advances in Radiochemstry*, Cambridge, 1952.
76. John C. Griess, Chem. Abstr., 1953, p. 2616.
77. M. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1948, t. 45, p. 224.
78. . * . Lucrările comisiei de chimie analitică. Izd. Akad. Nauk SSSR, 1949.
79. Nesmeianov și colab., Moscova, 1954.
80. R. P. Hammond, *Process Chemistry*. Londra, 1956, vol. II.
81. Staigman, Phys. Rev., 1938, t. 53, p. 771.
82. Schmidt, Vögele a. Winkelman, Helv. Chim. Acta, 1934, t. 15, p. 393.
83. A. Klemm, Z. für. Elektrochem., 1954, t. 58, p. 690.

85. E. R. Ramirez, J. Am. Chem. Soc., 1954, t. 76, p. 6237.
86. N. Masura, Sci. Papers Coll. Gen. Educ. Univ. Tokyo, 1953, t. 3, p. 13.
87. L. Silverman, Metal finishing, 1952, t. 50, nr. 11, p. 75.
88. H. Corion, J. Guenon, H. Hering et P. Leveque, J. Chim. Phys., 1951, t. 48, p. 55.
89. J. T. Burwell Jr. a. S. Murray, Nucleonics, 1950, t. 6, nr. 1, p. 34.
90. E. I. Onstott, J. Am. Chem. Soc., 1955, t. 77, p. 2129.
91. A. Schleicher, *Elektroanalytische Scheelmethoden*. Stuttgart, 1947.
92. Paul T. Smith a. Joseph A. Smith, Chem. Abstr., 1949, p. 3300.
93. H. G. Heal, Chem. Abstr., 1949, p. 4583.
94. J. O. M. Kern a. E. F. Orlemann, J. Am. Chem. Soc., 1949, t. 71, p. 2102.
95. J. C. Hindman, J. Am. Chem. Soc., 1949, t. 71, p. 2096.
96. A. Boullé et Dominé-Bergés, C. R. Acad. Sci. Paris, 1948, t. 227, p. 1365.
97. F. Ogburn a. A. Brenner, J. of the Electrochem. Soc., 1949, t. 96, p. 6 și 347.
98. — J. Chim. Phys., 1933, t. 29, p. 193.
99. H. Pannell, Nucleonics, 1955, t. 13, nr. 8, p. 48.
100. Dunning a. Pegram, Phys. Rev., 1935, t. 47, p. 325.
101. D. M. Chizhikov i B. P. Kreingauz, Izvest. Akad. Nauk, SSSR ot. del. tehn. Nauk, 1950, p. 394.
102. F. T. Hageman, *The chemistry of actinium*, National Nuclear Energy Series, Div. IV, p. 32.
103. F. Tödt, Z. Phys. Chem., 1924, t. 113, p. 329.
104. L. Imra, Z. Phys. Chem. 1930, t. A 153, p. 130.
105. L. Maitner, Physik, Z., 1911, t. 12, p. 1097.
106. S. Cottele et M. Haissinsky, C. R. Acad. Sci. Paris, 1938, t. 206, p. 1644.
107. W. N. Carson Jr. a. C. E. Michelson, U. S. Atomic Energy Com. Tech. Inform. Service, Oak Ridge, Tenn. H. W. —26763, 1953.
108. T. Erday-Gruz a. M. Volmer, Z. Phys. Chem., 1931, t. A 157, p. 165.
109. Hevesy u. Paneth, Physik. Z., 1914, t. 15, p. 797.
110. F. Foerster, Z. Elektroch., 1926, t. 32, p. 525.
111. Bouissier et Haissinsky, J. Chem. Phys., 1949, t. 46, p. 153.
112. M. Curie, *L'isotopie et les éléments isotopes*. Paris, 1924, cap. IV.
113. A. Coche, C. R. Acad. Sci. Paris, 1947, t. 225, p. 936.
114. J. Danon et M. Haissinsky, J. Chim. Phys., 1952, t. 49, p. 123.
115. M. Haissinsky et M. Lefort, C. R. Acad. Sci. Paris, 1950, t. 230, p. 1156.
116. O. Erbecher, Z. Phys. Chem., 1933, t. A. 163, p. 215.
117. Nieff et Roth, C. R. Acad. Sci. Paris, iulie 1954.
118. H. Martin u. E. Ruhtz, Z. Elektrochem, 1950, t. 54, p. 560.

MANOMETRU PIRANI LUCRÎND ÎN DOMENIUL 5.10^{-5} —10 mm Hg*)

DE

M. DRĂGHICESCU şi B. IANCULOVICI

Se ştie că domeniul de măsură şi sensibilitatea unui manometru Pirani depind de [1], [2]:

— temperatura de lucru a firului lămpii manometrice;

— dimensiunile firului şi construcţia geometrică a lămpii manometrice;

— montajul prin care se măsoară variaţia rezistenţei firului cu presiunea.

După mai multe încercări, s-a realizat o lampă manometrică cu ajutorul căreia se poate acoperi domeniul 5.10^{-5} — 10 mm Hg, dacă este alimentată cu tensiuni diferite, după gama de lucru. Acest domeniu de presiuni este, în general, greu acoperit cu manometre de acest

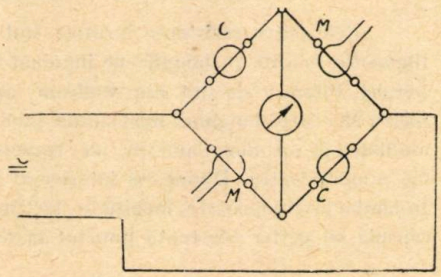


Fig. 1

tip şi numai cu construcţii greoaie ale lămpii manometrice şi în condiţii speciale de lucru (temperaturi scăzute) [3], [4], [5], [6], [7], [8]. Mai mult, presiunile între 0,1 şi 10 mm Hg sînt foarte greu măsurate chiar cu alte tipuri de manometre.

Schema principială a montajului realizat este dată în figura 1.

Pentru a mări sensibilitatea punţii de măsură, s-au folosit cîte două rezistenţe de măsură, *M*, în două braţe opuse ale punţii şi două rezistenţe de compensare *C*, identice cu primele, în celelalte două braţe ale punţii. Rezistenţele de măsură sînt montate într-un acelaşi

*) Lucrare prezentată Institutului de fizică atomică la 28 iunie 1957.

balon, conectat la instalația în care se măsoară vidul, iar rezistențele de compensare sînt montate într-un balon închis la 10^{-6} mm Hg.

Pentru a măsura presiuni pînă la 10^{-3} mm Hg, echilibrarea punții se face în aer, iar pentru măsurarea presiunilor sub 10^{-3} mm Hg echilibrarea se face la o presiune sub 10^{-5} mm Hg

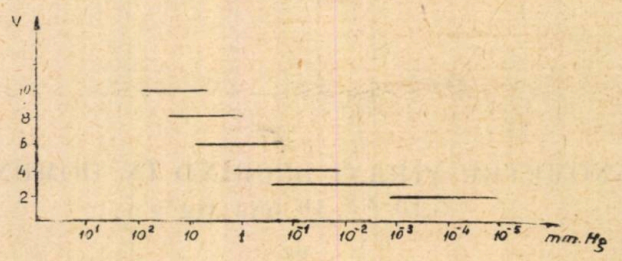


Fig. 2

Puntea de măsură lucrează cu tensiune constantă. Această tensiune, care determină temperatura firului lămpii manometrice, are diferite valori optime, pentru diferite game ale presiunii de măsurat și aceste valori optime sînt reprezentate în figura 2.

Sensibilitatea instrumentului de măsură a dezechilibrului punții trebuie să fie adecuată gamei de presiuni la care lucrăm (mai mare pentru extremele domeniului de măsură și mai mică pentru mijlocul domeniului).

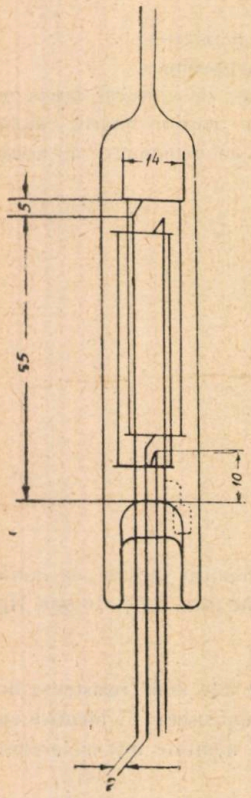


Fig. 3

Descrierea lămpii manometrice

Cele patru rezistențe identice sînt formate din cîte două filamente folosite în lămpile de iluminat de 25 W, 110 V, puse în paralel. Filamentele sînt din wolfram simplu spiralizat, de diametru 28—30 μ, lungimea unei spirale fiind 45 mm. Ieșirile sînt din molibden de 0,6 mm diametru, iar traversele din nichel, tot de 0,6 mm diametru. Diametrul interior al balonului este de 18 mm. În lampa de compensare, închisă la 10^{-6}mm Hg, se prevede și o capsulă cu getter (desenată punctat în fig. 3).

Descrierea montajelor realizate

Puntea de măsură poate fi alimentată atît în curent continuu, cît și în curent alternativ. Montajul în curent continuu este mai simplu, în timp ce montajul în curent alternativ este mai bogat în posibilități, permițînd, de exemplu, să utilizăm acest manometru pentru semnalizare în cazul cînd presiunea măsurată se ridică peste o anumită valoare.

Aparatul în curent alternativ realizat de noi acoperă domeniul 10 — 5.10^{-5} mm Hg în trei game:

$10 - 5.10^{-1}$ mm Hg,

$5.10^{-1} - 10^{-3}$ mm Hg,

$10^{-3} - 5.10^{-5}$ mm Hg.

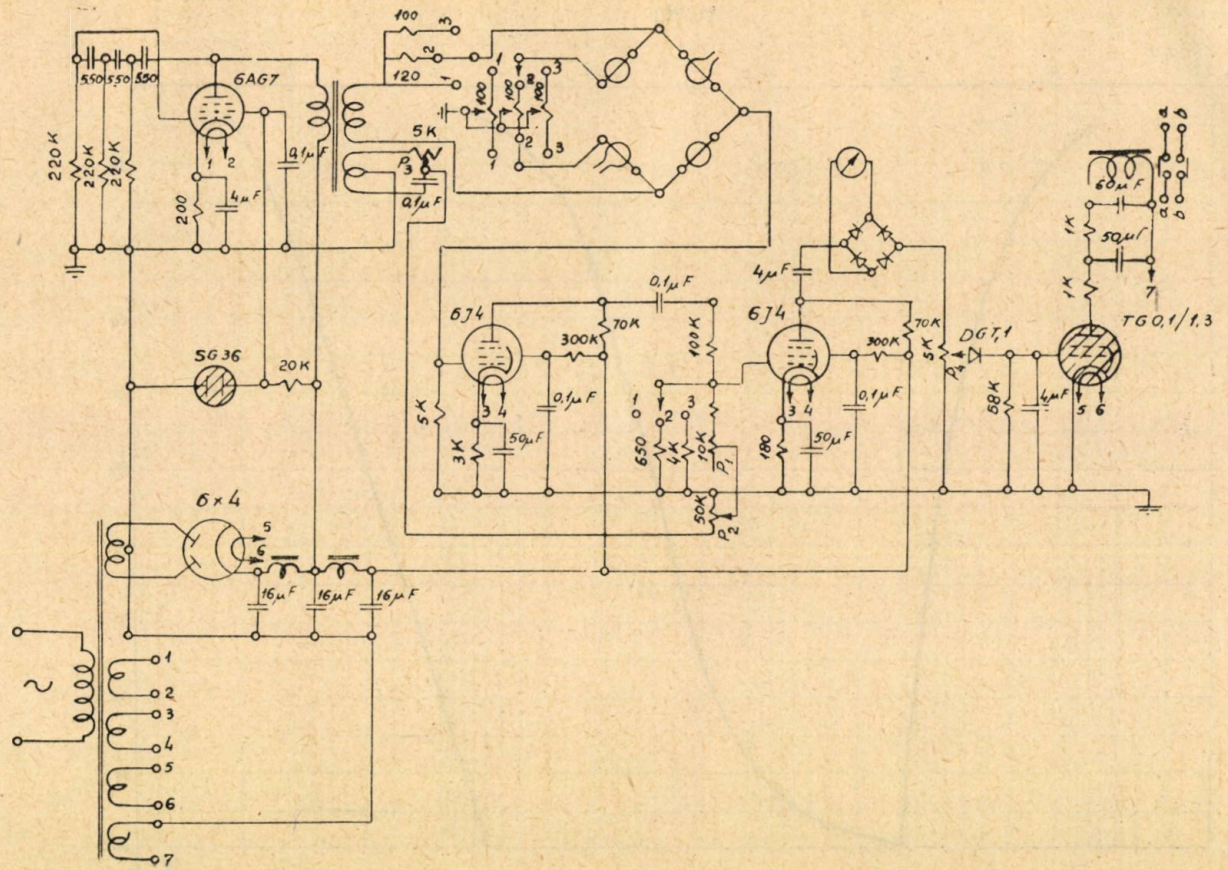

6AG7
SG36
6×4
6J4
6J4
DGT,1
TG0,1/1,3
220K
220K
220K
550
550
550
200
4μF
0,1μF
5K
100
120
20K
16μF
16μF
16μF
0,1μF
300K
70K
100K
5K
3K
50μF
650
4K
10K
50K
180
4μF
58K
60μF
50μF
1K
1K

Fig 4.

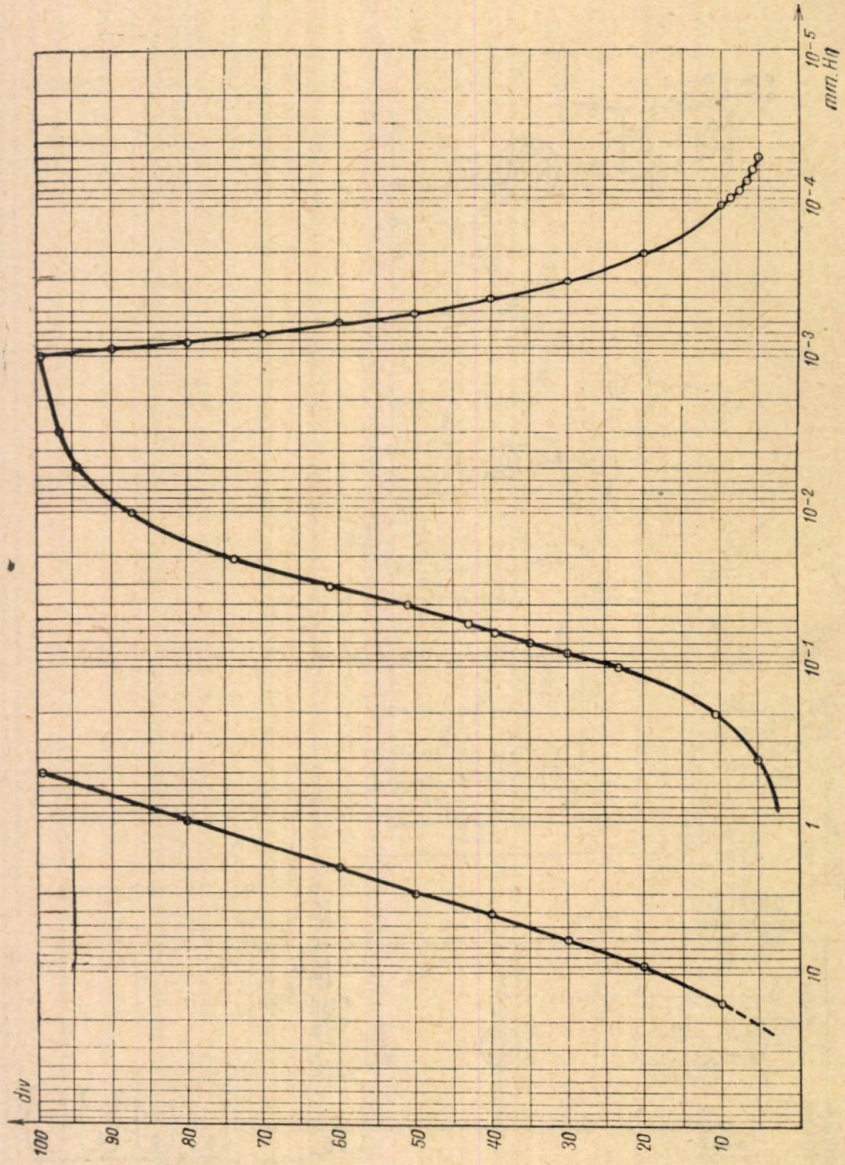


Fig. 5

În figura 4 este dată schema montajului. Alimentarea se face de la un generator *RC* cu frecvența 1 000 Hz. Tensiunea de dezechilibru este măsurată cu ajutorul unui voltmetru electronic, realizat cu două tuburi 6AG7. Sensibilitatea voltmetrului este reglată cu ajutorul potențiometrului P_1, iar reglajul său de nul se face cu P_2 și P_3. Aceste reglaje se fac numai cînd se pune la punct voltmetrul electronic și după ce s-a înlocuit vreuna din piesele sale.

Schimbarea gamelor se face cu un comutator, care schimbă în același timp tensiunea de alimentare, scara voltmetrului și rezistența de echilibrare a punții.

Cînd presiunea se ridică peste o valoare dinainte stabilită, este acționat releul de semnalizare. Acest releu este alimentat de tiratronul TG 0,1/1,3, care poate fi reglat să lucreze la vidul dorit cu ajutorul potențiometrului P_4.

Curbele de etalonare ale acestui montaj sînt date în figura 5.

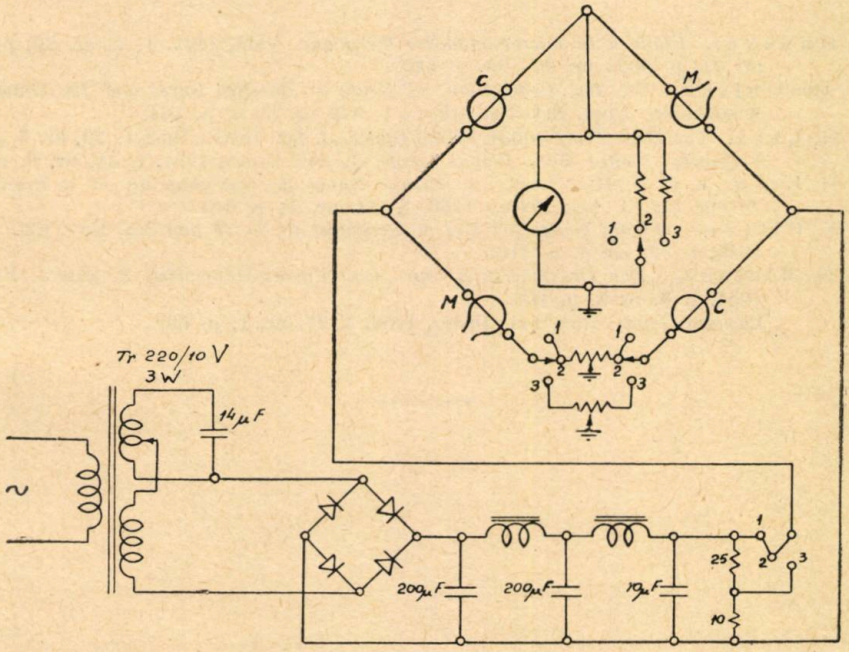


Fig. 6

Pentru presiuni mai mari de 6 mm Hg, constanta de timp a aparatului crește, astfel încît funcționarea lui la presiuni peste 10 mm Hg nu mai este comodă.

Aparatul în curent continuu a fost conceput să acopere domeniul $2 \rightarrow 10^{-4}$ mm Hg, în trei game:

$$2 - 2.10^{-1} \text{ mm Hg},$$
$$2.10^{-1} - 10^{-3} \text{ mm Hg},$$
$$10^{-3} - 10^{-4} \text{ mm Hg}.$$

În figura 6 este dată schema aparatului în curent continuu. Puntea este alimentată de la un redresor cu seleniu, stabilizat cu ajutorul unui transformator ferorezonant. Instrumentul folosit este pentru 3 mV.

CONCLUZII

Lampa manometrică şi aparatele realizate, de o construcţie simplă, permit măsurarea presiunilor într-un domeniu larg, cu intervale slab acoperite, în general, chiar de alte tipuri de manometre.

Montajul în curent alternativ permite, în plus, automatizarea instalaţiei de vid.

Trebuie observat că în gama presiunilor înalte, în cazul cînd avem nevoie să urmărim variaţii repezi de presiune, domeniul de măsură poate fi extins pînă la cîteva zeci de mm Hg, cu condiţia unui control mai des al echilibrului punţii.

BIBLIOGRAFIE

1. L. Dunoyer, *Etude d'un micromanomètre thérmique.* Vide, 1949, t. 4, nr. 20, p. 571; nr. 21, p. 603; nr. 22—23, p. 643.
2. H. von Ubisch, *On the Conduction of Heat in Rarefied Gases and Its Manometric Application.* Appl. Sci. Res. 1951., t. A2, nr. 5—6, p. 364.
3. J. H. Leck, *The High Temperature Pirani Gauge.* J. Sci. Instr., 1952, t. 29, nr. 8, p. 258.
4. — *A Quartz Coated Wire Pirani Gauge.* J. Sci. Instr., 1954, t. 31, nr. 6, p. 226.
5. J. H. Leck a. C. S. Martin, *A Pirani Gauge for Operation up to a Pressure of 10 mm Hg.* J. Sci. Instr., 1956, t. 33, nr. 5, p. 181.
6. E. S. Rittner, *Pirani Gauge for Use at Pressures up to 15 mm Hg.* Rev. Sci. Instr., 1946, t. 17, nr. 3, p. 113.
7. K. D. Mielenz, *Zur Druckmessung mit dem Pirani-Manometer.* Z. angew. Physik., 1954, t. 6, nr. 3, p. 101.
8. — *Vacuum Gauge.* Rev. Sci. Instr., 1956, t. 27, nr. 1, p. 66.

BUDAPEST MŰSZAKI EGYETEM KÖNYVTÁRA 1949

COMUNICĂRI

4 IUNIE 1957

E. Friedländer, *Determinarea parcursului rezidual din măsurători de lacune prin metoda maximei plauzibilităţi.*

E. Friedländer şi E. Ruckenstein, *Asupra naturii particulelor energetic evidenţiate în jerbele nucleare de energie mijlocie.*

M. Nicolae, *Dependenţa de p-H a eficacităţii de formare a imaginii latente în emulsii nucleare.*

17 IUNIE 1957

M. Drăghicescu şi B. Ianculovici, *Construcţia unui manometru Pirani pentru domeniu larg de presiuni.*

A. Corciovei, *Susceptibilitatea paralelă la un antiferomagnetic cu două subreţele de magnetizare la temperaturi joase.*

T. Braun, *O metodă nouă de dozare catalitimetrică a urmelor de iod.*

26 IUNIE 1957

I. Agîrbiceanu, N. J. Ionescu-Pallas, V. Drăgănescu, Asupra structurii hiperfine a liniei Hg. I 5461.

N. I. Ionescu-Pallas, *Asupra entropiei în amestecurile de gaze.*

L. Blănaru, *Un robinet pentru vid înaintat.*

29 IUNIE 1957

G. Busnea, O. Constantinescu, D. Topor, *Folosirea solvenţilor organici la eluţia selectivă a cationilor adsorbiţi pe răşini schimbătoare de ioni. 1. Eluţia selectivă a zincului.*

S. Ionescu, I. Negrescu, I. Găinar, *Schimbul izotopic al ionilor SO^2 în cîteva sisteme heterogene.*

T. Născuţiu, *O metodă de dozare a mercurului cu ajutorul indicatorilor radioactivi.*

S. Ionescu, O. Constantinescu, I. Găinar, M. Mihalcu, D. Topor, *Studii asupra posibilităţilor de separare a unor ioni pe răşina romînească schimbătoare de ioni R—21.*

S. Ionescu, I. Negrescu, I. Găinar, *Schimbul izotopic al ionilor SO^2 în cîteva sisteme heterogene.*

C. Grigorescu-Sabău, S. Ionescu, T. Născuţiu, *Contribuţii la separarea ionilor Co^{2+} de ionii Co^{3+} prin extracţie cu solvenţi.*

3 IULIE 1957

Fl. Ciorăscu, M. Nachman, M. Oncescu, Cu privire la rezistivitatea păturilor subţiri de staniu depuse prin evaporare în vid.

L. Grigorescu şi M. Nachman, *Proprietăţile optice ale aliajelor depuse prin evaporare simultană în vid.*

L. Grigorescu şi G. Teodorescu, *Studiul prin difracţie electronică al aliajelor cupru-staniu depuse prin evaporare simultană în vid.*

Gh. Holloş şi E. Toma, *Reflexia în vizibil a aliajelor aur-staniu depuse prin evaporare simultană în vid.*

SEMINARUL DE FIZICĂ TEORETICĂ

M. Micu, *Probe experimentale ale conservării parităţii.* Momentul magnetic al mezonului

A. Săndulescu, *Antiprotonul şi anihilarea lui.*

SEMINARUL DE TEHNICA MĂSURĂTORILOR ÎN FIZICA NUCLEARĂ

B. Iosifescu, *Despre contori Geiger Müller.*

G. Comşa, *Despre detectorii cu scintilaţie.*

Gh. Holloş, *Despre fotomultiplicatori.*

SEMINARUL DE REACŢII NUCLEARE

M. Vicol, *Camera Wilson.*

C. Rădulescu, *Reacţii nucleare al elementelor transuraniene.*

SEMINARUL DE RADIOCHIMIE

M. Bădănoiu, *Comportarea semiconductorilor sub acţiunea iradierii cu neutroni şi electroni Iradierea cu electroni a germaniului.*

C. Chiotan şi T. Născuţiu, *Despre separarea produselor de fisiune şi a celor obţinute în ciclotron.*

SEMINARUL DE RADIAŢII COSMICE

C. Potoceanu, Pierderi de ionizări.

COMUNICĂRI

14 MAI 1957

M. Herovanu, L. Parteni, V. Winter, L. Clejan, *Influența cimpului electric asupra metabolismului proteic vegetal.*

28 MAI 1957

G. Ghiță, *Realizarea unui etalon Fabry — Përrot.*

11 IUNIE 1957

Dr. R. Grigorovici, R. Mănăilă, *Imaginea obiectelor puternic defazante în microscopul cu contrast de fază.*

SEMINARUL DE OPTICA

R. Weiner, *Metode optice în fizica nucleară.*
L. Ghiță, *Difuzia moleculară a luminii.*
C. Ghiță, *Metodele interferometriei cu raze multiple.*

Experimentalnaia iadernaia fizica (*Fizica nucleară experimentală*, sub redacția lui E. S e g r è) I.I.L., Moscova, 1955, vol. I, partea a IV-a.

N. F. RAMSEY, *Problema a două corpuri și introducere în structura nucleelor*, 72 pag.

Aflarea legii de forță între particulele nucleare este o problemă centrală a fizicii nucleului. Pînă acum, tentativele teoriilor de cîmp au dus doar la o concordanță calitativă cu datele experimentale. Paralel cu teoriile de cîmp, problema a fost abordată și pe cale fenomenologică. Aici se fac anumite ipoteze asupra forțelor nucleare și se confruntă rezultatele teoretice cu cele experimentale. Potrivirea lor înseamnă că ipotezele făcute sînt unele posibile. Mult studiată, din acest punct de vedere, este interacția a doi nucleoni, care este mai puțin complicată matematic. Partea a IV-a, scrisă de N. F. R a m s e y, a volumului I din *Fizica nucleară experimentală*, are ca subiect tocmai această problemă.

În paragraful 1, care constituie introducerea, se argumentează modelul neutron-protonic al nucleului și se expun cîteva concluzii calitative asupra forțelor nucleare, concluzii ce pot fi trase din analiza datelor experimentale.

În paragraful 2 se tratează problema a doi nucleoni, materialul divizîndu-se pe puncte, fiecare avînd ca subiect diferitele aspecte ale interacției. Punctele prezintă, pe rînd : rezultatele experimentale, teoria procesului și interpretarea rezultatelor experimentale, pe baza teoriei prezentate. Experiențele sînt prezentate sumar, sau deloc, în primul caz dîndu-se doar compunerea instalației. Teoria nu este suficient de dezvoltat prezentată, ci, în mare parte, se împrumută formulele și concluziile din alte lucrări. Analiza datelor experimentale și interpretarea lor nu este, nici ea, prea amănunțită, însă reușește să înfățișeze raportul între teorie și experiență într-o măsură suficientă pentru formarea unei păreri asupra situației.

La început se expune teoria deutonului în aproximația forțelor centrale și se arată neunicitatea rezolvării problemei, exprimată prin posibilitatea utilizării unor expresii diferite pentru legea de forță. Studiindu-se influența forțelor tensoriale, se stabilesc modificările introduse în integralele de mișcare și se găsește starea fundamentală a deutonului.

Deși se pare că ar fi mai corect ca difuzia unui nucleon pe altul să fie distinsă după simetria stărilor, autorul o împarte în difuzie (n—p) și (p—p). Pentru fiecare se prezintă, însoțită de figuri, cîte o experiență, care are trăsăturile comune experiențelor de genul respectiv. Autorul deduce secțiunea eficace în funcție de deplasările de fază și prezintă topica găsirii acestora din analiza datelor experimentale, expunînd o metodă aplicabilă la potențiale de formă arbitrară. Se expune și metoda lui Bethe de obținere a dependenței funcționale a deplasării de fază de energie. Nu sînt expuse metodele variaționale, deși acestea sînt tot mai utilizate, ci se face doar o scurtă comparare a rezultatelor lor cu rezultatele obținute prin celelalte metode. După discutarea difuziei (n—p) în starea de singlet și triplet, urmează o expunere calitativă a teoriei difuziei (n—p) la energii care depășesc 10 MeV, arătîndu-se că forțele tensoriale, care nu aduc schimbări esențiale în mărimea secțiunii eficace de difuzie la energii mici, la energii mari schimbă interpretarea rezultatelor experimentale prin inter-

mediul diferitelor potenţiale. Abia se aminteşte de experienţele cu nucleoni polarizaţi, cu toate că datele noi care se pot obţine sînt deosebit de preţioase. Din compararea teoriei cu datele experimentale, autorul conchide că forţele nucleare sînt independente de sarcină, concluzie ce pare contrazisă de unele experienţe recente la energii mari. Autorul remarcă faptul că atît difuzia (n—p), cît şi difuzia (p—p) nu indică forţe de repulsie suficiente ca să dea saturaţia forţelor nucleare pe baza forţelor de interacţie între două particule.

Alte două procese, care au loc cu participarea a doi nucleoni, sînt fotodezintegrarea deutonului şi captura neutronului de către proton. O sumară expunere a rezultatelor experimentale asupra lor este urmată de redarea, fără nici o deducere, a formulelor necesare pentru discuţie şi o prezentare calitativă a teoriei, ţinîndu-se seama de existenţa a două efecte, electric şi magnetic, precum şi de influenţa forţelor tensoriale.

Paragraful se încheie cu teoriile mezonice ale forţelor nucleare. După istoricul apariţiei acestor teorii, urmează o prezentare simplificată (nici nu se putea altfel aici) a particularităţilor lor, cu discutarea unora dintre ipoteze. Autorul constată că pe această bază, s-au putut explica parţial unele rezultate experimentale asupra momentelor nucleare.

Paragraful următor şi ultimul în acelaşi timp, se ocupă cu nucleele constituite din mai mult de doi nucleoni. Problema a trei şi patru nucleoni este prezentată cu dificultăţile teoretice, legate de natura ei, şi căile pe care i s-a încercat simplificarea şi rezolvarea. Remarcînd starea nesatisfăcătoare a teoriei nucleelor grele, caracterizată prin aceea că modele diferite, unele incompatibile între ele, explică în mod satisfăcător procese disjuncte, autorul analizează rezultatele experimentale din care se pot trage concluzii printr-un studiu mai puţin profund al proprietăţilor nucleelor stabile. Pe scurt, se expun faptele care au dus la apariţia modelului păturilor nucleare, trăsăturile principale şi rezultatele aplicării lui.

Capitolul în întregime nu poate constitui nici un breviar pentru teorie, nici un îndreptar, practic pentru cercetarea experimentală. Cititorul găseşte însă punerea problemelor, dificultăţile, stadiul respectiv al rezolvării lor, raportul dintre teorie şi experienţă şi, în general, o orientare asupra chestiunilor din domeniul dezbătut. Lista bibliografică de 379 lucrări, la care trimiterile sînt făcute de la locul unde se expune problema, constituie în acest fel un ghid bibliografic ordonat pe temele discutate, dus pînă la data redactării. Pentru datele mai recente, redacţia rusă a mai adăugat unele trimiteri.

I. Brînduş

Antiferomagnetizm — sbornik statei (*Antiferomagnetism — culegere de articole*, sub redacţia lui S. V. Vonsovski). Moscova, 1956, 488 pag.

Problemele de antiferomagnetism, atît din punct de vedere teoretic, cît şi experimental, au fost atacate mai ales după al doilea război mondial. În ultimii ani au apărut o serie de articole foarte importante în legătură cu acest domeniu al fizicii. Se ştie că în Uniunea Sovietică se editează periodic culegeri de traduceri ale articolelor de specialitate asupra problemelor moderne ale diferitelor ştiinţe. Printre aceste culegeri, culegerea *Antiferomagnetism* prezintă un deosebit interes pentru cercetătorii în domeniul magnetismului. Ea conţine, strînse la un loc, traduceri de articole în legătură cu antiferomagnetismul, apărute în periodicele străine.

Culegerea este însoţită de o scurtă prefaţă a redactorului, profesorul S. V. Vonsovski, şi articolele au fost grupate în patru părţi. În prefaţă redactorul expune motivele şi criteriile care au stat la baza întocmirii prezentei culegeri. El insistă asupra importanţei respectivelor articole, prin care au fost rezolvate o serie de probleme dificile teoretice şi experimentale. După aceea arată că ordinea prezentării materialului a fost dictată de necesitatea posibi-

lităţii de urmărire treptată şi de o anumită schemă logică care se impune şi care va reieşi de altfel din cele de mai jos.

Prima parte a culegerii este intitulată *Teoria stării antiferomagnetice a corpurilor* şi conţine 34 de articole, adică mai bine de jumătate din numărul total de articole.

Se începe cu două articole de sinteză asupra antiferomagnetismului pentru a uşura munca cititorului şi a-l introduce în problemele fundamentale. Primul articol al lui H. Labhart se ocupă cu problemele cele mai simple, elementare, dar absolut necesare. Articolul a fost scris în 1953 şi dă o bibliografie bogată. Următorul articol este semnat de J. H. Van Vleck. Deşi publicat încă din 1951, în Journ, de phys., nr. 12, p. 262 cu ocazia congresului de magnetism de la Grenoble, acest articol prezintă încă şi astăzi un foarte mare interes, prin claritatea sa neobişnuită, prin bogăţia materialului, prin sugestiile pe care le-a adus, ducînd astfel la o serie de dezvoltări teoretice ulterioare, pe care le-au făcut diferiţi autori. În plus autorul dă o tratare originală a problemelor, făcînd totodată precizări teoretice importante, cum ar fi de exemplu în problema interacţiunii de supraschimb (interacţiune de schimb indirectă), unde se dau deduceri originale, mai clare şi mai simple decît ale autorilor care s-au ocupat mai înainte de aceste probleme.

Următoarele trei articole sînt semnate de J. H. Van Vleck, L. Neel şi P. Anderson, fiind publicate respectiv în Journ. Chem. Phys. (1941), Ann. de Phys. (1948), Phys. Rev. nr. 79 (1950). Aceste trei articole au un rol de bază în teoria antiferomagnetismului. Se aplică aici metoda cîmpului molecular a lui Weiss. Dintre aceste trei articole, cel al lui Van Vleck este fără îndoială cel mai important, întrucît el a pus bazele teoriei antiferomagnetismului. Într-adevăr, înaintea acestui articol existau numai cîteva studii experimentale şi cîteva articole ale lui L. Neel, care însă păcătuiau printr-o expunere neclară şi un fond uneori insuficient exploatat. Totodată articolul lui Van Vleck, prin sugestiile ce le conţine, a stat fără îndoială la baza unei serii de articole ulterioare în care au putut fi făcute generalizări şi tot felul de rafinamente de calcul. Este interesant de observat că aceste sugestii şi întreaga dezvoltare teoretică s-a făcut abia peste 10 ani, faţă de articolul lui Van Vleck (din 1940), anume începînd din 1950, cînd cercetările teoretice şi experimentale asupra antiferomagnetismului au luat un mare avînt. Acest avînt a fost inaugurat, printre alţii, de P. Anderson care a scris cîteva articole importante în acest domeniu. Articolul său din Phys. Rev. nr. 79 conţine cîteva generalizări ale teoriei cîmpului molecular (în prezentarea dată de Van Vleck, în 1940), pentru cazuri mai complicate, anume reţele cubice cu feţe centrate de ioni magnetici.

Următoarele articole (6—17) se ocupă cu diferitele aspecte şi dezvoltări teoretice ale metodei semiclasice a cîmpului molecular, lucrîndu-se de obicei în aproximaţia lui Ising, adică numai cu componentele pe o singură axă (de obicei axa de anizotropie) ale spinilor, neglijînd cu totul contribuţia celorlalte componente, pe celelalte axe. Aceste articole sînt următoarele: articolul lui G. H. Wannier (1950), care se ocupă de reţele triunghiulare, în aproximaţia Ising, articolul lui Yin-Yuan Li (1950), care se ocupă cu cîteva aspecte calitative; J. M. Luttinger (1951) se ocupă cu starea energetică fundamentală a antiferomagneticilor, făcînd un calcul detaliat, C. Gorter şi J. Haantjes (1952), aplică metoda pentru cristale rombice; următoarele două articole sînt semnate de japonezii T. Nagamiya, respectiv K. Yosida, care fac calcule ingenioase şi studiază şi fenomenul de rezonanţă antiferomagnetică; C. G. Garett se ocupă de cîmpul critic, J. M. Ziman aplică metoda lui H. A. Bethe; printre următoarele patru articole, în trei dintre ele este coautor J. S. Smart şi sînt prezentate cîteva aspecte sintetice şi generale ale teoriei cîmpului molecular, ale problemei transformărilor de fază şi ale stabilităţii. Pentru un cititor nefamiliarizat cu problemele, dintre aceste articole cele mai utile sînt desigur articolele lui

J. S. Smart, care prezintă aspectele fundamentale ale teoriei cîmpului molecular, făcînd o serie de discuţii principiale utile.

Următoarele cinci articole se ocupă de problema deosebit de importantă a supraschimbului (interacţiunile de schimb indirecte). Primul articol este cel al lui H. A. Kramers publicat în Physica nr. 1 din 1934, în care se discută pentru prima dată problema supraschimbului, studiindu-se interacţiunile între configuraţii cu ajutorul unei teorii de perturbaţie. Articolul a pus problema din punct de vedere principial, calculele însă nu au fost duse pînă la capăt.

Mult mai tîrziu, abia în 1950, P. Anderson a reluat problema. El a făcut un calcul amănunţit, care însă din nefericire a fost expus într-un mod cam greoi. El a arătat că supraschimbul este legat de starea orbitală a electronilor atomilor neutri, care sînt situaţi între atomii magnetici. Van Vleck în articolul său de ansamblu (al doilea articol al colecţiei) a precizat ideile lui Anderson, dînd, după cum am spus şi mai înainte, deduceri noi, mai simple, care au clarificat mecanismul supraschimbului. De altfel, problema a continuat să fie în atenţia teoreticienilor şi colecţia conţine încă trei articole foarte importante asupra acestui subiect, în care dezvoltările teoretice au fost duse foarte departe. Este vorba de articolele lui M. Shimizu (1952) şi J. Yamashita (1954), ambele publicate în reviste japoneze şi articolul lui G. W. Pratt (1955) publicat în Phys. Rev.

Prima parte a culegerii se încheie cu lucrări, în care problema antiferomagnetismului este atacată cu ajutorul mecanicii cuantice. Aceste lucrări prezintă un interes deosebit, deşi diverşii autori nu obţin rezultate complet identice între ele. Mai mult decît atît, există studii în care sînt discutate metodele utilizate de diferiţii autori, unele dintre ele fiind puse sub semn de întrebare. Totuşi dat fiind succesele obţinute în confruntarea teoriei cu experienţa, fără îndoială aceste teorii, chiar dacă vor suferi noi precizări şi rafinări, vor rămîne puncte de plecare teoretice importante.

Iată acum pe scurt conţinutul articolelor 23 pînă la 34. Primele două articole sînt semnate de către P. Anderson şi au apărut în Phys. Rev. în 1951 şi 1952. Ele au pus bazele teoriei cuantice a antiferomagnetismului. Se studiază în special starea fundamentală. Urmează un scurt articol al lui H. A. Kramers, unde se dau cîteva sugestii importante, dar nu se face nici un calcul. P. Kasteleijn face o aplicaţie pentru lanţul liniar. Urmează două articole ale lui J. M. Ziman, intitulate *Antiferomagnetism prin metoda undelor de spin*, în care autorul face cîteva calcule complete pentru susceptibilitate. De acelaşi subiect se ocupă T. Nakamura, dar articolul lui este mai corect. În sfîrşit se dă o metodă variaţională (R. Kubo), un calcul dus cu mare acurateţă, ţinîndu-se seamă şi de interacţiunile dipolare (J. Tessman) şi un studiu al căldurii specifice (L. Howard şi J. S. Smart). Majoritatea articolelor de mai sus au apărut în 1952, an în care a fost fundată baza teoretică cuantică a antiferomagnetismului. Ultimele două articole sînt semnate de W. Marshall, care, în paralel cu o teorie variaţională, face o atentă critică a metodelor precedente. Aceste două articole au fost publicate în Proc. Roy. Soc., în 1955.

A doua parte a culegerii este intitulată *Cercetări experimentale asupra antiferomagnetismului* şi conţine articolele numerotate de la 35 la 44. Primul articol este semnat de H. Bizette şi a fost publicat împreună cu articolul de ansamblul al lui Van Vleck în Journ. de phys. în 1951, cu ocazia congresului de magnetism de la Grenoble. Articolul strînge la un loc o serie de date preţioase experimentale, dînd şi o privire de ansamblu asupra stadiului de atunci al problemei. Următoarele articole sînt mult mai scurte, cam de 2—5 pagini fiecare. Se dau diferite date experimentale în legătură cu proprietăţile magnetice şi alte proprietăţi, ale unei serii de substanţe antiferomagnetice. Articolele sînt semnate de Trombe, Gorter, Fine, Snow, Stout ş.a.

Partea a treia a culegerii conține numai două articole și se ocupă cu *Studiul structurii magnetice a antiferomagneticilor, prin metoda difracției de neutroni.* Se știe că la fel cum difracția razelor X furnizează date prețioase asupra structurii cristaline, difracția neutronilor permite cunoașterea orientării spinilor atomilor magnetici și dă astfel indicații prețioase asupra aranjării și structurii subrețelelor magnetice. Cele două articole, publicate ambele în Phys. Rev. sînt foarte documentate, fiind semnate de Shull, Strauser, Wollan, respectiv de R. A. Erickson.

Ultima parte a culegerii conține opt articole și se ocupă cu *Fenomenul de rezonanță antiferomagnetică.* În primele două articole semnate T. Nagamiya, respectiv F. Keffer și C. Kittel, este dată teoria fenomenului. În special articolul lui Kittel (autor cunoscut prin cercetările sale asupra diferitelor fenomene de rezonanță magnetică) prezintă o largă și aprofundată dezvoltare teoretică. Urmează trei note teoretice, fără un interes deosebit, apoi trei articole cu caracter mai mult experimental. Dintre ele cel mai important este cel semnat de L. R. Maxwell și T. Mc Guire, publicate în Rev. Mod. Phys., în 1953, cu ocazia simpozionului american de magnetism. El conține cîteva rezultate experimentale prețioase.

Culegerea conține în total 54 de articole și note. Din cele de mai sus s-a desprins o linie clară în sistematizarea acestui bogat material. Fără îndoială, mai trebuie relevat faptul, că au fost traduse lucrările cele mai semnificative,fiind lăsate la o parte o serie de articole mai puțin importante. Strîngerea la un loc a acestui bogat material constituie o realizare importantă pentru toți cercetătorii în domeniul magnetismului.

A. Corciovei

WILLIAM HUME ROTHERY, *Atomnaia teoria dlia metalurgov (Fizica atomică teoretică pentru metalurgiști).* Metalurgizdat , Moscova, 1955, 332 pag.

Cartea se adresează studenților și specialiștilor în probleme de metalurgie precum și fizicienilor și tuturor acelora care vor să-și formeze o idee despre structura metalelor și aliajelor.

Pentru metalurgiști cartea prezintă interes, în primul rînd, prin faptul că ea îi introduce în fizica atomică teoretică fără a le cere cunoștințe care să depășească nivelul învățămîntului politehnic superior; în al doilea rînd, cartea prezintă aspectul fenomenologic al metalelor și aliajelor, aspect cu care sînt obișnuiți, în general, specialiștii în metalurgie, din punctul de vedere al structurii atomice și moleculare. Cu alte cuvinte, se dă o importanță primordială proceselor fizice intime ale materiei și modului cum explică acestea procesele fizice și chimice la scară obișnuită.

Pentru fizicieni cartea este interesantă deoarece prezintă în mod succint și destul de general stadiul actual al teoriei structurii metalelor, teorie care trebuie să facă parte din bagajul de cunoștințe generale al oricărui fizician.

Cele expuse mai sus sînt valabile deopotrivă pentru cercurile mai largi de cititori. Titlul cărții redă în linii mari și structura cărții.

Într-adevăr, prima parte a cărții este dedicată fizicii atomice teoretice în general, iar a doua aplicațiilor acestei discipline la probleme de metalurgie. Din acest motiv prima parte, care reprezintă aproximativ jumătate din volumul cărții, poate fi sărită de către fizicieni și în general de cititorii care sînt familiarizați cu aceste probleme. Cu toate acestea, chiar pentru această categorie de cititori, această parte a cărții prezintă un anumit interes deoarece ea

este un exemplu remarcabil de expunere intuitivă a unor probleme care se găsesc de obicei în literatură sub o formă mult mai greu accesibilă decît cea pe care ar justifica-o natura, într-adevăr oarecum neobişnuită, a fenomenelor în cauză şi aparatul matematic corespunzător.

Este clar că, dat fiind dimensiunile şi scopul cărţii, autorul nu s-a putut opri asupra demonstraţiilor complicate care intervin în mecanica cuantică. Însă ideile fizice fundamentale sînt todeauna bine subliniate şi adeseori chiar repetate (ceea ce se explică prin caracterul didactic al cărţii — ea fiind la origine un curs destinat studenţilor), ceea ce uşurează mult înţelegerea materialului. Se poate cita în acest sens ca exemplu modul cum este expusă statistica Fermi-Dirac pe baza relaţiilor de nedeterminare şi a principiului Pauli. Această chestiune, deşi expusă la începutul părţii a doua a cărţii, face parte de fapt din prima parte, dat fiind caracterul ei general. De altfel, după părerea noastră, întreg capitolul intitulat *Teoria electronilor liberi* îşi găseşte un loc mai potrivit la sfîrşitul părţii întîia a cărţii, înaintea capitolului III. Ultimul paragraf al acestui capitol — în care sînt expuse diferite aplicaţii ale teoriei, cum ar fi căldura specifică, conductibilitatea electrică, emisia electronică, etc.— ar putea constitui o punte de legătură spre a doua parte a cărţii.

În ceea ce priveşte partea a doua a cărţii, ea mai conţine următoarele capitole mari: ansambluri de atomi, teoria zonelor, şi un capitol despre electroni, atomi, metale şi aliaje

Primul capitol din cele menţionate tratează despre spectrele razelor Roentgen moi ale corpurilor solide, elementele şi structura lor, ansambluri de atomi identici, atracţia interatomică şi natura forţelor Van der Waals, legăturile covalente şi natura forţelor de schimb, valenţele orientate, legătura de rezonanţă şi legătura metalică. În cadrul acestui capitol se insistă în special asupra explicării, pe baza mecanicii cuantice, a forţelor de legătură dintre atomii care duc la formarea structurilor complexe.

În cadrul capitolului dedicat teoriei zonelor se expune teoria lui Brillouin, aplicaţiile acestei teorii în problema conductibilităţii electrice a metalelor şi semiconductorilor şi cîteva trăsături ale teoriilor zonale mai complexe în care se ţine seama de abaterea de la caracterul strict periodic al cîmpului din cristale.

Ultimul capitol tratează despre : *a*) metalele alcaline ; *b*) cuprul, argintul şi aurul ; *c*) anumite metale de valenţă mai ridicată ; *d*) elementele mijlocii ; *e*) anumite proprietăţi magnetice. În această din urmă problemă, ca şi de altfel în majoritatea problemelor expuse mai sus, se accentuiează asupra limitelor de valabilitate a teoriilor existente, scoţîndu-se în relief problemele încă nerezolvate din punct de vedere teoretic şi eventualele discordanţe dintre teorie şi experienţă.

În prefaţa ediţiei în limba rusă a acestei cărţi, traducătorii B. Liubov şi I. Senski, remarcă pe bună dreptate că autorul, limitîndu-se la expunerea teoriei metalelor din punctul de vedere al concepţiilor electronice, nu se ocupă de o serie de probleme foarte importante, cum ar fi teoria echilibrului fazelor, cinetica transformărilor de faze, teoria deformărilor plastice etc.

De altfel, pentru o serie de probleme, redacţia rusă a introdus o bibliografie suplimentară, destinată în special cititorilor care au la dispoziţie literatura de specialitate în limba rusă.

În orice caz, ţelul pe care şi l-a propus autorul, care este o somitate în probleme de metalurgie, a fost în linii mari atins şi, de aceea, cartea poate fi recomandată şi cititorilor din ţara noastră.

R. Weine

A. EINSTEIN, Teoria relativităţii, Ed. tehnică, Bucureşti, 1957, 150 pag.

Cartea lui Einstein *Teoria relativităţii* este „o introducere pentru toţi cei care posedă elementele matematicilor superioare dar care nu vor să-şi consacre prea mult timp şi prea multă ostenealâ acestui subiect", cuprinzînd cele patru prelegeri ţinute la Universitatea Princeton

în mai 1921 completate cu o anexă în care se discută diferitele progrese ale teoriei relativității după 1921 precum și o altă anexă asupra teoriei generalizate a gravitației, complet revizuită cu ocazia apariției ultimei ediții (a V-a).

În prima prelegere, *Spațiul și timpul în fizica prerelativistă*, se face o scurtă cercetare asupra ideilor despre spațiu și timp, arătîndu-se legătura dintre aceste idei și stările noastre de conștiință, realitatea apărînd după Einstein ca atașarea stărilor sensibile, comune diferiților indivizi, care își corespund una alteia, și într-un anumit sens suprapersonale. Fizicei, îi corespunde conceptul de corp fizic, în particular de cel solid, timpul apărînd ca ordonarea stărilor de conștiință ale unui individ după criteriul ireductibil de „mai devreme" și „mai tîrziu" și spațiul ca prelungiri ale unui corp A încît să ajungă în contact cu orice alt corp X, deci un spațiu al corpului A, numit „corp de referință" sau „spațiu de referință".

Fizica prerelativistă presupune că legile referitoare la pozițiile corpurilor ideale corespund geometriei euclidiene, adică două puncte pe un corp solid determină o dreaptă iar lungimea segmentului corespunzător este egală cu

$$s^2 = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2,$$

pentru orice poziție a segmentului. Aici se presupune că un corp solid poate fi mișcat oricum și că comportarea corpurilor solide ideale este independentă de poziția lor relativă, în sensul că două segmente pot fi juxtapuse oricînd și oriunde, ipoteze care provin evident din experiență.

După aceasta se arată, pe baza semnificației fizice independente de alegerea coordonatelor, că transformările liniare ortogonale sînt singurele sisteme echivalente de coordonate, deci mărimile fizice se exprimă ca mărimi covariante în raport cu aceste transformări. Se introduce noțiunea de tensor după care se studiază covarianța față de transformările liniare ortogonale a ecuațiilor unui punct material, unui mediu continuu, precum și ecuațiile lui Maxwell.

În prima prelegere se găsesc ecuații conforme „principiului relativității direcțiilor", adică toate direcțiile din spațiu sînt echivalente fizic, iar în prelegerea a doua, teoria relativității restrînse, se trag consecințele „principiului relativității restrînse", adică legile naturii concordă pentru sisteme inerțiale. Problema revine acum la găsirea coordonatelor x_ν și a timpului t într-un sistem inerțial față de altul.

În fizica prerelativistă aceasta se rezolvă pe baza ipotezei timpului și lungimii absolute obținîndu-se cunoscuta transformare galileană

$$x'_\nu = x_\nu - a_\nu - b_\nu t,$$
$$t' = t - b,$$

față de care ecuațiile de mișcare ale lui Newton sînt covariante, dar față de care ecuațiile lui Maxwell-Lorentz nu sînt.

E i n s t e i n, pe baza ipotezei constanței vitezei luminii și pe baza principiului relativității restrînse, deduce transformarea lui Lorentz specială, care lasă invariantă mărimea

$$s^2 = \Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \Delta x_3^2 + \Delta x_4^2$$

unde $x_4 = il = ict$.

Din această transformare se ajunge la concluzia contracției Lorentz, adică dacă într-un moment determinat în K', și anume $l = 0$, avem coordonata $X'_1 = n$, atunci în K avem egalitatea $X_1 = n\sqrt{1 - v^2}$, precum și la dilatarea timpului, adică dacă ceasul se găsește în originea sistemului K, atunci pentru $l = n$ avem $l' = n/\sqrt{1-v^2}$, timp observat din sistemul K'.

Se analizează apoi teoria invarianților față de transformările Lorentz, care devine analogă cu teoria invarianților din spațiul tridimensional prin introducerea coordonatei de timp imaginare (Minkorski), deoarece se știe că mărimile fizice trebuie să fie mărimi covariante față de transformarea Lorentz.

Astfel se obțin ecuațiile lui Maxwell sub formă covariantă, introducîndu-se și un cuadrivector al forței K_μ, ale cărui prime trei componente K_1, K_2, K_3 sînt componentele forței ponderomotoare iar a patra K_4 este lucrul executat de cîmp în unitatea de volum și unitatea de timp, înmulțit cu $\sqrt{-1}$. Pe baza acestui cuadrivector se obține bine cunoscuta relație a lui Einstein, între masă și energie, $E = mc^2$, precum și tensorul energie - impuls al cîmpului electromagnetic $T_{\mu\nu}$, cu ajutorul căruia se exprimă și legile de conservare (div $T_{\mu\nu} = 0$).

La sfîrșitul prelegerii se trece la studiul covarianței ecuațiilor hidrodinamicii.

În prelegerea a treia și a patra se abordează teoria relativității generalizate, și anume prin remarca că legea inerției a condus la sisteme inerțiale, ca sisteme privilegiate de coordonate, deci la o autonomie a continuumului spațiu-timp. Aceasta înseamnă, în primul rînd, că asupra lui nu se poate acționa și, în al doilea rînd, principiul relativității se referă numai la sisteme inerțiale.

Pe baza egalității numerice dintre masa inertă și masa gravifică, constatate experimental (Eötvös), și a legii lui Newton (masa inertă. accelerație = masa gravifică. intensitatea cîmpului gravific), Einstein enunță „principiul echivalenței", conform căruia dacă avem un sistem K' accelerat față de K, atunci sistemul K' în repaus cu un cîmp gravific este echivalent cu K în repaus fără cîmp gravific, adică inerția și gravitația au aceeași esență. De aici, deducîndu-se că geometria nu mai este euclidiană în prezența cîmpului gravific, în mod cu totul analog cu teoria suprafețelor dată de Gauss, se introduc coordonatele oarecari X^1, X^2, X^3, X^4 ale continuumului spațiu-timp, cu singura condiție ca la două evenimente vecine să li se asocieze valori vecine, putîndu-se considera domenii infinitezimale, numite galileene, pentru care există sisteme inerțiale, unde se poate măsura direct

$$ds^2 = -(dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2 + (dx^4)^2,$$

sau, în coordonate oarecari.

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\nu\, dx^\mu .$$

Problema teoriei relativității generale devine problema teoriei invarianților, a tensorilor, a construirii ecuațiilor covariante față de transformări punctuale oarecari. Generalizarea geometriei lui Euclid a fost făcută de Riemann, iar dezvoltarea sub forma calculului tensorial mai ales de Ricci și Levi-Civita. În continuare, se analizează acest calcul tensorial definindu-se tensorii contravarianți și covarianți, algebra lor fiind analogă cu cea din cazul transformărilor liniare ortogonale, iar diferențierea făcîndu-se prin noțiunea de transport paralel, adică a deplasării paralele a unui vector în vecinătatea infinitezimală a unui punct (unde sistemul se comportă euclidian), și formarea diferenței dintre vectorul respectiv și vectorul deplasat.

Se obțin apoi ecuațiile de mișcare a unui punct material, de unde rezultă că el se mișcă după o geodezică, care în lipsa cîmpului gravific devine o dreaptă.

Se arată apoi că ecuațiile de mișcare ale lui Newton pot fi obținute în primă aproximație, după care se trece la stabilirea ecuațiilor cîmpului gravitațional pe baza analogiei cu ecuația lui Poisson $\Delta \varphi = 4\pi k \rho$ din teoria lui Newton. În locul lui ρ intervine tensorul energie al materiei $T_{\mu\nu}$, iar în locul lui $\Delta \varphi$ un tensor diferențial al potențialului gravific, care se determină complet din condițiile ca :

1) să nu conțină derivatele lui $g_{\mu\nu}$ de ordin mai mare decît doi;

2) să fie liniar și omogen față de derivatele de ordin doi;

3) divergența lui să fie nulă; obținîndu-se următoarele ecuații ale cîmpului gravific

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = - k T_{\mu\nu}$$

unde $R_{\mu\nu}$ este tensorul lui Riemann iar k o constantă legată de constanta de gravitație a lui Newton.

Și aceste ecuații conduc în primă aproximație la teoria lui Newton, deducîndu-se în cadrul aceleași aproximații influența potențialului gravific asupra măsurătorii unității de lungime, trăgîndu-se de aici concluzia că liniile spectrale ale radiației de la suprafața soarelui vor fi deplasate spre roșu, precum și devierea unei raze de lumină de către același potențial gravific, ambele concluzii fiind complet verificate experimental.

A treia concluzie a teoriei este mișcarea periheliului planetei Mercur. Efectul era cunoscut în acea vreme dar, pînă atunci, astronomia teoretică nu-i dăduse o justificare satisfăcătoare.

Apoi se studiază așa-numita problemă cosmologică, unde Einstein pleacă de la ideea emisă de Mach, după care inerția depinde de caracterul interacțiunii între corpuri, ajungînd la concluzia că universul este finit, sferic sau eliptic.

În anexa I se studiază problema cosmologică în lumina noilor rezultate. Înainte se adăuga în ecuațiile teoriei relativității generalizate un nou termen pentru a înlătura greutatea introducerii densității finite a materiei astfel că ele deveneau

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \Lambda g_{ik} + kT_{ik} = 0,$$

unde Λ este constanta cosmologică. Pe urmă însă, s-a observat că nu e logic necesar acest termen și că densitate finită a materiei se poate obține presupunînd că metrica se schimbă în timp, presupunere care duce la teoria universului în expansiune, observată experimental prin deplasarea spre roșu a liniilor spectrale, deplasare care crește liniar cu distanța pînă la steaua respectivă. De aici se obține relația între densitatea medie și lărgirea Hubble, relație confirmată experimental. La aceeași concluzie se ajunge presupunînd izotropia spațială, presupunere care face să piară multe îndoieli în privința soluției problemei cosmologice, care totuși are multe greutăți.

În anexa a II se dă o nouă versiune a teoriei generale a relativității și anume *Teoria relativistă a cîmpului nesimetric*, făcîndu-se astfel ultimul pas prin unificarea conceptului de cîmp, caracterizată prin trecerea la cîmpul nesimetric, dificultățile alegerii legilor de cîmp fiind învinse abia în ultimul timp. În această teorie se simplifică deducerea ca și forma ecuațiilor de cîmp, întreaga teorie devenind astfel mai clară fără a-și schimba conținutul.

La început se discută problema „tăriei" sistemului de ecuații a unui cîmp, în general, mărginindu-se la cîmpurile cvadridimensionale și anume se definește un „coeficient de libertate" cu ajutorul căruia se pot compara diverse cîmpuri cvadridimensionale între ele. Cu cît coeficientul de libertate e mai mare, cu atît sistemul de ecuații e mai slab, astfel pentru ecuația undelor scalară corespunzîndu-i 6, pentru ecuațiile lui Maxwell în vid 12, iar pentru ecuațiile gravitației în vid tot 12.

Se trece apoi la teoria generală a relativității, arătîndu-se că ea poate fi concepută numai ca o teorie de cîmp, elementul teoriei care face posibilă dispensarea de sisteme inerțiale fiind cîmpul deplasărilor infinitezimale Γ^l_{ik}, cu ajutorul căruia se pot compara vectori localizați în puncte infinitezimal vecine. După aceasta se analizează cîmpul de deplasări Γ^l_{ik} ajungîndu-se la concluzia că nu trebuie luat simetric față de indicii inferiori. Cu ajutorul cîmpului Γ se calcu-

leză tensorul de curbură R^i_{klm}, precum și cel contractat R_{ik}, observîndu-se că această curbură este invariantă la transformarea $\Gamma^{l*}_{ik} = \Gamma^l_{ik} + \delta^l_i \frac{\partial \lambda}{\partial x_k}$, numită transformarea λ, adică $R^i_{klm}(\Gamma^*) = R^{\ i}_{klm}(\Gamma)$. Totuși folosind numai principiul relativității avem multe dificultăți în cazul cîmpului nesimetric, de aceea, se generalizează condiția de simetrie cerîndu-se ca toate ecuațiile cîmpului să fie invariante la transpoziție, adică înlocuind pe g_{ik} prin $\widetilde{g}_{ik} \equiv g_{ki}$ și Γ^l_{ik} prin $\widetilde{\Gamma}^l_{ik} \equiv \equiv \Gamma^l_{ki}$ și comutînd indicii i cu k, ecuațiile să rămînă aceleași. Deoarece tensorul de curbură contractat R_{ik}, exprimat prin Γ^l_{ik}, nu este simetric transpus se introduce în locul lui Γ^l_{ik} un pseudo-tensor $U^l_{ik} \equiv \Gamma^l_{ik} - \Gamma^t_{it}\delta^l_k$ cu ajutorul căruia R_{ik} devine simetric transpus S_{ik}.

În continuare, se deduc ecuațiile cîmpului pe baza unui principiu variațional, luîndu-se ca integrand o densitate scalară egală cu $g^{ik} S_{ik}$, obținîndu-se ecuații ale cîmpului invariante la transformări de coordonate, transformări λ, precum și la transpoziții. Pe baza aceluiași lagrangean se obțin 4 + 1 identități între ecuații cu care se calculează apoi coeficientul de libertate al sistemului, obținîndu-se 42, ecuațiile cîmpului nesimetric fiind astfel considerabil mai slabe decît aceleași ale cîmpului gravitațional. În sfîrșit, se analizează noțiunea de cîmp, din care Einstein trage o serie de concluzii interesante.

Aurel Săndulescu

Experimentalnaia iadernaia fizica (*Fizica nucleară experimentală*, sub redacția lui E. S e g r è) I. I. L., Moscova, 1955, vol. I, partea a III-a.

N. F. RAMSEY, *Momentele și statistica nucleelor*, 120 pag.

Unul din cele mai importante mijloace de cercetare a proprietăților nucleelor atomice este bazat pe studiul interacțiunii acestor nuclee cu alte particule (inclusiv alte nuclee).

În cazul acestei interacțiuni se manifestă proprietățile specifice ale nucleului ca momentele mecanice (spinul), electrice și magnetice, distribuția de masă și sarcină, statistica etc. Aceste proprietăți interesante în sine, prin faptul că determină în parte structura atomilor și moleculelor și fenomenele legate de acestea, aduc informații prețioase și în ceea ce privește structura nucleelor. Astfel se explică numărul impresionant de lucrări dedicat acestui domeniu (în capitolul recenzat sînt citate 681 de lucrări, dar numărul lor total este de cîteva ori mai mare) și locul important pe care-l ocupă acest capitol în fizica nucleară și deci și în cartea redactată de Segrè. După o introducere care rezumă de fapt proprietățile nucleare globale menționate mai sus, este expusă, teoria interacțiunilor electrice și magnetice ale nucleelor cu cîmpurile atomice și moleculare. Prin cele trei anexe care urmează acest paragraf, expunerea capătă un nivel teoretic ridicat. Celelalte paragrafe, dedicate metodelor și rezultatelor experimentale precum și diferitelor aplicații, pot fi urmărite destul de ușor, după citirea acestui paragraf teoretic. Metodele expuse sînt bazate pe structura hiperfină a spectrelor, spectrele de bandă, raze atomice și moleculare în cîmp magnetic (cu rezonanță și fără), metode de rezonanță cu fascicul de neutroni, metode de rezonanță nucleară și metode radiospectroscopice. În ceea ce privește rezultatele obținute prin aceste metode menționăm tabelul complet (la data redactării) de momente nucleare. Ultimul paragraf se ocupă de aplicațiile în chimie și fizica corpului solid (interacțiunea momentelor nucleare în cristale, rezonanța paramagnetică și feromagnetică etc.). Ca o caracteristică generală a acestui capitol, care se regăsește de altfel în întreaga carte, trebuie remarcat că problemele expuse cu multă competență sînt probleme tipice, reprezentînd esențialul din domeniul respectiv, și că citirea acestui capitol este deopotrivă de utilă atît pentru experimentator cît și pentru teoretician.

R. Weiner

ACADEMIA REPUBLICII POPULARE ROMÎNE
INSTITUTUL DE FIZICĂ ATOMICĂ ŞI INSTITUTUL DE FIZICĂ

STUDII ŞI CERCETĂRI DE FIZICĂ

Tomul VIII 1957

INDEX ALFABETIC

STUDII Nr. Pag.

ATANASIU GH., ZUGRĂVESCU D., BUCUR IL. şi NEŞTIANU T., Noi contribuţii la studiul cîmpului magnetic terestru în Ardeal (Campania anului 1955) 1 9
ATANASIU GH., ZUGRĂVESCU D. şi BUCUR IL., Contribuţii la studiul geomagnetic al Ardealului (Campania anului 1956) 4 469
AUSLÄNDER J. şi GEORGESCU IULIA, Despre presiunea de vapori a poloniului la temperatura camerei 1 17
BALLY D. şi GLODEANU AL., Studiul proprietăţilor magnetice ale unor aliaje Cu-Ni-Fe 4 445
BRĂNDUŞ I. şi SĂNDULESCU A., Frecvenţele proprii ale nucleului compresibil într-un model statistic nestatic 4 433
CIORĂSCU F., Distribuţia de energie a electronilor într-o descărcare de foarte înaltă frecvenţă în hidrogen 1 41
COMŞA GEORGE şi MUSA GEAVIT, Un nou tip de pompă de ionizare 2 119
CORCIOVEI A. şi MUGUR M., Rezonanţa magnetică nucleară la un sistem de trei nucleoni 3 267
CORCIOVEI A., Curba de absorbţie magnetică nucleară la un sistem de trei nucleoni, formînd un triunghi echilateral 3 295
CORCIOVEI A., Susceptibilitatea paralelă a unui cristal antiferomagnetic cu două subreţele magnetice la temperaturi joase 4 399
CUCUREZEANU I., Asupra curbelor de energie potenţială ale acizilor carboxilici 2 163
FRIEDLÄNDER E. şi RUCKENSTEIN E., Despre folosirea unor surse de mari dimensiuni în spectrometre β cu înregistrare integrală 2 113
FRIEDLÄNDER E., Despre studiul statistic al cascadelor electrono-fotonice . 2 153
GAVRILĂ M., Stabilirea formulei lui Sauter pentru efectul fotoelectric cu metoda aproximaţiei Born 4 421
IONESCU-PALLAS N. J., Asupra spectrului de vibraţie pură la moleculele biatomice cu legătură homeopolară 2 107
IONESCU-PALLAS N. J., Asupra entropiei amestecurilor de gaze 4 457
LĂBUŞCĂ E. şi CONSTANTINESCU F., Variaţia proprietăţilor magnetice ale feritelor mixte Cu+Ni, în funcţie de raportul ferit de cupru/ferit de nichel 3 347
MAXIM I., AUSLÄNDER D. şi STAN V., Variaţia punctelor Curie ale aliajelor Ni-Cu-Sn 2 143
MAXIM I., Legea de concentraţie electronică în feromagnetism la aliajele de nichel 2 147
MERCEA V., MERCEA J. şi URSU I., Un viscozimetru cu disc rotitor 2 135
MERCEA V., URSU I. şi VĂSARU GH., Contribuţii la studiul electrolizei în curent ondulat 4 479
MUGUR MIOARA, Asupra relaxărilor în cîmp extern intens a ansamblurilor de microsisteme permanent polare 3 311
ONCESCU MIRCEA, Coeficientul termic al rezistivităţii păturilor subţiri de staniu 2 157
ROSENBERG M., Studiul dependenţei de temperatură a forţei coercitive la unele materiale laminate magnetic moi şi pulberi feromagnetice fin dispersate . . 3 321
ROTHMAN H., Sondaje în coloana pozitivă a unei descărcări în neon la curenţi mici 3 255
RUCKENSTEIN E., Vaporizarea unui film subţire de lichid în vid înaintat . . 1 25
URSU IOAN, Efecte paramagnetice la scurgerea vîscoasă a amestecurilor de gaze cu oxigen în cîmp magnetic şi utilizarea lor la analiza de gaze 4 415

ACTUALITĂȚI ȘI DISCUȚII ÎN FIZICĂ

	Nr.	Pag.
CORCIOVEI A., Curba de absorbție în fenomenul de inducție magnetică nucleară	1	54
MARTALOGU M., Cîmpurile electrice și magnetice cu focalizare intensă, cu aplicații la acceleratorii de energii foarte mari	1	70
MUGUR MIOARA, Teoria rezonanței magnetice nucleare	2	171
ȘTEFĂNESCU D. și MIHALCU M., Cîteva aspecte din electrochimia radioelementelor	4	491
VALERIU A., DRĂGHICESCU M., IANCULOVICI B. și DRĂGHICESCU P., Montaje experimentale pentru observarea rezonanței magnetice nucleare	2	213
WEINER R., Asupra bazelor teoretice ale modelului nuclear al păturilor	3	359

NOTE

ARCAN L., BALLY D. și BÎRSAN I., Joja magnetică pentru interval mare de presiuni	1	85
ARCAN L., BALLY D., Capcana pentru instalațiile metalice de vid	1	90
CORCIOVEI A., Observație în legătură cu teoria cîmpului molecular la antiferomagnetici	1	91
DRĂGHICESCU M. și IANCULOVICI B., Instalație universală pentru degazarea tuburilor electronice	2	239
DRĂGHICESCU M. și IANCULOVICI B., Manometru Pirani lucrînd în domeniul 5.10^{-5}—10 mm Hg	4	511
FRIEDLÄNDER E., Generare multiplă de mezoni în ciocniri mezon-nucleon	3	379
VALERIU A., PASCARU I. și IANCULOVICI B., Măsurători de cîmp magnetic cu ajutorul rezonanței nucleare	2	235

INSTALAȚII ȘI APARATE DE LABORATOR

WEINER M., Contor Geiger-Müller cu catod de grafit	3	383

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ ATOMICĂ

Activitatea Institutului de fizică atomică	1	95
Activitatea Institutului de fizică atomică	2	241
Activitatea Institutului de fizică atomică	3	385
Activitatea Institutului de fizică atomică	4	517

ACTIVITATEA INSTITUTULUI DE FIZICĂ

Activitatea Institutului de fizică	2	241
Activitatea Institutului de fizică	3	387
Activitatea Institutului de fizică	4	519

RECENZII

EINSTEIN A., *Teoria relativității* de *Săndulescu A.*	4	536
FEENBERG EUGÈNE, *Teoria în pături a nucleului* de *Weiner R.*	3	391
MAYER M. G. și JENSEN J. H. D., *Teoria elementară a structurii nucleare în pături* de *Weiner R.*	3	391
NICOLAU ED., *Metode variaționale și tensoriale în electricitate* de *Toția H.*	2	244
RAMSEY N. F., *Problema a două corpuri și introducere în structura nucleelor* de *Brănduș I.*	4	521
RAMSEY N. F., *Momentele și statistica nucleelor* de *Weiner R.*	4	530
ROTHERY WILLIAM HUME, *Fizica atomică teoretică pentru metalurgiști* de *Weiner R.*	4	535
SANIELEVICI A., *Radioactivitatea* de *Musa Geavit*	2	245
SANIELEVICI A., *Introducere în radioactivitate* de *Corciovei A.*	3	389
SERGIESCU V., *Introducere în fizica solidului* de *Corciovei A.*	2	243
VONSOVSKI S. V., *Teoria modernă a magnetismului* de *Corciovei A.*	1	98
VONSOVSKI S. V., *Antiferomagnetism* de *Corciovei A.*	4	522
*** *Manualul inginerului electrician* (vol. III) de *Katz E*	1	97

АКАДЕМИЯ РУМЫНСКОЙ НАРОДНОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ АТОМНОЙ ФИЗИКИ И ИНСТИТУТ ФИЗИКИ

ТРУДЫ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ФИЗИКЕ

Том VIII 1957

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

СТАТЬИ	№.	СТР.
АТАНАСИУ Г., ЗУГРЭВЕСКУ Д., БУКУР И. и НЕШТИАНУ Т., Новые данные исследования земного магнитного поля в Трансильвании	1	9
АТАНАСИУ Г., ЗУГРЭВЕСКУ Д. и БУКУР И., К вопросу о геомагнитном исследовании Трансильвании Период работ 1956 года) . .	4	469
АУСЛЕНДЕР И. и ДЖОРДЖЕСКУ Ю., О давлении паров полония при комнатной температуре	1	17
БАЛЛИ Д. и ГЛОДЯНУ А, Исследование магнитных свойств некоторых сплавов Cu-Ni-Fe.	4	445
БРЭНДУШ И. и СЭНДУЛЕСКУ А., Собственные частоты сжимаемого ядра в нестатической статистической модели	4	433
ГАВРИЛЭ М., Установление формулы Заутера для фотоэлектрического эффекта по методу приближения Борна	4	421
ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС Н. Ж., О спектре чистого колебания у двухатомных молекул с гомеополярной связью	2	107
ИОНЕСКУ-ПАЛЛАС Н. Ж., Об энтропии газовых смесей . . .	4	457
КОМША Г. и МУША Г., Новый тип ионизационного насоса . .	2	119
КОРЧОВЕЙ А. и МУГУР М., Ядерный магнитный резонанс в системе трех нуклонов	3	267
КОРЧОВЕЙ А., Кривая ядерной магнитной абсорбции в системе трех нуклонов, образующих равносторонний треугольник	3	295
КОРЧОВЕЙ А., Параллельная восприимчивость антиферромагнитного кристалла с двумя магнитными подрешетками при низких температурах	4	399
КУКУРЕЗЯНУ И., О кривых потенциальной энергии карбокисловых кислот	2	163
ЛЭБУШКЭ Э. и КОНСТАНТИНЕСКУ Ф., Вариация магнитных свойств смешанных ферритов Cu + Ni в зависимости от отношения феррита меди к ферриту никеля	3	347
МАКСИМ И., АУСЛЕНДЕР Д. и СТАН В., Вариация точек Кюри сплавов Ni - Cu - Sn	2	143
МАКСИМ И., Закон электронной концентрации при ферромагнетизме в никелевых сплавах	2	147
МЕРЧА В., МЕРЧА Ж. и УРСУ И., Вискозиметр с вращающимся диском	2	135
МЕРЧА В., УРСУ И. и ВЭСАРУ Г., К вопросу исследования электролиза при волнистом токе	4	479
МУГУР М., О релаксациях во внешнем интенсивном поле совокупностей постоянно полярных микросистем	3	311
ОНЧЕСКУ М., Термический коэффициент сопротивления тонких слоев олова	2	157

РОЗЕНБЕРГ М., Исследование температурной зависимости коэрцитивной силы тонколистных магнито-мягких материалов и мелкодисперсных ферромагнитных порошков 3 321
РОТМАН Г., Зондирование в положительном столбе разряда в неоне при слабых токах 3 255
РУКЕНШТЕЙН Е., Испарение тонкой пленки жидкости в высоком вакууме 1 25
УРСУ И., Парамагнитные эффекты при вязком течении смеси газов с кислородом в магнитном поле и их применение к анализу газов 4 415
ФРИДЛЕНДЕР Е. и РЮКЕНШТЕЙН Е., Об использовании источников больших размеров в β-спектрометрах с интегральной регистрацией 2 113
ФРИДЛЕНДЕР Е., К статистической оценке энергии мягких каскадов 2 153
ЧОРЕСКУ Ф., Распределение энергии электронов в высокочастотных разрядах в водороде 1 41

ДИСКУССИИ И ОБСУЖДЕНИЯ

ВАЛЕРИУ А., ДРЭГИЧЕСКУ М., ЯНКУЛОВИЧ Б. и ДРЭГИЧЕСКУ П., Опытные монтажи для наблюдения ядерного магнитного резонанса 2 213
ВЕЙНЕР Р., О теоретических основах ядерной модели оболочек . . 3 359
КОРЧОВЕЙ А., Кривая поглощения в явлении ядерной магнитной индукции 1 54
МАРТАЛОГУ М., Интенсивно фокусированные магнитные и электрические поля и применение их к очень сильным ускорителям . 1 70
МУГУР М., Теория ядерного магнитного резонанса 2 171
ШТЕФЭНЕСКУ Д. и МИХАЛКУ М., Некоторые стороны химии радиоэлементов 4 491

ЗАМЕТКИ

АРКАН Л., БАЛЛИ Д. и БЫРСАН И., Магнитный указатель для больших разниц давления 1 85
АРКАН Л., БАЛЛИ Д., Уловитель для металлических вакуумных установок 1 90
ВАЛЕРИУ А., ПАСКАРУ И. и ЯНКУЛОВИЧ Б., Измерения магнитного поля при помощи ядерного резонанса 2 235
ДРЭГИЧЕСКУ М. и ЯНКУЛОВИЧ Б., Универсальная установка для дегазации электронных трубок 2 239
ДРЭГИЧЕСКУ М. и ЯНКУЛОВИЧ Б., Манометр Пирани в области 5.10^{-5} — 10 мм рт. ст. 4 511
КОРЧОВЕЙ А., Наблюдения в связи с теорией молекулярного поля антиферромагнетиков 1 91
ФРИДЛЕНДЕР Е., Множественное образование мезонов при столкновении мезон-нуклон 3 379

УСТАНОВКИ И ЛАБОРАТОРНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

ВЕЙНЕР М., Счетчик Гейгера-Мюллера с графитовым катодом . . 3 383

В ИНСТИТУТЕ АТОМНОЙ ФИЗИКИ

Деятельность Института атомной физики 1 95
Деятельность Института атомной физики 2 241
Деятельность Института атомной физики 3 385
Деятельность Института атомной физики 4 517

В ИНСТИТУТЕ ФИЗИКИ

Деятельность Института физики 2 241
Деятельность Института физики 3 387
Деятельность Института физики 4 519

РЕЦЕНЗИИ

ВОНСОВСКИЙ С. В., Современная теория магнетизма. Корчовей А. . 1 98
ВОНСОВСКИЙ С. В., Антиферромагнетизм, Корчовей А. . . . 4 522
МАЙЕР М. Г. и ИЕНСЕН Ж. Х. Д., Элементарная теория ядерной структуры. Вейнер Р. 3 391
НИКОЛАУ Е., Вариационный и тензорный методы в электричестве. Тоция Х. 2 244
РАМЗЕЙ Н. Ф., Задача о двух телах и введение в структуру ядра-Брэндуш И. 4 521
РАМЗЕЙ Н. Ф., Моменты и статистика ядер. Вейнер Р. 4 530
РОТЕРИ ВИЛЬЯМ ЮМ, Теоретическая атомная физика для металлургов. Вейнер Р. 4 535
САНИЕЛЕВИЧ А., Радиоактивность. Муза Гевит 2 245
САНИЕЛЕВИЧ А., Введение в радиоактивность. Корчовей А . . . 3 389
СЕРДЖИЕСКУ В., Введение в физику твердых тел. Корчовей А. . 2 243
ФЕЕНБЕРГ Е., Теория слоистости ядра. Вейнер Р. 3 391
ЭЙНШТЕЙН А., Теория относительности. Сэндулеску А. 4 536
. . . Руководство инженера-электротехника (т. III). Кац Е. . . 1 97

ACADÉMIE DE LA RÉPUBLIQUE POPULAIRE ROUMAINE
INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET INSTITUT DE PHYSIQUE

ÉTUDES ET RECHERCHES DE PHYSIQUE

Tome VIII 1957

INDEX ALPHABÉTIQUE

ÉTUDES	N°	Page
ATANASIU GH., ZUGRĂVESCU D., BUCUR IL. et NEȘTIANU T., Nouvelle contribution à l'étude du champ magnétique terrestre en Transylvanie.	1	9
ATANASIU GH., ZUGRĂVESCU D. et BUCUR IL., Contribution à l'étude géomagnétique de la Transylvanie. La campagne de 1956	4	469
AUSLÄNDER J. and GEORGESCU IULIA, On the Vapour Pressure of Polonium at Room Temperature	1	17
BALLY D. et GLODEANU AL., Étude des propriétés magnétiques de quelques alliages Cu-Ni-Fe	4	445
BRĂNDUȘ I. and SĂNDULESCU A., Proper Frequencies of the Compressible Nucleus in an Unstatic Statistical Model	4	433
CIORĂSCU F., Distribution d'énergie des électrons dans une décharges à très haute fréquence dans l'hydrogène	1	41
COMȘA GEORGE et MUSA GEAVIT, Un nouveau modèle de pompe d'ionisation	2	119
CORCIOVEI A. and MUGUR M., Nuclear Magnetic Resonance in a Three-Nucleon-System	3	267
CORCIOVEI A., La courbe d'absorption magnétique nucléaire d'un système de trois nucléons formant un triangle équilatéral	3	295
CORCIOVEI A., Susceptibilité parallèle d'un cristal antiferromagnétique, à deux sous-réseaux magnétiques, aux basses températures	4	399
CUCURUZEANU I., Sur les courbes d'énergie potentielles des acides carboxyliques	2	163
FRIEDLÄNDER E. and RUCKENSTEIN E., On the Utilization of Large Area Sources in β-Spectrometers with Integral Recording	2	113
FRIEDLÄNDER E., On Statistical Estimation of the Energy of Soft Cascades	2	153
GAVRILĂ M., Derivation of Sauter's Formula for the Photoelectric Effect by Means of Born's Approximation Method	4	421
IONESCU-PALLAS N. J., Sur le spectre de vibration pure des molécules biatomiques à liaison homopolaire	2	107
IONESCU-PALLAS N. J., Sur l'entropie des mélanges de gaz	4	457
LĂBUȘCĂ E. et CONSTANTINESCU F., La variation des propriétés magnétiques des ferrites mixtes Cu + Ni, en fonction du rapport ferrite de cuivre/ferrite de nickel	3	347
MAXIM I., AUSLÄNDER D. et STAN V., Variation des points de Curie des alliages Ni-Cu-Sn	2	143
MAXIM I., Loi de la concentration électronique en ferromagnétisme appliquée aux alliages de nickel	2	147
MERCEA V., MERCEA J. et URSU I., Un viscosimètre à disque tournant	2	135
MERCEA V., URSU I. et VĂSARU GH., Contribution à l'étude de l'électrolyse en courant ondulé	4	479
MUGUR MIOARA, On the Relaxation of the groups of Permanently Polarised Microsystems, in a Strong External Field	3	311
ONCESCU MIRCEA, Le coefficient thermique de la résistivité des couches minces d'étain	2	157
ROSENBERG M., Variation avec la température du champ coercitif des laminés de faible épaisseur et des poudres ferromagnétiques fines	3	321

	N°	Page
ROTHMAN H., Sondages dans la colonne positive d'une décharge à faibles courants dans le néon	3	255
RUCKENSTEIN E., Vaporisation d'un film mince de liquide dans le vide avancé	1	25
URSU IOAN, Effets paramagnétiques lors de l'écoulement visqueux des mélanges de gaz et d'oxygène, dans un champ magnétique, et leur emploi à l'analyse des gaz	4	415

ACTUALITÉS ET DISCUSSIONS DE PHYSIQUE

CORCIOVEI A., La courbe d'absorption dans le phénomène d'induction magnétique nucléaire	1	54
MARTALOGU M., Les champs électriques et magnétiques à focalisation intense, avec applications aux accélérateurs de très grandes énergies	1	70
MUGUR MIOARA, Théorie de la résonance magnétique nucléaire	2	171
ŞTEFĂNESCU D. et MIHALCU M., Quelques aspects de l'électrochimie des radioéléments	4	491
VALERIU A., DRĂGHICESCU M., IANCULOVICI B. et DRĂGHICESCU P., Montages expérimentaux pour l'observation de la résonance magnétique nucléaire	2	213
WEINER R., Sur les bases théoriques du modèle nucléaire des couches	3	359

NOTES

ARCAN L., BALLY D. et BÎRSAN I., Jauge magnétique pour grand intervalle de pressions	1	85
ARCAN L., BALLY D., Trappe pour installations métalliques de vide	1	90
CORCIOVEI A., Observation ayant trait à l'application de la théorie du champ moléculaire aux antiferromagnétiques	1	91
DRĂGHICESCU M. et IANCULOVICI B., Installation universelle pour le dégazage des tubes électroniques	2	239
DRĂGHICESCU M. et IANCULOVICI B., Manomètre Pirani fonctionnant dans le domaine 5.10^{-5}—10 mm Hg	4	511
FRIEDLÄNDER E., Génération multiple de mésons par chocs méson-nucléon	3	379
VALERIU A., PASCARU I. et IANCULOVICI B., Mesures du champ magnétique à l'aide de la résonance nucléaire	2	235

INSTALLATIONS ET APPAREILS DE LABORATOIRE

WEINER M., Comptoir Geiger-Müller à cathode de graphite	3	383

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE ATOMIQUE

L'activité de l'Institut de Physique atomique	1	95
L'activité de l'Institut de Physique atomique	2	241
L'activité de l'Institut de Physique atomique	3	385
L'activité de l'Institut de Physique atomique	4	517

L'ACTIVITÉ DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE

L'activité de l'Institut de Physique	2	241
L'activité de l'Institut de Physique	3	387
L'activité de l'Institut de Physique	4	519

COMPTES RENDUS

EINSTEIN A., *La théorie de la relativité*, par *Săndulescu A.*	4	536
FEENBERG EUGÈNE, *Théorie en couches du noyau*, par *Weiner R.*	3	391
MAYER M. G. et JENSEN J. H. D., *Théorie élémentaire de la structure nucléaire en couches*, par *Weiner R.*	3	391
NICOLAU ED., *Méthodes variationnelles et tensorielles en électricité*, par *Toţia H.*	2	244

	N°	Page
RAMSEY N. F., *Le problème de deux corps et introduction à la structure des noyaux*, par *Brănduş I.*	4	521
RAMSEY N. F., *Moments et statistique des noyaux*, par *Weiner R.*	4	530
ROTHERY WILLIAM HUME, *Physique atomique théorique pour métallurgistes*, par *Weiner R.*	4	535
SANIELEVICI A., *La radio-activité*, par *Musa Geavit*	2	245
SANIELEVICI A., *Introduction à la radio-activité*, par *Corciovei A.*	3	389
SERGIESCU V., *Introduction à la physique du solide*, par *Corciovei A.*	2	243
VONSOVSKI S. V., *La théorie moderne du magnétisme*, par *Corciovei A.*	1	98
VONSOVSKI S. V. *Antiferromgnétisme*, par *Corciovei A.*	4	522
* * * *Manuel de l'ingénieur électricien* (vol. III), par *Katz E.*	1	97

ABONAMENTELE SE FAC LA OFICIILE POŞTALE,
PRIN FACTORII POŞTALI ŞI DIFUZORII VOLUNTARI
DIN ÎNTREPRINDERI ŞI INSTITUŢII